

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ числа составят число из 3 "3", 3 "7" и 2 "1",
либо из "9", "6", "3", 3 "7", 3 "1"

1) для 3 - $\frac{6 \cdot 7 \cdot 6}{6}$ комбинаций для повтора.

для 4 - $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6}$ осталось варианты для повтора

для 1 - $\frac{2 \cdot 1}{2}$

всего $\frac{6 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot \frac{2 \cdot 1}{1} = 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 = 560$

2) для 9 - 6

для 3 - 7.

для 4 - $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6}$

для 1 - $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6}$

всего - $6 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$

итого $560 + 1120 = 1680$

ответ: 1680.

№2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{2} \sin 7x - (\sin \frac{\pi}{2} - 2x + \sin \frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{2} \sin 7x = 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ \sin 7x = \cos \frac{\pi}{4} - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ \cos \frac{\pi}{2} - 7x = \cos \frac{\pi}{4} - 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi k}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} - 7x = \frac{\pi}{4} - 2x + 2\pi k \\ \frac{\pi}{2} - 7x = 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln \frac{y}{x^2} \\ y^3 - xy - 2x^2 + 6x - 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\ln x \ln(x^2 y^4) = \ln y \ln \frac{y}{x^2} \\ (y-2x)(1+x-y-4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln x (2 \ln x + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - 2 \ln x) \\ (y-2x)(1+x-y-4) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \ln^2 x + 3 \ln x \ln y - \ln^2 y = 0 \\ (y-2x)(1+x-y-4) = 0 \end{cases}$$

$\ln x = a \quad \ln y = b$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0 \quad a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2 - 8b^2}}{4} = b; \frac{b}{2}$$

$$y = 2x$$

$$e^b = e^{\ln 2} e^a \quad e^b = e^{b + \ln 2} \Leftrightarrow e^b = e^{\frac{b}{2} + \ln 2} \quad \frac{b}{2} = \ln 2$$

$$b = 2 \ln 2 \quad y = 4 \quad x = 2 \oplus$$

$$x + y - 4 = 0$$

$$e^b = e^{2 \ln 2} - e^a \quad e^b = e^{2 \ln 2} - e^b \quad 2e^b = e^{2 \ln 2}$$

$$b + \ln 2 = 2 \ln 2 \quad b = \ln 2 \quad x = 2 \quad y = 2 \oplus$$

$$e^b = e^{2 \ln 2} - e^{\frac{b}{2}} \quad e^{\frac{b}{2}} = x$$

$$x^2 = 4 - x \quad x^2 + x - 4 = 0 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{1 - 2\sqrt{17} + 17}{2} = \frac{16 - \sqrt{17}}{2} = \frac{2 - \sqrt{17}}{2} \oplus$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \ominus$$

Ответ: $(2; 4) (2; 2) \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{2 - \sqrt{17}}{2} \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = 4 \end{cases}$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq x-5$$

