МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Разложим число 9261 на множители:
$9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7^3 = 3^3 \cdot 7^3$, значит в восьмизначном числе должно быть три тройки, три семёрки и две единицы. 3 3 7 3 1 1 7 7 – как пример. Если мы зафиксируем три тройки, то для них будет 10 комбинаций из 2 и 1:
22211; ~~221211~~ 22121; 21221; 12221; 22112; 21212; 12212; 21122; 12122; 11222.
А комбинаций с зафиксированными тройками будет: $6+5+4+1+2+3=21$; тогда всего таких восьмизначных чисел: $21 \cdot 10 = \underline{210}$
Ответ: 210

№ 3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \quad (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

Преобразуем (1) уравнение: $(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})}$;

$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^7}$; $\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^7}}$;

$y^{\ln x^7} = y^{\ln y} \cdot y^{4\ln x} \cdot x^{2\ln x}$;

$y^{7\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{4\ln x} \cdot x^{2\ln x}$; $y^{4\ln x}(y^{3\ln x} - y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}) = 0$

$y^{4\ln x} \neq 0$, тогда: $y^{3\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}$;

Возьмём натуральный логарифм от каждой части уравнения: $\ln y^{3\ln x} = \ln y^{\ln y} + \ln x^{2\ln x}$;

$3\ln x \cdot \ln y = \ln^2 y + 2\ln^2 x$;

Пусть $\ln x = a$; $\ln y = b$: $3ab = b^2 + 2a^2$;

$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$; $D = 9b^2 - 4\cdot 2\cdot b^2 = b^2$

$a = \frac{3b \pm b}{4}$; $\left[\begin{array}{l} a = b \\ a = \frac{1}{2}b \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} \ln x = \ln y \\ 2\ln x = \ln y \end{array}\right.$;

$\left[\begin{array}{l} x = y \\ x^2 = y \end{array}\right.$; 1) Если $x = y$: (2): $y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$;

$-2y(y-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 2 \end{array}\right.$; Если $y = 0$, то $x = y = 0$ - это не удовлетворяет ОДЗ.

Если $y = 2$, то $x = y = 2$ - оба уравнения верны $(2;2)$ - решение;

2) Если $x^2 = y$, то: $x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$

$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$; $x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$;

$(x-2)\left(x - \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{17}+1}{2}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{17}+1}{2} \text{ - не удовл. ОДЗ.} \end{array}\right.$

$x = 2$, тогда $y = 4$; $(2;4)$ - решение, удовлетворяет проверке;

$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$; тогда $y = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4}$ - $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{18-2\sqrt{17}}{2}\right)$ - тоже решение;

Ответ: $(2;2)$; $(2;4)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{18-2\sqrt{17}}{2}\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

