МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ 0) Нулей цифр быть не может

1) Т.к. произведение равно 9261, то в числе ~~3~~ там должны быть три „7" (т.к. это единственная цифра, которая кратна 7 и не равна 0) и должно быть три „3" или „3" и „9" (по одной). Все остальные должны быть „1", т.к. иначе дадут иной от 3 и 7 простой множитель в произведении.

2) Рассмотрим случай три „7" и три „3".
Для них можно выбрать место в числе:
Для ~~3х~~ трех семерок: $\frac{8\cdot7\cdot6}{3!} = 8\cdot7$ (порядок не важен)
Для трех троек (уже после 7-к): $\frac{5\cdot4\cdot3}{3!} = 5\cdot2$
Всего: $(8\cdot7)\cdot(5\cdot2) = 560$ (т.к. для каждой расстановки 7к сущ. 10 расстановок троек.
Случай три „7" и ~~три~~ „3", и „9":
Для трех семерок: $8\cdot7 = 56$ (из пред.)
Для тройки (после семерок): ~~6~~ 5
Для девятки (после тройки): 4
Всего: $56\cdot5\cdot4 = 56\cdot20 = 1120$
Тогда $\boxed{\text{Ответ: } 560 + 1120 = 1680}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№ 2

$(\cos 9x - \cos 5x) - \sqrt{2}\cos 4x + (\sin 9x + \sin 5x) = 0$

$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x \cos 2x = \sqrt{2}\cos(2x\cdot 2)$

$\sqrt{2}\cancel{2}\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \cancel{\sqrt{2}}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

$\sqrt{2}\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$(\sqrt{2}\sin 7x - \cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\left[\begin{array}{ll} \cos 2x = \sin 2x & (1) \\ \sqrt{2}\sin 7x = \cos 2x + \sin 2x & (2) \end{array}\right.$

(1): $\cos 2x = \sin 2x$ $\quad$ ($\cos 2x = 0$ — не является решением)

$\operatorname{tg} 2x = 1$

$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k \ (k \in Z)$

$\boxed{x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}}$

(2): $\sqrt{2}\sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x = \sin 7x$

$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 7x$

$\left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{4} = 7x + 2\pi n \ (n \in Z) \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi - 7x + 2\pi t \ (t \in Z) \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \ (n \in Z) \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi t \ (t \in Z) \end{array}\right.$

$\boxed{\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5} \\ x = \frac{3\pi}{36} + \frac{2\pi t}{9} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi t}{9} \end{array}\right.}$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi t}{9}$ $(k, n, t \in Z)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

(1): $\frac{x^{-2\ln x}}{y^{4\ln x}} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x + 4\ln x}$

$$\boxed{x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}}$$

(2): умножим на два:

$2y^2 - 2xy - 4x^2 + 16x - 8y = 0$

$(y^2 - 2xy + x^2) - x^2 - (4x^2 - 16x + 16) + (16 + y^2 - 8y) = 0$

$(y-x)^2 - x^2 - (2x-4)^2 + (y-4)^2 = 0$

$(y-2x)y + (y+2x-8)(y-2x) = 0$

$(y-2x)(2y+2x-8) = 0$

$(y-2x)(y+x-4) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} y = 2x \\ y = 4 - x \end{array}\right.$$

(1): $x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$ (прологарифмируем по осн-ю e)

$-2\ln x \cdot \ln x = (\ln y - 3\ln x) \cdot \ln y$

$-2\ln^2 x = \ln^2 y - 3\ln x \ln y$

$\ln^2 y - 3\ln x + 2\ln^2 x = 0$

$(\ln y - \ln x)(\ln y - 2\ln x) = 0$

$(\ln y - \ln x)(\ln y - \ln x^2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \ln y = \ln x \\ \ln y = \ln x^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x^2 \end{array}\right.$ ($f(x) = \ln(x)$ – монотонна)

Система принимает вид:

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 2x \\ y = 4 - x \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x^2 \end{array}\right. \end{cases}$ Рассмотрим 4 случая

~~1)~~ $\cancel{\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases} \begin{cases} 2x = 4 - x \\ y = 2x \end{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{array}\right.}$