$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2y+10=0$$

$$y=0 \quad 0 \geq x-5 \quad x \leq 5$$

$$y \leq x-5$$

$$-x-y-5-y+x-5=10$$

$$-2y=10$$

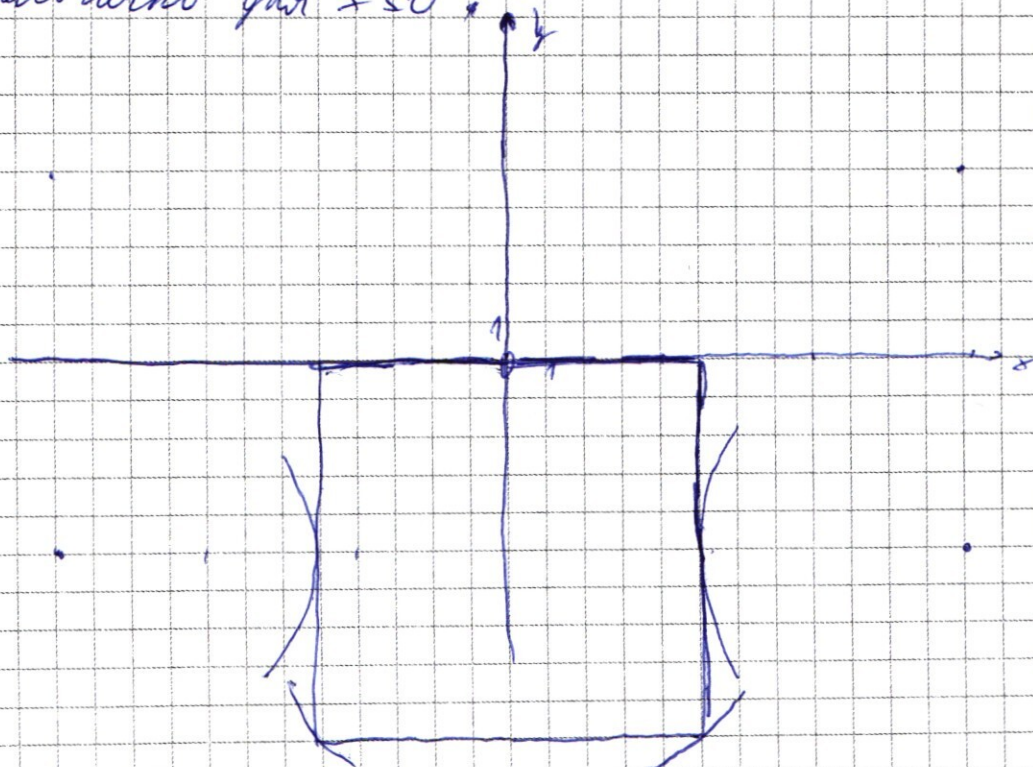
$$y=-5 \quad 10 \geq x+5 \quad x \leq 5$$

$$-x-5 \leq y \leq x-5$$

$$x+y+5-y+x-5=10$$

$$2x=10 \quad x=5 \quad -10 \leq y \leq 0$$

Аналогично для $x \leq 0$



уравнение имеет только 2 решения, когда катане окружности внешне касаются квадрата и тогда вершины внутренне касаются

1) касаются когда радиус равен расстоянию от центра до нижней стороны

$$r = 7 \Rightarrow a = 49$$

2) касаются когда радиус равен расстоянию от центра до касательной противонастоящей ун.

$$r = \sqrt{7^2 + 15^2} = \sqrt{169 + 225} = \sqrt{394}$$

$$a = 394$$

Ответ: {49, 394}.

✓

$$x, y \geq 0$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2 \cdot 2^{32} - 11x \end{cases} \Rightarrow 2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

2^x растет быстрее, чем x , увидим если это возможно, то 1 раз, а затем $2^x + 3 \cdot 2^{34}$ снова больше $76 + 2(2^{32} - 1)x$

$$x = 5.$$

$$76 + 2^5 + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2^{35} + 2^{34} - 10$$

$$x = 6$$

$$2^6 + 2^{35} + 2^{34} \leq 76 + 2^{33} \cdot 6 - 12$$

$$2^6 + 2^{35} + 2^{34} \leq 76 + 2^{35} + 2^{34} - 12.$$

$$2^6 \leq 64$$

$$x = 7$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^7 + 3 \cdot 2^{34} < 26 \cdot 2^{33} (4+5) - 14$$

$$2^7 + 2^{35} + 2^{34} < 26 + 2^{35} + 2^{34} + 2^{33} - 14$$

$$128 < 64 + 2^{33}$$

$$64 < 2^{33}$$

$$x = 7 \quad y \in [128 + 3 \cdot 2^{34}, 26 + 14(2^{32} - 1)]$$

~~... b.~~

...

Итак до.

