

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) Разложим число 9201 на простые множители: $9201 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = 3^2 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7 \cdot 7^2 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow 8\text{-ми}$

значное число будет состоять из множеств $\vec{z} = \{ \underbrace{3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7}_{8 \text{ цифр}} \}$ $n_3 = 3$
 $n_7 = 3$
 $n_1 = 2$

2) Элемент по формуле перестановок без повторений: $N = \frac{8!}{n_3! \cdot n_7! \cdot n_1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6 \cdot 2} = 16 \cdot 35 = 560$
Ответ: $N = 560$.

№ 2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$(2 \sin 7x \cdot \cos 2x - 2 \sin 7x \cdot \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = \rightarrow$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x)) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) \left(2 \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2} \cdot \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) \cdot \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = -\frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5} \\ X = \frac{3\pi}{30} + \frac{2\pi n}{9} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$X = \frac{3\pi}{30} + \frac{2\pi n}{9}$$

$$X = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

Ответ:

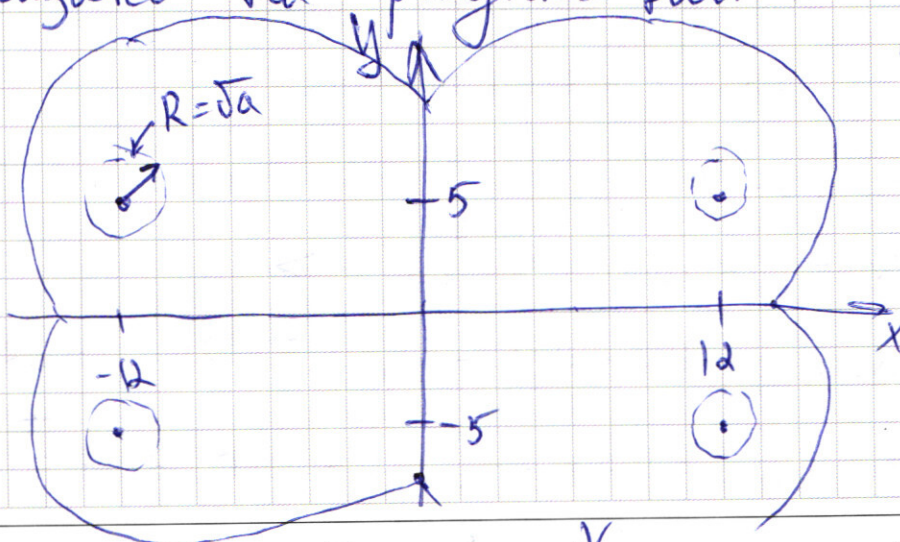
$$\begin{cases} X = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ X = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5} \\ X = \frac{3\pi}{30} + \frac{2\pi n}{9} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

№5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases} \quad (1)$$

$$, a \geq 0 \quad (2)$$

2) При раскрытии модулей для x и y на всех четвертях плоскости xy получаются окружности либо их части, как показано на рисунке ниже:



и их радиус равен $R = 5a$
 $a \geq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

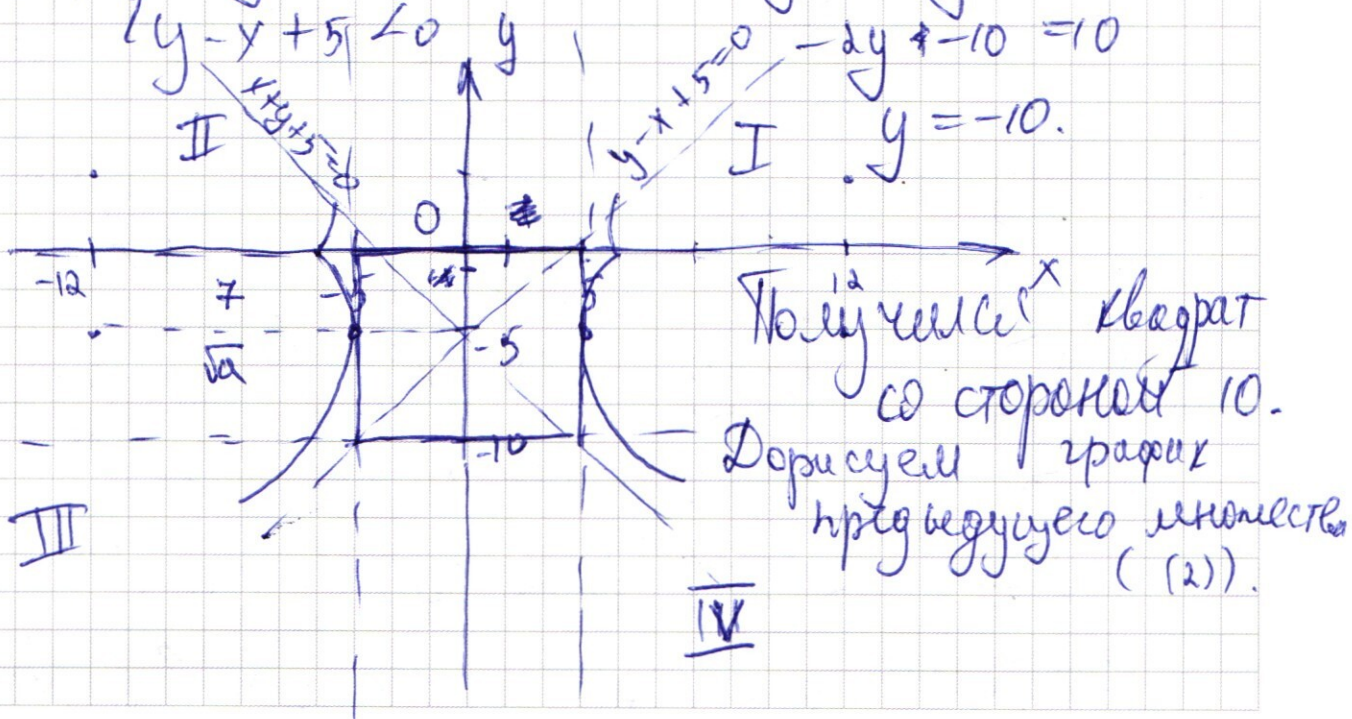
$$1) |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$1.1) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} : \begin{aligned} x+y+5+y-x+5 &= 0 \\ 2y+10 &= 0 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