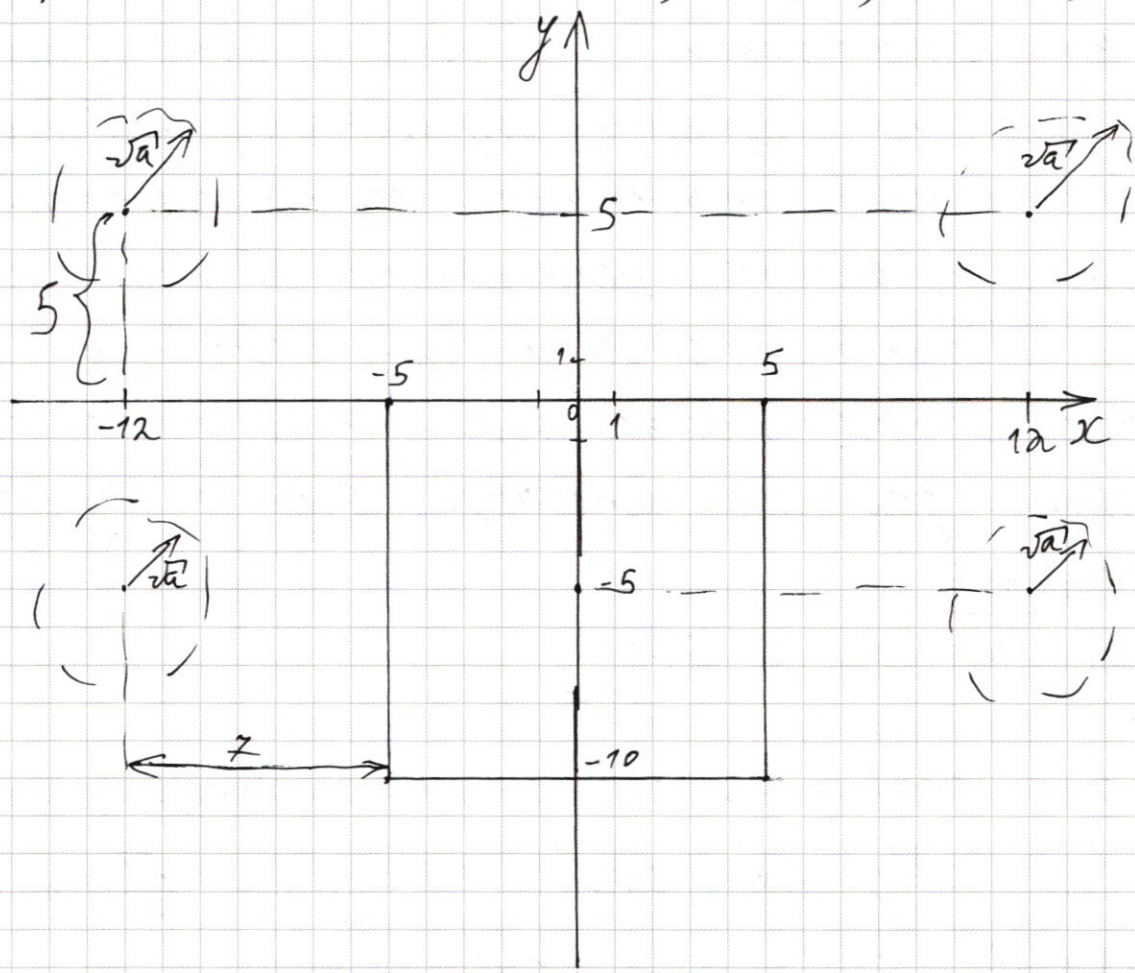
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 & (1) \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a & (2) \end{cases}$$

(1) уравнение задаёт на координатной плоскости xOy квадрат со стороной 10, с центром в точке $(0;-5)$.

(2) уравнение – это 4 окружности радиусом $\sqrt{a}$, с центрами в точках $(12;5)$, $(-12;5)$, $(12;-5)$, $(-12;-5)$.



Существует два случая, чтобы система имела ровно 2 решения, то есть окружности имели ровно 2 точки пересечения с квадратом.

1) Это касание двух нижних окружностей квадрата, это будет при $\underline{a = 49}$ ($r = \sqrt{a} = 7$) Верхние окружности ~~перес~~ коснутся квадрата только при $a = 74$, т.е. при $a = 49$ будет ровно два решения, верхние окружности ещё не пересекут квадрат, а нижние касаются его.

2) Далее почти всегда будет больше 2 решений, одни нижние окружности дают 4 решения, а когда решения совпадают, всё равно есть решения уже от верхних окружностей. При $a \geq 314$ нижние окружности не пересекают квадрат, а верхние пересекают в 4 или 3 точках. Тогда получается, что есть ещё 2 решения, только когда верхние окружности пересекают дальнюю вершину. Тогда $r^2 = 17^2 + 15^2$

$a = r^2 = \underline{514}$

Ответ: $a = 49$; $a = 514$

№ 2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0 \quad |:\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 9x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x - \cos 4x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 9x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x = 0$

$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0;$

$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}\right);$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 – продолжение

$$2\cdot\sin\left(\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)=2\cdot\cos\left(\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{x+\frac{\pi}{4}}{2}\right);$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}=0 \quad (1)\\ \sin\left(\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)-\cos\left(\frac{x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)=0 \quad (2)\end{array}\right.$$

(1) $\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in z;$ $\quad 9x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in z;$

$\underline{x=\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi}{9}\cdot n, n\in z}$