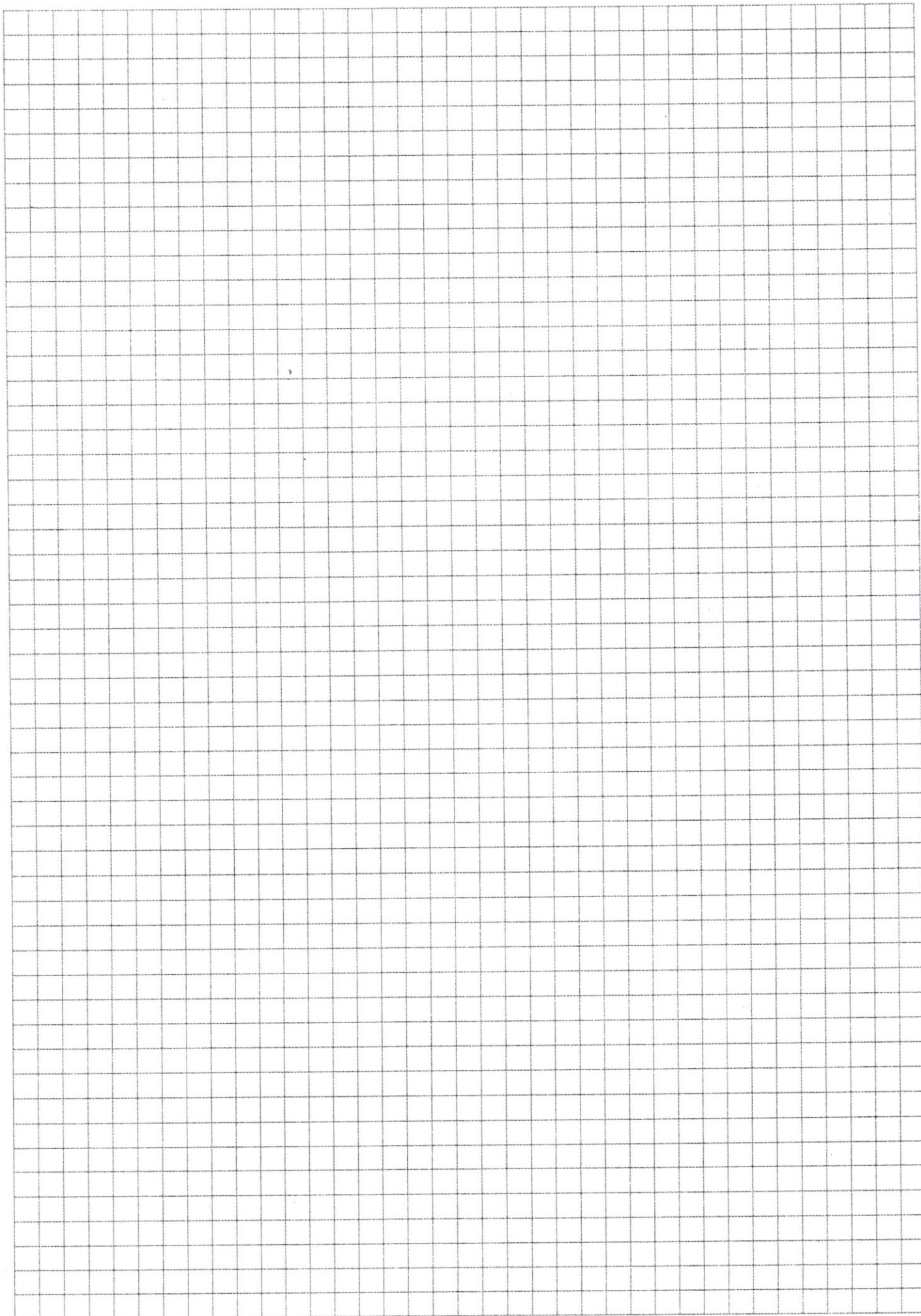
$$1 \cdot 2 \cdot 2^x = 2(2^{32} - 1) / (2^{32} - 1)$$

$$2^x = \frac{1 \cdot 2}{2(2^{32} - 1) / (2^{32} - 1)}$$

$$x = \log_2 \frac{2(2^{32} - 1)}{1 \cdot 2}$$

$$x = 1 + 32 - \log_2 \frac{1}{1 \cdot 2} \approx 33$$

$$\text{Ответ: } 2^{32} \cdot 676$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2^{33}x - 2x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{3x} \leq 76 + 2^{33}x - 2x$$