~~2)~~ $\cancel{\begin{cases} y = 2 \cdot 1) \end{cases}}$ $\begin{cases} y = 2x \\ y = x \end{cases} \begin{cases} 2x = x \\ y = x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \notin ОДЗ \\ y = 0 \notin ОДЗ \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 \end{cases} \begin{cases} y = 2x \\ x^2 = 2x \end{cases} \begin{cases} y = 2x \\ x(x-2) = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 2x \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \in ОДЗ \\ x = 0 \notin ОДЗ \end{array}\right. \end{cases}$

$\boxed{\begin{cases} y = 4 \in ОДЗ \\ x = 2 \in ОДЗ \end{cases}}$

3) $\begin{cases} 4 - x = y \\ y = x \end{cases} \begin{cases} 4 - x = x \\ y = x \end{cases} \boxed{\begin{cases} x = 2 \in ОДЗ \\ y = 2 \in ОДЗ \end{cases}}$

4) $\begin{cases} 4 - x = y \\ y = x^2 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 4 - x \\ y = x^2 \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 4 = 0 \\ y = x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \notin ОДЗ \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \in ОДЗ \end{array}\right. \\ y = x^2 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \in ОДЗ \\ y = \frac{1+17-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \in ОДЗ \end{cases}}$

Ответ: $(2; 2)$; $(2; 4)$; $\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

$$\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 & (1) \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a & (2) \end{cases}$$

~~При~~ $|x+y+5|+|y-x+5| \geq |x+y+5+y-x+5| = |2y+10|$

1) Чтобы система имела решения

$|2y+10| \leq 10$ (иначе л.ч. из (1) >10)

$-10 \leq 2y+10 \leq 10$

$-20 \leq 2y \leq 0$

$-10 \leq y \leq 0$ (**)

2) Заметим, что ~~у~~ если $y \in [-10, 0]$, то $(-10-y) \in [-10, 0]$

3) Если (x_0, y_0) – ~~корень~~ решение, то $(x_0, -10-y_0)$ и $(-x_0, y_0)$ – ~~корень, то~~ же решения, так как:

при (x_0, y_0): $\begin{cases} |x_0+y_0+5|+|y_0-x_0+5|=10 \\ (|x_0|-12)^2+(|y_0|-5)^2=a \end{cases}$

$(=(y_0+5)^2$, т.к. $y_0 \in [-10, 0])$

при $(x_0, -10-y_0)$: $\begin{cases} |x_0-y_0-5|+|-10-y_0-x_0+5|=10 \\ (|x_0|-12)^2+(|\underbrace{-10-y_0}_{\leq 0}|-5)^2=a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |y_0-x_0+5|+|y_0+x_0+5|=10 \\ (|x_0|-12)^2+(y_0+5)^2=a \end{cases}$ ~~исходная~~ аналогичная система при $(-x_0, y_0)$: $\begin{cases} |\cancel{x} - x_0 + y_0 + 5| + |y_0 + x_0 + 5| = 10 \\ (|\cancel{-x}| - 12)^2 + (|y_0| - 5)^2 = a \end{cases}$ — аналогичная система

$(|-x| - 12)^2 = (|x_0| - 12)^2$

Значит хотя бы два из них должны совпадать, чтобы было два ~~корня~~ решения равно

3 случая:

1) $(x_0; y_0) = (-x_0; y_0) \Leftrightarrow x_0 = -x_0;\ x_0 = 0$

$\begin{cases} 2|y+5| = 10 \\ 144 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y+5 = 5 \\ y+5 = -5 \end{array}\right. \\ 144 + (|y|-5)^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 0 \\ 144 + 25 = a \end{cases} \\ \begin{cases} y = -10 \\ 144 + 25 = a \end{cases} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ ~~при $a = 169$: два корня~~

при $a = 169$: есть два ~~корня~~ решения ~~$(0; 0)$~~ $(0; 0)$ и $(0; -10)$

Д-м, что при $a = 169$ — других нет:

Д-во:

$|x + \underbrace{y + 5}_{[-5;5]}| \le 10$ (из (1))

Тогда $x \in [-15; 15]$ (*)

При $a = 169$: (2): $x^2 - 24|x| + 144 + y^2 - 10|y| + 25 = 169$

$x^2 + y^2 = 24|x| + 10|y|$

$(y^2 \le 10|y|,\ x^2 \le 24|x|)$

$y \in [-10, 0]$ $\quad x \in [-15; 15]$

Тогда только равенство: при $y = 0$, $x = 0$ ~~ч.т.д.~~

$y = -10$, $x = 0$ ч.т.д.