(2) $\sin\left(\frac{9x+\frac{\pi}{4}}{2}\right)-\sin\left(\frac{x+\frac{\pi}{4}}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=0$

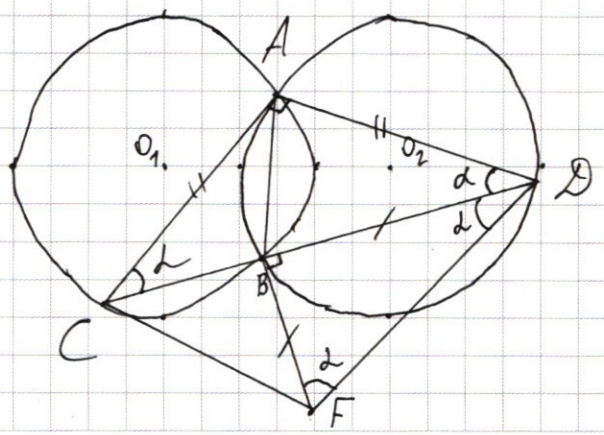
$$2\cdot\sin\left(\frac{\frac{1}{2}\left(9x+\frac{\pi}{4}-x-\frac{\pi}{4}-\pi\right)}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\frac{1}{2}\left(9x+\frac{\pi}{4}+x+\frac{\pi}{4}+\pi\right)}{2}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{8x-\pi}{4}\right)=0\\ \cos\left(\frac{10x+\frac{3\pi}{2}}{4}\right)=0\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}8x-\pi=4\pi n, n\in z\\ 10x+\frac{3\pi}{2}=4\cdot\frac{\pi}{2}+4\pi n, n\in z\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l}8x=\pi+4\pi n, n\in z\\ 10x=\frac{\pi}{2}+4\pi n, n\in z\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}n, n\in z\\ x=\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi n}{5}, n\in z\end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi n}{9}$; $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}\cdot k$; $\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi}{5}\cdot m$; $n, k, m\in z$,

№ 6



Дано:

$\omega_1(O_1; r)$; $\omega_2(O_2; r)$;

$\omega_1\cap\omega_2$ = т. A и т. B;

т. $B\in CD$; $\angle CAD=90°$;

$r=10$; $BF\perp CD$; $BD=BF$;

1) Найти: CF – ?

2) Если $BC=12$; $S_{\triangle ACF}$ – ?

Решение:

1) Пусть $AD = a$, тогда $CA = AD = a$, т.к. $\triangle CAD$ – равнобедренный, потому что $\angle ADC = \angle ACD = \alpha = 45°$, т.к. они опираются на одну и ту же дугу.

2) $\triangle BDF$ – также прямоугольный и равнобедренный, тогда $\angle BFD = \angle BDF = \alpha = 45°$. Значит, $\angle ADF = 2\alpha = 90°$, $ADFC$ – прямоугольная трапеция.

3) $CD = \sqrt{2}a$ (из $\triangle ACD$);

$CF = 2r = 20$

Ответ: 20.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a; & (2) \end{cases}$ 2 реш.

1) $y-x+5 \geq 0$; $x+y+5 \geq 0$;

$x+y+5+y-x+5=10$

$2y+10=10$

$2y=0$; $y=0$.

2) ~~ум~~ $y-x+5 \leq 0$.