$$2^x - 2^{33}x + 2x + 3 \cdot 2^{3x} - 76 = 0$$

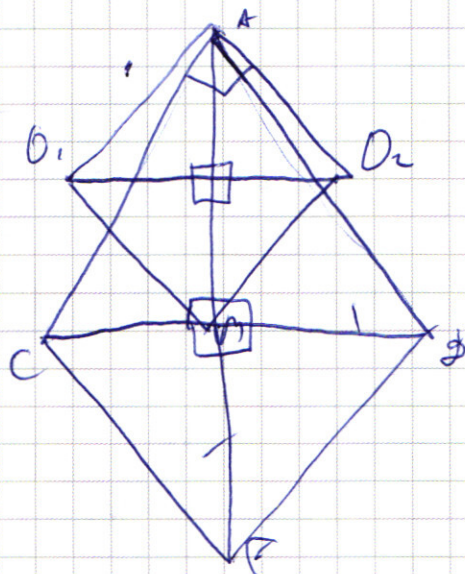
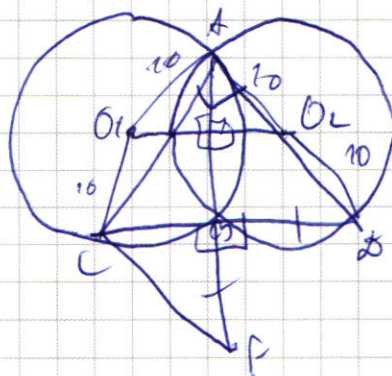
$x = 1$ $x = 2$
 $y \geq 2 + 3 \cdot 2^{34}$ $2^{33} + 64 - 128$
 $y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$ $= 2^{33} - 64$

$x = 6$
 $2^{32} - 16 - 256 + 76 = 2^{32} - 196$
 $(2^x)' = 2^x$
 $(2^x)' = 2^x \cdot (\ln 2 \cdot x)' = 2^x \cdot \ln 2$
 $x = 4$
 $2^{33} \cdot 3 - 16 - 512 + 76$

$2^x = 2^{33}x$
 $x = 2$
 $y \geq 4 + 3 \cdot 2^{34}$
 $y < 76 + 2^{34}x - 4$
 $y \geq 8 \cdot 2^{34}$
 $y < 76 + 2^{34} \cdot 6$
 $x = 6$
 $y \geq 32 + 3 \cdot 2^{34}$
 $y < 76 + 2^{34} \cdot 3 - 12$
 $y < 2^{34} \cdot 3 + 64$
 $y \in [32 + 3 \cdot 2^{34}, 2^{34} \cdot 3 + 64]$

$(2^x + 3 \cdot 2^{3x} - 76 - 2(2^{32} - 1)x)' = 2^x \cdot \ln 2 - 2(2^{32} - 1) = 0$
 $2^x \cdot \ln 2 = 2(2^{32} - 1)$
 $2^x = \frac{2(2^{32} - 1)}{\ln 2}$
 $x \cdot \ln 2 = \ln \left(\frac{2(2^{32} - 1)}{\ln 2} \right)$
 $x = \frac{\ln \left(\frac{2(2^{32} - 1)}{\ln 2} \right)}{\ln 2}$
 $x = \frac{2(2^{32} - 1)}{\ln 2}$

$2^x + 3 \cdot 2^{3x} = 2^{33} \cdot 6$
 $76 + 2^{33} \cdot 6 - 12$
 $76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 4 - 2^x + 3 \cdot 2^{34}$



$$\begin{cases} l^2 y + 2 l^2 x - 3 l x l y = 0 \\ y^2 - x y - 2 x^2 + 6 x - 4 y = 0 \end{cases} \begin{cases} l^2 y - \sqrt{2} l x \\ e^{2\theta} - e^{a\theta} - 2 \cdot e^{2a} + 6 e^a - 4 e^0 = 0 \end{cases} \begin{matrix} l^2 = 0 \\ 2 l^2 = 0 \end{matrix}$$

$$b^2 + 2ab - 7ab = 0$$

$$y^2 - xy + 2x^2 + 6x - 4y = 0$$

$$(y - 2x)(x + y - 4) = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 6x - 4y = 0$$