$$1.2) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases} : \begin{aligned} x+y+5-y+x-5 &= 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$1.3) \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} : \begin{aligned} -x-y-5+y-x+5 &= 10 \\ -2x &= 10 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$1.4) \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases} : \begin{aligned} -x-y-5-y+x-5 &= 10 \\ -2y-10 &= 10 \\ y &= -10 \end{aligned}$$



На рисунке видно, что квадрат касается по одному разу с окружностью от III и IV четвертей, в остальных случаях нет $\Rightarrow$ кол-во решений будет равно 2:

$$R = \sqrt{a} = 7 \rightarrow a = 49 \quad \text{Ответ: } a \in \{49\}$$

№3

1) Разделим 2 уравнение:

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y + (8x - 2x^2) = 0$$

$$D = (x+4)^2 - 4(8x - 2x^2) = x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$$

$$y_2 = \frac{x+4-3x+4}{2} = 4-x$$

2) ОДЗ системы:

$$\begin{cases} x^2 y^4 > 0 \\ x \cdot y > 0 \\ x \neq 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{x^2} > 0 \\ x \neq 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\neq y = 2x, \quad y > 0, \quad x > 0$$

$$\begin{aligned} (x^2 \cdot 16 \cdot y^4) - \ln x &= (2x)^2 \ln \frac{2}{x^6} \\ (16 \cdot x^6) - \ln x &= (2x)^2 \ln \frac{2}{x^6} \\ (16 \cdot x^6) - \ln x &= (2x)^2 \ln 2 - (2x)^2 \cdot 6 \ln x \end{aligned}$$

$$\left(\frac{16}{64}\right)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2} \Leftrightarrow 4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

Подбором $x=2$, где части ур. $\uparrow$ возрастают

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow x - \text{единственный} \quad x=2 \Rightarrow y=4.$$

$$3) \quad y = 4-x, \quad y > 0, \quad x < 4 :$$

$$(4-x)^4 \cdot x^2 - \ln x = (4-x) \ln \frac{4-x}{x^2}$$

$$(4-x)^4 \ln x - x - 2 \ln x = (4-x) \ln(4-x) \cdot (4-x)^{-7 \ln x}$$

$$(4-x)^3 \ln x - x - 2 \ln x = (4-x) \ln(4-x) \cdot \frac{1}{(4-x)}$$

$$x^{2 \ln x} = (4-x) \ln x^3 - \ln(4-x)$$

$$x^{2 \ln x} = (4-x) \ln \frac{x^3}{4-x}$$

Подборкой $x=2$ и обе части монотонно
возрастают на $0 < x < 4 \Rightarrow x=2$ - ед. корень
 $\Rightarrow y=2.$

Ответ: $(2; 2)$ и $(2; 4).$

№7

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$\text{Пусть } y_1 = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y_2 = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