$y \geq -x-5$

$x+y+5-y+x-5=10$; $x=5$

$y \geq x-5$

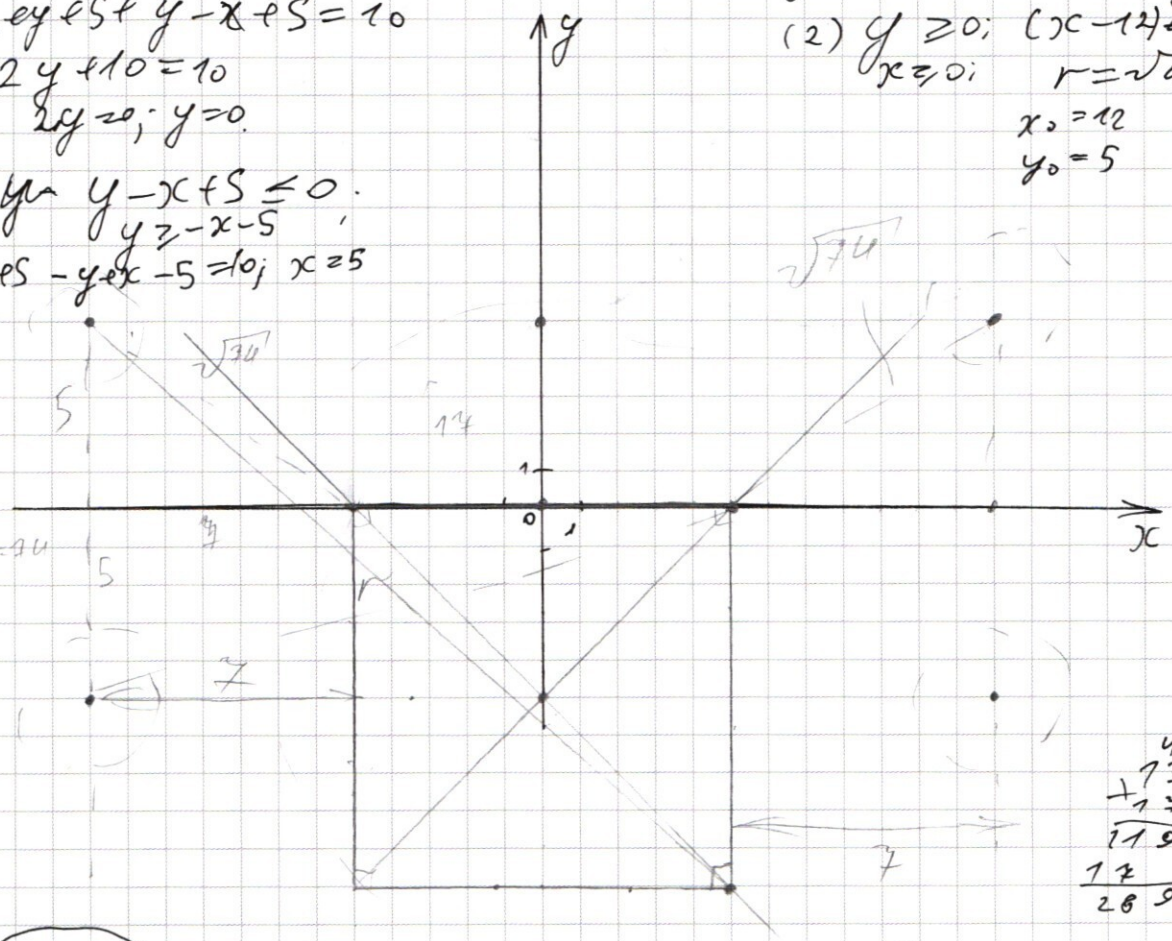
$y \geq -x-5$

(2) $y \geq 0$; $(x-12)^2+(y-5)^2=a$

$x \geq 0$; $r=\sqrt{a}$;

$x_0=12$

$y_0=5$



$$\begin{array}{r} 17 \\ +17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

1) $a=49$. - кас.

$\sqrt{74} \approx 8,5$.

1) черв. войдут: $r^2=25+17^2=25+289=$
$=314$;

$r=\sqrt{314}$ ($a=314$.

2) вт. выходя.: $r^2=15^2+17^2=$
$=225+289=$
$=514$

$a=514$ - отв.

$$\begin{array}{r} 289 \\ +225 \\ \hline 514 \end{array}$$

Ответ: 49; 514.