$$y = 2x$$

$$y = 4 - x$$

$$e^b = 2e^a$$

$$e^b = e^{1/4} - e^{1/4}$$

$$e^b = e^{a/2}$$

$$b = a/2$$

$$e^b = e^{1/4}$$

$$l^2 + 2a^2 - 3ab = 0$$

$$l^2 + 2a^2 - 3a^2 l^2 = 0$$

$$a^2(l^2 + 2 - 3l^2) = 0$$

$$a = 0$$

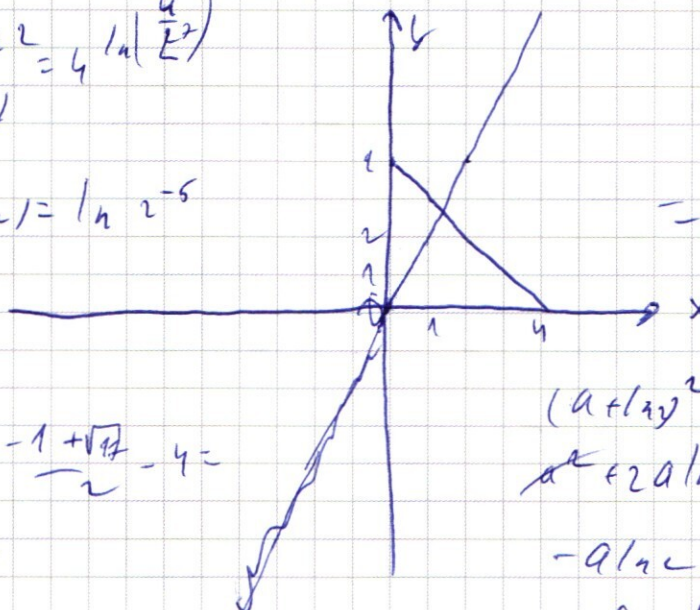
$$1, 2 \quad b = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(4 \cdot 4) \cdot \ln 2 = 4 \ln \left(\frac{4}{2} \right)$$

$$4 \cdot 5 \cdot \ln 2$$

$$5 \cdot (-\ln 2) = \ln 2^{-5}$$



$$\left(\frac{-1 - \sqrt{12}}{2} \right)^2 =$$

$$= \frac{1 + 2\sqrt{12} + 12}{4} =$$

$$= \frac{13 + 2\sqrt{12}}{4}$$

$$\frac{9 - \sqrt{12}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{12}}{2} - 4 =$$

$$= 0.$$

$$e^b = 4 - ea$$

$$b^2 + 2a^2 - 3ab = 0$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2 - 6b^2}}{2 \cdot 2} = \frac{3b \pm b}{4} = b, \frac{b}{2}$$

$$e^b = e^{b+1} \cdot e^0$$

$$e^b = e^{b+1} \cdot e^0 \quad \frac{b}{2} = 1$$

$$e^b = e^{1/2} \cdot e^{1/2}$$

$$2e^b = e^{1/2}$$

$$e^b = \frac{e^{1/2}}{2}$$

$$e^b = e^{1/2 - \ln 2} = e^{1/2}$$

$$b = 1/2$$

$$a = 1/2$$

$$2b = 1$$

$$(2, 2)$$

$$e^b = e^{1/2} \cdot e^{1/2}$$

$$e^b + e^{b/2} = e^{1/2}$$

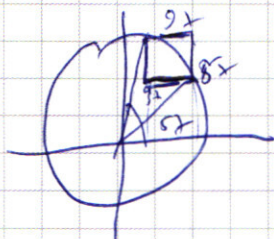
$$e^b + (e^b)^{1/2} = e^{1/2}$$

$$c + c^2 = 4$$

$$c^2 + c - 4 = 0$$

$$y = c = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\cos 2x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$



$$\cos d - \cos p =$$

$$2 \sin \frac{d+p}{2} \sin \frac{d-p}{2}$$

$$\cos d - \cos p = -2 \cos \frac{d+p}{2} \sin \frac{d-p}{2}$$

$$d = p \Rightarrow 0 \sin 0$$

$$d = p + \pi$$

$$-\cos p - \cos p = -2 \cos p$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$p + \frac{\pi}{2} = -2 \cos p$$

$$d = \pi \quad p = 0$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = -2$$

$$\sin d + \sin p = 2 \sin \frac{d+p}{2} \cos \frac{d-p}{2}$$

$$d = p$$

$$= 2 \sin d$$

$$d = \pi \quad p = 0$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$-2 \cos 7x \sin 2x +$$

$$-\sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 (\sin 7x \cos 2x - \cos 7x \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 5x = \cos 4x$$