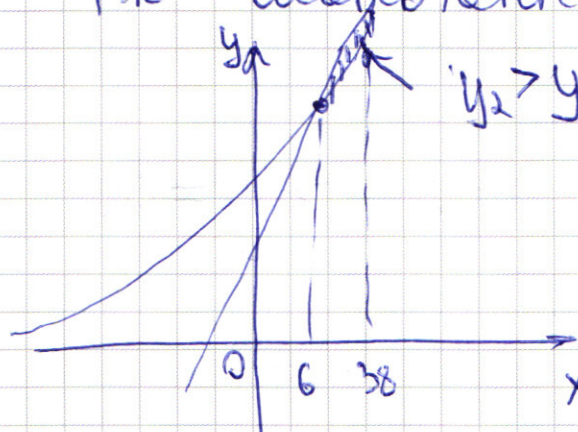
$$\text{Тогда пусть } \Delta y(x) = y_2(x) - y_1(x) =$$

$$= 2^x + 2x - 2^{33}(x-6) - 76$$

$$\text{Пусть } x=6 : \Delta y(6) = 2^6 + 12 - 0 - 76 = 0$$

$$2x - 76 = 0 \quad x=38, \text{ попробуем еще: } \Delta y(38) = 0$$

значит y_1 и y_2 пересекаются 2 раза,
т.к. монотонно возрастают:



$y_2 > y \geq y_1$. Теперь рассмотрим $\Delta y(n)$, где $n \in N$
 $6 \leq n \leq 38$

Тогда кол-во решений для $x=n$ будет $\Delta y(n) = y_2 - y_1$,
 y_2 и y_1 — целые числа при $n \in N$.

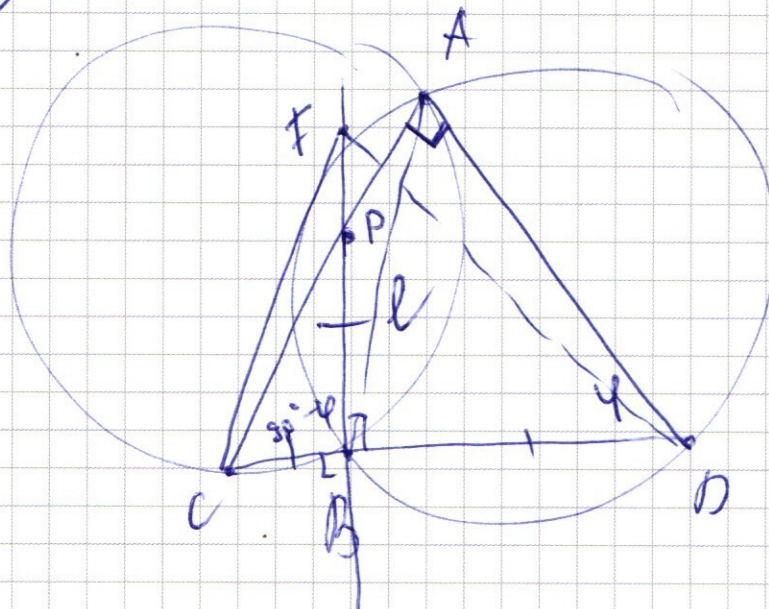
Всего пар: $N = \sum_{n=6}^{38} \Delta y(n)$, $n=6, 38$ — не рассматриваются, они не дают реш, то есть 0.

$$\begin{aligned} N &= \sum_{n=7}^{37} (76 - 3 \cdot 2^{34}) - \\ &- 2(2^{32} - 1) \sum_{n=7}^{37} n - \sum_{n=7}^{37} 2^n = \\ &= 31(76 - 3 \cdot 2^{34}) - 2(2^{32} - 1) \cdot \left(\frac{37 \cdot 38}{2} - \frac{6 \cdot 7}{2} \right) - \\ &- (2^{37} - 2^6) = 31(76 - 3 \cdot 2^{34}) - \\ &- 1365 \cdot (2^{32} - 1) - 2^{37} + 2^6 = \\ &= 2356 - 93 \cdot 2^{34} - 1365 \cdot 2^{32} + 1365 + 2^6 - 2^{37} = \\ &= 3721 + 2^6(1 - 93 \cdot 2^{28} - 1365 \cdot 2^{26} - 2^{31}) \end{aligned}$$

Ответ: $3721 + 2^6(1 - 93 \cdot 2^{28} - 1365 \cdot 2^{26} - 2^{31})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

u6



1) по Т. синусов в $\triangle ACB$ и $\triangle DAB$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{\sin \varphi} = 2R = 20 \\ \frac{L}{\sin(90^\circ - \varphi)} = 20 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \cos \psi$$

$$\varphi = 45^\circ$$

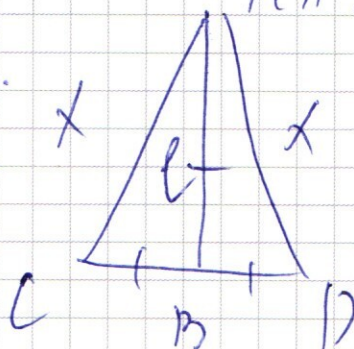
$$l = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