2) $(x_0; y_0) = (x_0, -10 - y_0) \Leftrightarrow y_0 = -10 - y_0;\ y_0 = -5$

$\begin{cases} 2|x| = 10 \\ 49 + 0 = a \end{cases}$ $\begin{cases} |x| = 5 \\ a = 49 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $(5; -5)$, $(-5; -5)$ при $a = 49$

3) $(-x_0, y_0) = (x_0; -10 - y_0) \Leftrightarrow x_0 = 0;\ y_0 = -5$

(1): $|0 - 5 + 5| + |-5 - 0 + 5| = 10$ — неверно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Д-м, что при $a = 49$ ~~есть ещё корни~~ больше нет корней

~~при $(-5; 5)$:~~

~~$|-5+5+5|+|5+$~~

(2): $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 49$

$(|x|-12)^2 \le 49$

$-7 \le |x| - 12 \le 7$

$5 \le |x| \le 19$

Тогда из (*) $x \in [-15; -5] \cup [5; 15]$

~~$(|y|-5)^2 \le 49$~~

~~$-7 \le |y| - 5 \le 7$~~

~~$-2 \le |y| \le 12$~~

~~Тогда из (☆☆): $-2 \le y \le 0$~~

Если $x \ge 5$, ~~то $x \ge 5$~~ то

$x + 5 \ge 10$, а $|x+y+5| \le 10$ и $y \in [-10, 0]$

$|10+y| \le 10$

$-10 \le 10 + y \le 0$, т.е. $y = -10$

~~$|5-10+5| + |-10-5+5| = 10$ — верно~~

$$\begin{cases} |\underset{\ge 0}{x-5}| + |\underset{\ge 0}{x+5}| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|\overset{10}{y}|-5)^2 = 49 \end{cases} \text{— не}$$

$$\begin{cases} 2x = 10 \ (x = 5) \\ (|\overset{5}{x}| - 12)^2 = 24 \end{cases} \text{— неверно}$$

3) ~~Д-м, что~~

Если $x \leq -5$, то ~~$|y+x+5| \leq$~~
$5-x \geq 10$, ~~так~~ а $|y-x+5| \leq 10$,
то аналогично $y=-10$

$$\begin{cases} |x-5|+|x+5|=10 \\ (|x|-12)^2+(10-5)^2=49 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-5 \\ (5-12)^2=24 \end{cases}$$
— неверно

Тогда при $a=49$ — два решения, ч.т.д.

$$\boxed{\text{Ответ: } 169 \text{ и } 49}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

1) $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

2) $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$

① $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

$|x+(y+5)| + |x-(y+5)| = 10$ $\quad +x \cancel{4} y+5$

1) $x \geq y+5$; $y \leq x-5$
$x \geq 0$

$x+y+5+x-y-5 = 10$ $\quad |x-(y+5)|$ $\quad -3 \; -9$

$x=5, \; y \leq 0$ $\quad -3+4=1$

2) $\cancel{x \leq y+5}$ $x \geq y+5$ $\quad -3, -9$ $\quad -y-5-x$
$x \leq 0$ $\quad |-3+4| = 1$

$|x+(y+5)| = |-3-4| = 7$ $\quad \cancel{-y+5+x}$

$-x-y-5+x-y+5 = 10$

$y+5 \quad x \quad 0$ $\quad y=-5, \; x \geq 0$

$x < 0$

$-y-5-\cancel{x}+\cancel{x}-y-5 = 10$ $\quad 2y=-20 \; y=-10 \; x \in [$

$0 \quad x \quad y+5$

$\cancel{x+y+5} + y+5 \cancel{-x} = \cancel{10}$ $\quad y=0 \quad x \in [0;5]$

$0 \quad y+5 \quad x$

$x + \cancel{y+5} + x \cancel{-y+5} = \cancel{10}$ $\quad x=0 \quad y=$

$x \quad y+5 \quad 0$

$-x \cancel{-y} \cancel{-5} + \cancel{y+5} - x = 10$ $\quad x=-5 \quad y \in [-5; 0]$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$|x-y+5|+|y-x+5|=10$