$$\cos d - \cos p = -2 \cos \frac{d+p}{2} \sin \frac{d-p}{2}$$

$$d = p$$

$$\textcircled{0}$$

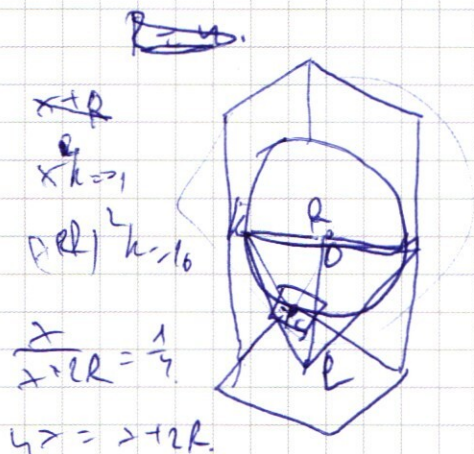
$$= 2 \cos \frac{d+p}{2}$$

$$\frac{d-p}{2} = 2 \sin \frac{d-p}{2}$$

$$d = \pi \quad p = 0$$

$$\cos \pi - \cos 0 = -2 = -2 \cos \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$x + R = 2R$$

$$x = R$$

$$(2R)^2 k = 16$$

$$\frac{x}{x + R} = \frac{1}{4}$$

$$4x = x + 2R$$

$$2R = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}R$$

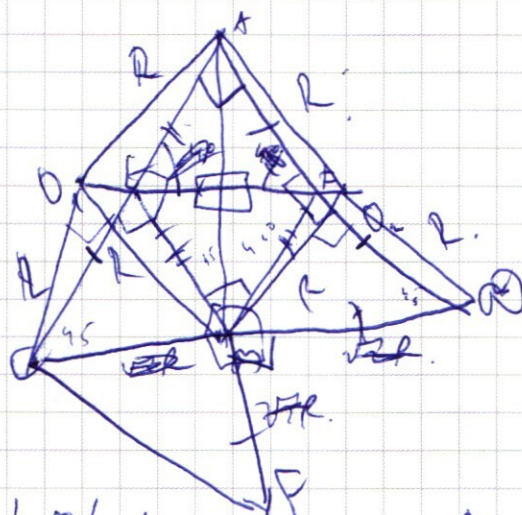
$$SO = x + R = \frac{5}{3}R$$

$$x^2 k = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{k}}R$$