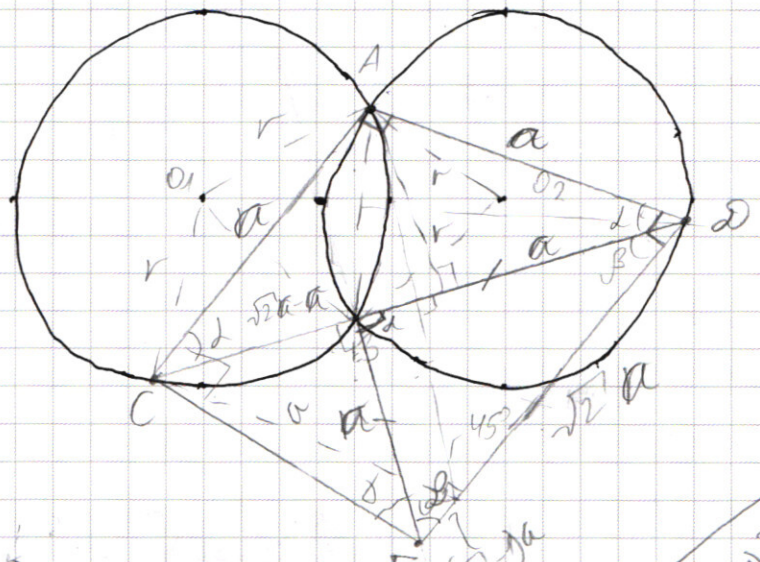
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

3) Первые 2 вершины, а вторые лежат г. обр. т. на кв. D. — всё р. при равенстве.

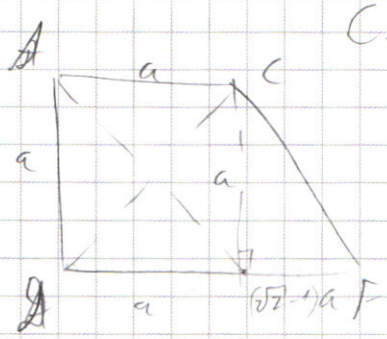
№6.

$r = 10$ см;



$\left(\frac{b}{2}\right)^2 +$

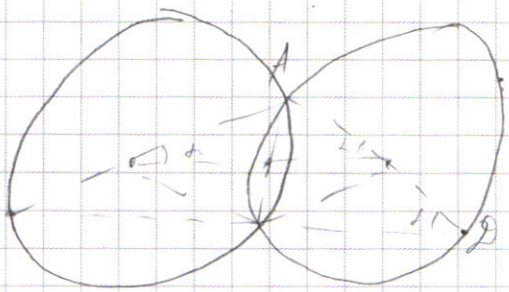
$CF = \sqrt{a^2 + a^2(\sqrt{2}-1)^2}$;



$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a(\sqrt{2}-1)}{a} = \sqrt{2}-1$;

$CF = \overset{20}{\overset{\parallel}{a}}\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

$AC = a = 2r$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

всего баллов: $3+5+5+8+5+6+6=35$.

$\underbrace{5+5}_{10}$ $\underbrace{5+5}_{10}$ $\underbrace{6+6}_{12}$

$\Sigma = 1$

$y \in [0;9]$

22211
22121
21221
12221

22112
21212
12212
21122
12122
11222

3 3

9261

$1029 \times 9 = 9261$

$9261 \div 9 = 1029$

$1029 \div 3 = 343$

$9261 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^3$

$343 \div 7 = 49$

нет 0; есть 3 тр.; 3 сем. и 1, 1;

$3^{-3}, 7^{-3}, 1^{-2}$

x^2

1)

3 3 3 2 2

3 3

$6+5+4+3+2+1=$

$=21$

10

$\left(x - \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{17}+1}{2}\right) =$

$= x^2 + \frac{\sqrt{17}+1}{2}x - \frac{\sqrt{17}-1}{2}x - \frac{1}{4}(17-1) =$

$= x^2 + x(1) - \frac{1}{4}\cdot 16 = x^2+x-4$

$(x^2+x-4)\cdot(x-2) = x^3+x^2-4x-2x^2-2x+8 =$

$= x^3 - x^2 - 6x + 8$.