$+\ |x+y-5|$

$|-x-y+5|+|-y+x+5|=10$

$x= \quad y= \qquad y\le 0$

$x+y+5+y-x+5 = |2y+10|$

$-10\le 2y+10\le 10$

$-20\le 2y\le 0$

$\boxed{-10\le y\le 0}$ $\quad 0\le -y_0\le 10$

$-10\le$

$y=y_0,\ x$ — кд $\qquad 10-y_0$

~~$|x-y_0+5|+|y_0-x+5|=$~~

~~$|x-10+y_0+5|+|10-y_0-x+5|$~~

~~$|x-5|+|$~~

(1) Если x_0, y_0 — корень, то $x_0, -10-y_0$ — корень

~~$|x+10-y_0+5|+|10-y_0$~~

$y_0\le 10 \qquad -10-y_0 \qquad -10-y_0=y_0$

$|x-y_0-10+5|+|-y_0-10-x+5|$

$|x-y_0-5|+|y_0+x+5| \qquad 2y_0=-10$

$y_0=-5$

$-y_0-5$

$y_0=-5$

$((|-y_0-10|-5)^2$

~~$|x|+|x|$~~

$(y_0+5)^2$

$2|x|=10$

$|x|=5 \qquad a=49$

$-x_0,\ -10-y_0$

$|-x_0-y_0-5|+|y_0-x_0+5| \qquad 49=a$ $\boxed{\begin{matrix}5;-5\\-5;-5\end{matrix}}$

$|x_0$

$(x_0, -10-y_0); (-x_0; -10-y_0); (x_0, y_0)$

1

$(|y|-5)^2=a$

$y^2-2|y|+25$

$y^2-10|y|+x^2-24|x|=0$

$y^2\le 10|y|$

$x^2\le 24|x|$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9261 = 1029 \cdot 9 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7 \cdot 49 =$

$= 3^3 \cdot 7^3$

$1029 : 3 = 343$

1) $3: 7''$; $3: 3''$

2) $3: 7''$; $1: 9''$; $1, 3''$

$$\frac{8\cdot6\cdot7\cdot5\cdot4\cdot3}{8\cdot6\cdot7\cdot5\cdot4} = \frac{8\cdot6\cdot7\cdot5\cdot4\cdot4}{(40\cdot6\cdot7\cdot4\cdot4)}$$

$240 \cdot 28 \cdot 4 = 240 \cdot 112$

$240 \cdot 112 = 26880$

N2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

N3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

~~$y(y-x) - 2x^2$~~

cos cos

cos + cos sin

$\cos 9x + \sin 5x$

$\cos 9x - \cancel{\sin 5x}$

$\cos 9x - \cos 5x = -2\sin 7x \sin 2x$

$+ \sin 9x + \sin 5x = 2\sin 7x \cos 2x$

$\sqrt{2}\,2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \cancel{\sqrt{2}}\cos 4x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\cos 9x = \cos(5x+4x) = \cos 5x\cos 4x - \sin 5x \sin 4x$

$\sin 9x = \sin 5x\cos 4x + \sin 4x\cos 5x$

$\cos 5x\cos 4x - \sin 5x\sin 4x + \sin 5x\cos 4x + \sin 4x\cos 5x -$

$- \cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2}\cos 4x$

~~$\cos 4x(\cos 5x + \sin 5x - 1)$~~

$\cos 5x(\cos 4x + \sin 4x - 1)$

$\sin 5x(\cos 4x + \sin 4x - 1)$

$\sin 4x(\cos 5x - \sin 4x)$

$\cos 4x(\cos 5x +$

$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2}$

$x\cos 4x + \sin 4x\cos 5x - \cos 5x + \sin 5x\cos 4x -$

$- \sin 5x\sin 4x + \sin 5x = \sqrt{2}\cos 4x$

$(\sin 5x - \cos 5x) - \sin 4x(\sin 5x - \cos 5x) =$

$= (1 - \sin 4x)(\sin 5x - \cos 5x) + \cos 4x(\sin 5x + \cos 5x)$

$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x\cos 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

$-\sqrt{2}\sin 7x(\sin 2x + \cos 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2}\sin 7x) = 0$

1 2

$\cos 2x = 0$ не корень

2 $\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2}\sin 7x = 0$

$\cos 2x = \sin 2x - \sqrt{2}\sin 7x$

~~$\frac{1}{\sqrt{3}}\cos 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}\sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sin 7x$~~

~~$\cos 2x$~~

$\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}\sin 7x$

$\sin 2x\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x = \sin 7x$

$(\sin(2x - \frac{\pi}{4})) = \sin 7x$

$\left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{4} = 7x + 2\pi k \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - 7x + 2\pi n \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 5x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 9x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k \\ x = \frac{5\pi}{36} + \frac{2}{9}\pi n \end{array}\right.$