$$(x + R)^2 k$$

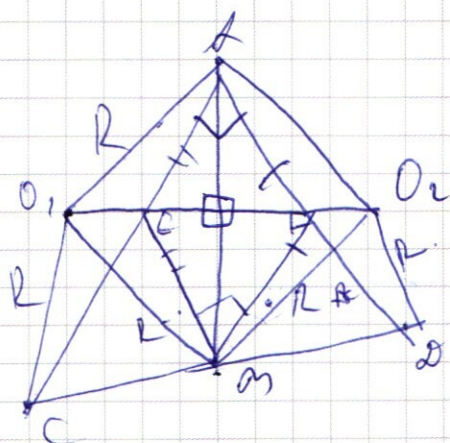
$$\frac{25}{9}R^2 k = 1$$

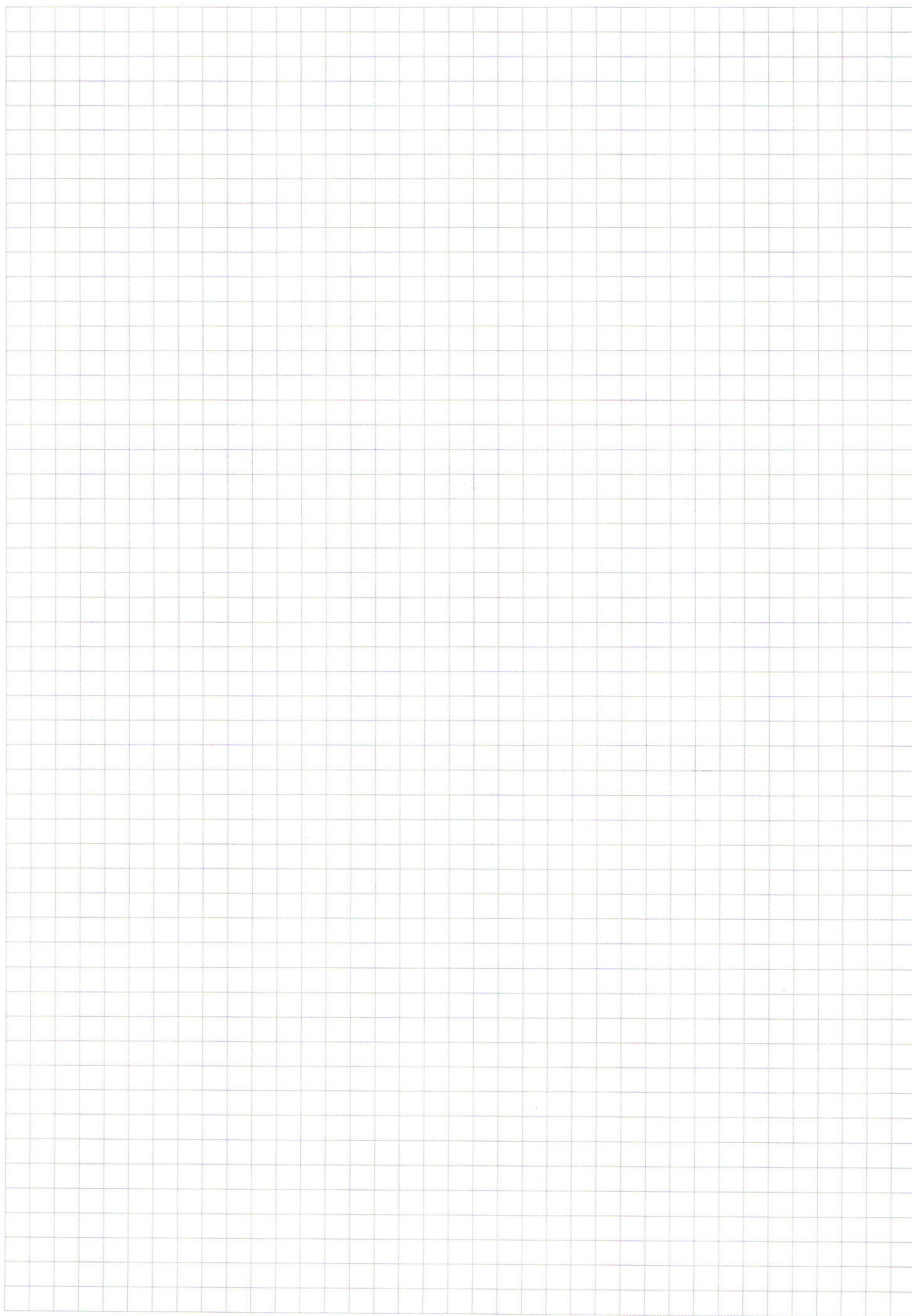
$$\frac{25}{9}R^2 k = \frac{25}{9}$$



$$KOL = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot R$$

$$KL =$$





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\cos 2x - \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 2x + \sin 2x = 0$$

$$- 2 \sin 2x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$= 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) - 2 \sin 2x \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) =$$