$21 \cdot 10 = 210$

№ 2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 9x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x - \cos 4x = 0.$

$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0;$

$2 \cdot \sin\left(\frac{9x + 5x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2}\right) - \cos 4x = 0;$

$2 \cdot \sin(7x) \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 9x\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 9x\right) = 2 \cdot \cos\left(\frac{5x + \frac{\pi}{4} + 4x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{5x + \frac{\pi}{4} - 4x}{2}\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 9x\right) = 2 \cdot \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)$

$2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right)\cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right) = 2\cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)$

$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right)\left(\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)\right) = 0$

$\left[\begin{array}{ll} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right) = 0 & (1) \\ \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$

(1) $\frac{\frac{\pi}{4} + 9x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{\pi}{4} + 9x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z};$

(2) $\sin\left(\overbrace{\frac{\pi}{4} + x}^{\alpha} + \overbrace{4x}^{\beta}\right) - \cos\left(\overbrace{\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}}^{\alpha}\right) = 0$

$\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha - \cos\alpha = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

(2) $(y-4)\cdot y - 2x(x-4) - xy = 0$;

$(y^2 - 4y + 4) - 2(x^2 - 4x + 4) - xy - 4 + 8 = 0$

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 - xy + 4 = 0$.

$$\frac{1}{(x^2y^4)^{\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^7} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^7}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}\cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}; \quad y^{7\ln x} = y^{\ln y}\cdot y^{4\ln x}\cdot x^{2\ln x}$$

$$y^{4\ln x}\left(y^{3\ln x} - y^{\ln y}\cdot x^{2\ln x}\right) = 0$$

$$y^{3\ln x} - y^{\ln y}\cdot x^{2\ln x} = 0.$$

$$y^{3\ln x} = y^{\ln y}\cdot x^{2\ln x};$$

$\ln x = \ln y$ $(x = y)$

$\ln x = \frac{\ln y}{2}$; $(x^2 = y)$

$\ln y^{3\ln x} = \ln y^{\ln y} + \ln x^{2\ln x}$

$3\underset{a}{\ln x}\cdot\underset{b}{\ln y} = \ln^2 y + 2\ln^2 x$

$3ab = b^2 + 2a^2$;

$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$;

$D = 9b^2 - 4\cdot 2\cdot b^2 = b^2$;

$a = \frac{3b \pm b}{4}$; $\left[\begin{array}{l} a = b \\ a = \frac{b}{2} \end{array}\right.$;

1) $x=y$: $\cancel{y^2}-\cancel{y^2}-2y^2+8y-4y=0$

$-2y^2+4y=0$

$-2y(y-2)=0$; $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=2 \end{array}\right.$

$y=0;\ x=0$ (8)

$y=2;\ x=2$

2) $x^2=y$: $\cancel{y^2-xy}$ $x^4-x^3-2x^2+8x-4x^2=0$

$x^4-x^3-6x^2+8x=0$

$x(x^3-x^2-6x+8)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-x^2-6x+8=0 \end{array}\right.$

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-6x+8 & x+1 \\ \hline -\ x^3+x^2 & x^2-2x-4 \\ \quad -2x^2-6x+8 & \\ -\ -2x^2-2x & \\ \quad -4x+8 & \\ -\ -4x-4 & \end{array}$$

$x^3-x^2-6x+8=0$

-4: $\cancel{-1-16}$

2: $8-4-12+8=16-16$

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-6x+8 & x-2 \\ \hline -\ x^3-2x^2 & x^2+x-4 \\ \quad x^2-6x+8 & \\ -\ x^2-2x & \\ \quad -4x+8 & \\ -\ -4x+8 & \\ \quad 0 & \end{array}$$

x^2+x-4

$D=1+4\cdot4=17$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$;

ОДЗ: $x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$; $x=0$; $x=2$;

$x=2$; $y=4$; $x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}$; $y=\frac{1}{4}(17+1-2\sqrt{17})=$

$=\frac{1}{4}(18-2\sqrt{17})$

Пр: $(2;2)$; $(4\cdot16)^{-\ln2}=2^{\ln\frac{2}{27}}$;

$2^{-6\ln2}=2^{-6\ln2}$ – верно;

$4-4-8+16-8=0$

$0=0$ – верно

$x=2$; $y=4$: 1) $(4\cdot4^4)^{-\ln2}=4^{\ln(\frac{4}{27})}$; $4^{-5\ln2}=4^{-5\ln2}$ – в.

2) $16-4\cdot2-2\cdot4+8\cdot2-4\cdot4=0$; $16-8-8+16-16=0$ – в.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)