1 $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$tg 2x = -1$

$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi t$

$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi t}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $(x_0; -10-y_0) = (-x_0; -10-y_0)$

$x_0 = -x_0$

$x_0 = 0$

$\begin{cases} 2|y+5| = 10 \\ 144 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$ $\quad |y+5| = 5$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=-10 \end{array}\right. \\ \cancel{144} \end{cases}$ $\quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ 144+25=a \end{cases} \\ \begin{cases} y=a-10 \\ a=169 \end{cases} \end{array}\right.$ $\quad x_0 = 0$

$(0;0)$; $(0;-10)$

$|y+5$

2) $(x_0; -10-y_0) = (x_0; y_0)$

$2y_0 = -10$

$y_0 = -5$

$2|x| = 10$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-5 \end{array}\right. \\ 49 = a \end{cases}$

$x?$

$|y-x+5| \le 10$

$-10 \le y+5-x \le 10$

$-10 \le -10-x \le 10$

$(-x_0; -10-y_0) = (x_0; y_0)$ $\quad 0 \le -x \le 20$

$x_0 = 0$ $\quad x$

$y_0 = -5$ $\quad \varnothing$ $\quad -10 \le -x \le 10$

$x^2+y^2+120 \le 24|x| + 10|y|$

$9|x| \vee 120$

$3|x| \vee 40$ $\quad 3$ $\quad 5$

$-5; 5$ $\quad 2-5$ $\quad 20-5$

$18 + |5|$ $\quad |y|-5$ $\quad 24$

№7

$$\begin{cases} y \ge 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$$

$y \in [\ ;\ )$

$76 + 2(2^{32}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2^{33}x - 2x > 2^x + 3\cdot 2^{34}$

при x=2: $76 + 2^{34} - 2x \vee 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$76 - 2x \vee 2^x + 2^{34}$

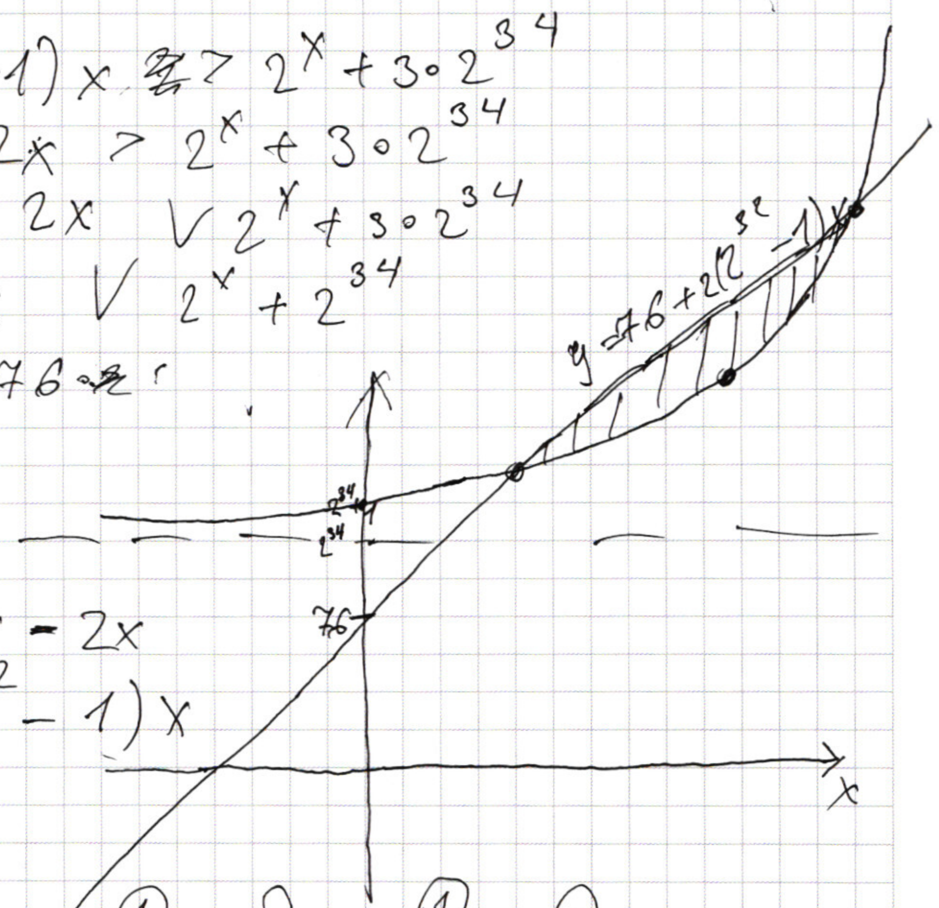
при $x > 4$: 76

$y \ge$ п. 4.