$$= 2 (\sin \frac{\pi}{4} + 4x + \sin \frac{\pi}{4} - 4x) =$$

$$= - (\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 4x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 4x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4x) =$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{\alpha - \beta}{2} = 4x$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha - \beta = 8x$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} + 8x$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + 4x$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - 4x$$

~~~~~

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \sin 2x \cos 2x + \cos 2x + \sin 2x =$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x + (\cos^2 x - \sin^2 x) + \sin 2x =$$

$$\sin 2x = \sin 2x$$

$$- 2 \sin 2x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 2x - (\cos^2 2x + \sin^2 2x)) = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \pi k, x = \frac{5\pi}{8} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\sqrt{2} \sin 2x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin 2x = 1$$

$$\cos 2x = \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\sin 2x = \cos \frac{\pi}{4} - 2x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} - 2x = \cos \frac{\pi}{4} - 2x$$

$$\sin \frac{\pi}{4} - 2x + \sin 2x =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} - 2x$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3087} \\ \underline{26} \\ 24 \\ \underline{21} \end{array}$$

$$27 \cdot 343$$

$$\begin{array}{r} 6860 \\ 2401 \overline{) 5261} \\ \underline{2401} \end{array}$$

$$3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^2$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$$

$$7777777777$$

$$\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 560$$

$$560 + 1120 = 1680$$

$$8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 56 \cdot 20 = 560 \cdot 2 = 1120$$

№ 7.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x$$

$$2 \cos 7x \cos 2x$$

$$2 \cos \frac{2\pi}{6} \sin \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\cos 9\pi - \cos 5\pi = 0$$

$$2 \cos \frac{7\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 16\pi - \cos 10\pi = 0$$

$$2 \sin \frac{7\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 4,5\pi - \cos 2,5\pi = 0$$

$$2 \sin \frac{4\pi}{3} \cos \frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{3\pi}{2} - \cos \frac{5\pi}{6} = 0 + \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3\pi - \cos \frac{5\pi}{3} = -1 - \cos \frac{\pi}{3} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin \frac{7\pi}{6} \sin \frac{2\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cos 7x \cos 2x =$$

$$2 \sin \frac{7\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\begin{cases} (x^2 y^2)^{-\ln x} = y^{\ln(x^2 y^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\ln x \ln(x^2 y^2) = \ln \frac{x}{x^2} \ln y \\ -\ln x (2 \ln x + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - 2 \ln x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln x (2 \ln x + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - 2 \ln x) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \\ \ln^2 y - 2 \ln x \ln y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln^2 y + 2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln y = 0 \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

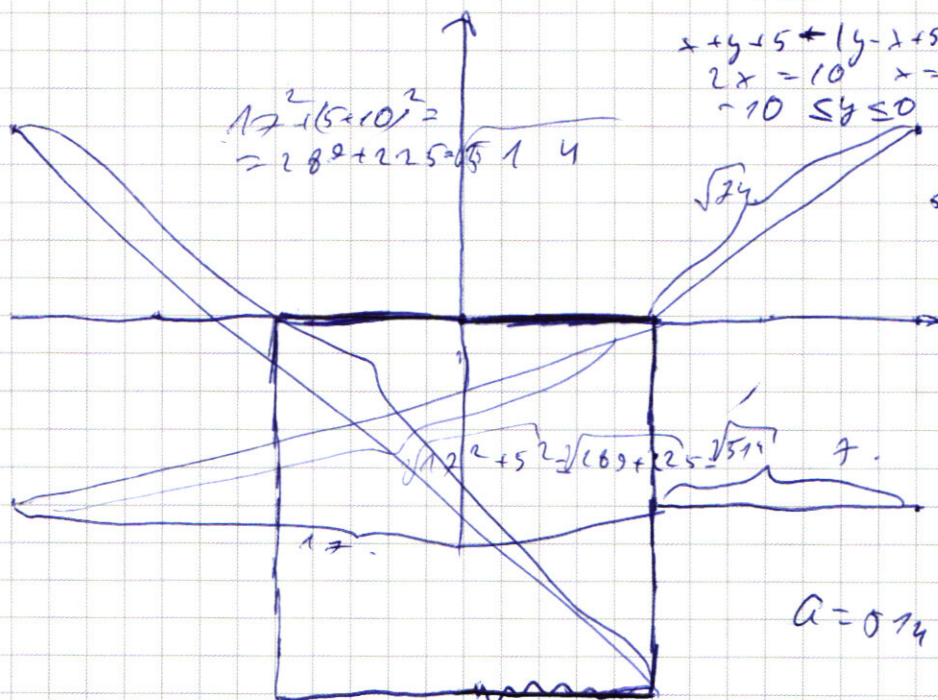
$$\begin{aligned} y &\leq -x-5 \\ -x-y-5-y+x-5 &= 10 \\ -2y &= 20 \\ y &= -10 \\ -10 &\leq -x-5 \\ -5 &\leq -x \\ x &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y+5 &\geq 0 \\ y-x+5 &\geq 0 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &\geq -x-5 \\ x+y+5+y-x+5 &= 2y+10=10 \\ y &= 0 \\ y &\geq x-5 \\ 0 &\geq x-5 \\ x &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y+5+|y-x+5| &= 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \\ -10 &\leq y \leq 0 \end{aligned}$$

$$5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$



$$a = 0 + 4; 49.$$