$y <$

$76 + 2^{33}\cdot x - 2x$

$76 + 2(2^{32}-1)x$



1 0 1 0

$|y|\ (|x| - 12)\ |-y$

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32}-1)x$

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + x\cdot 2^{33} - 2x$

$2^0\ 2^1\ 2^2$

1 2 1

$\times \begin{array}{r} 441 \\ 21 \\ \hline 441 \\ 882 \\ \hline 9261 \end{array}$

8°

6!

123456

$\dfrac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}\cdot\dfrac{5\cdot 4\cdot 3}{3!}$

$x+5$

$\dfrac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}\cdot 5\cdot 4$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$

$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{4\ln x}} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$

$\cancel{y = x}$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - 2\cdot\frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}x^2 - 2{,}25x^2 + 8x - 4y = 0$

$(y - \frac{1}{2}x)^2 -$

$y^2 - 2\cdot\frac{1}{2}xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - 2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{3}y - 2{,}25x^2 + \frac{1}{4}x^2$

$-2x^2 + 8x - xy = -x(2x - y$

$y^2 - 4y + 4 -$

$2y^2 - 2xy - 4x^2 + 16x - 8y = 0$

$y^2 - 2xy + x^2 + y^2 - 8y - 5x^2 + 16x = 0$

$(y-x)^2 + (y-4)^2 - 5x^2 + 16x - 16 = 0$

$(y-x)^2 + (y-4)^2 - (4x^2 - 16x + 16) - x^2 = 0$

$(y-x)^2 + (y-4)^2 - (2x-4)^2 - x^2 = 0$

$(y - x - 2x + 4)(y - x + 2x - 4) + (y - 4 - x)(y - 4 + x) = 0$

$(y - 3x + 4)(y + x - 4) + (y - x - 4)(y + x - 4) = 0$

$(y + x - 4)(y - 3x + 4 + y - x - 4) = 0$

$(y + x - 4)(2y - 4x) = 0$ $|-10 + y + 5|$

$\left[\begin{array}{l} y = 4 - x \\ y = 2x \end{array}\right.$ $|-x + y + 5| \le 10$ $y \le -5$

$x^2 + x - 4 = 0$

$D = 1 + 16 = 17$

$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

$x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$

$y = \frac{1 + 17 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

$4 - x = \frac{8 + 1 - \sqrt{17}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\left[\begin{array}{l} y=4-x \\ y=2x \end{array}\right.$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y^4/x^7)}$

① $(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\frac{2}{x^6}}$

$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$

$= 4 - 2 - 2 + 8 - 8$

$x=1 \quad y=3 \quad 1-3-2+8-4$

$(x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$

$x^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2x - 3\ln x}$

$x^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 2\ln x}$

$x^{-2\ln x} = 2^{\ln 2 - 2\ln x} \cdot x^{\ln 2} \cdot x^{-2\ln x}$

$x^{-2\ln x}(1 - 2^{\ln 2 - 2\ln x} \cdot x^{\ln 2}) = 0$

$2^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x} \cdot 2^{-2\ln x} = 1$

$2^{\ln 2 + \ln x - 2\ln x} = 1 = 2^0$

$\ln 2 + \ln x - 2\ln x = 0$

$\ln^2 y - 3\ln x \ln y + 2\ln^2 x = 0$

$\ln 2 = \ln x$

$(\ln y - 2\ln x)(\ln y - \ln x)$

$2 = x$

$(-2\ln x + 3\ln y)\ln x = \ln y \cdot \ln y$

$\boxed{\begin{array}{l} y=2 \\ y=4 \end{array}}$

$x=2$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3\ln x}}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$x^{-2\ln x + 3\ln y} = y^{\ln y}$

$D = 1 \pm \sqrt{17}$

$= \frac{1+\sqrt{17}}{2}$

$18 - 2\sqrt{17}$

$12 + 5 + x$

$|x+17| + |17 - x| = 10$

$y = 12$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)