2) $FB = BN$, wo $\angle ACB = \angle PBC = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow T_F = T_P$

$$T.K \neq B = CB = BD \Rightarrow A \neq D - \text{равнознач.}$$

$$\Rightarrow T.F = T.H \neq (A)$$

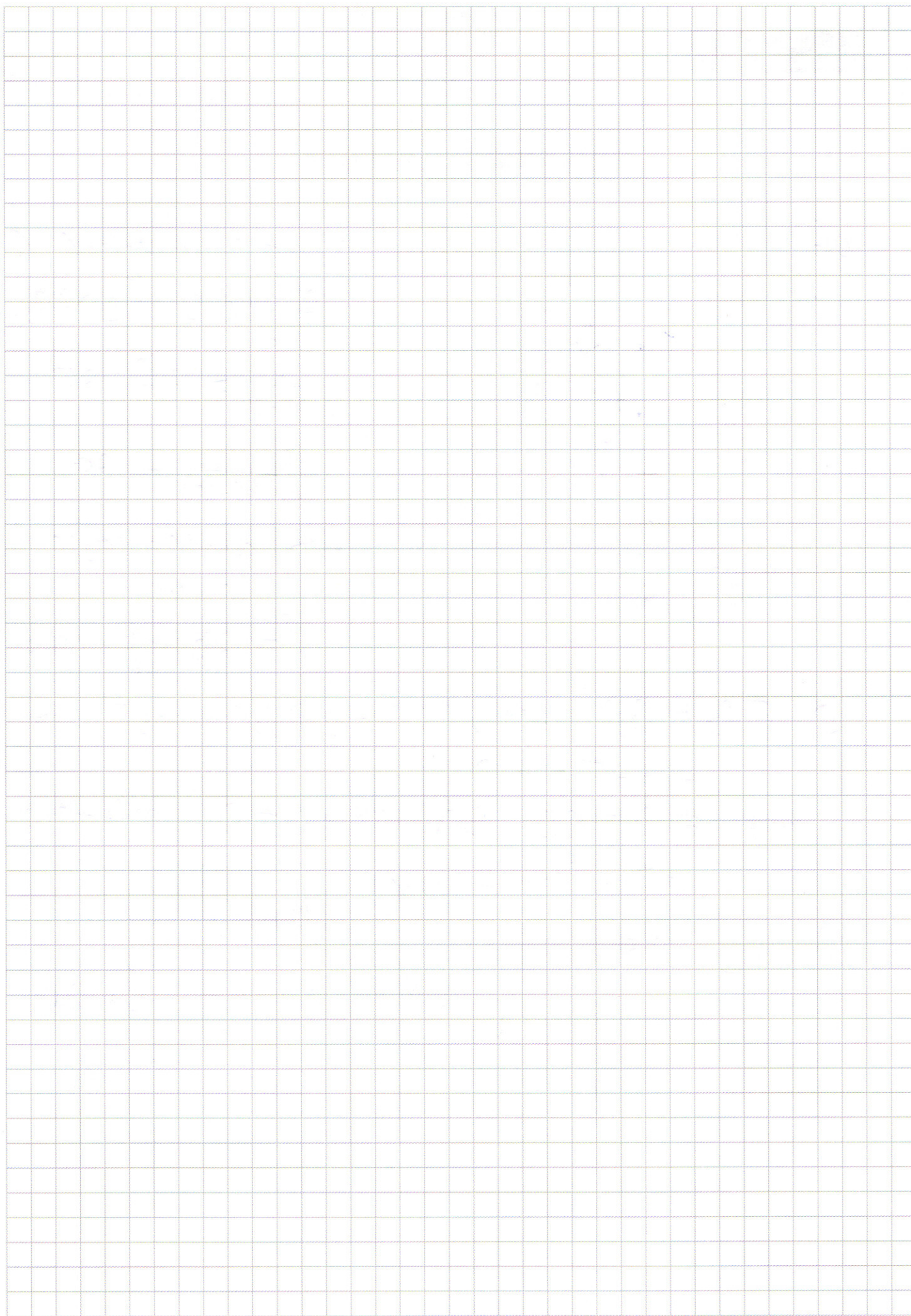
3) uz h.2.



$$F_B = l \Rightarrow$$

$$CF = X = l\sqrt{2} = 20$$

Other: $CF = 20$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$b) \Delta y(n) = 76 + 2(2^{32} - 1)n - 3 \cdot 2^{34} - 2^n$$

$$N = \sum_{n=7}^{37} (76 - 3 \cdot 2^{34}) - 2(2^{32} - 1) \sum_{n=7}^{37} n - \sum_{n=7}^{37} 2^n =$$

$$= 37 \cdot (76 - 3 \cdot 2^{34}) - 2(2^{32} - 1) \cdot \left(\frac{37 \cdot 38}{2} - \frac{6 \cdot 7}{2} \right) -$$

$$- (2^{37} - 2 - 2^6 + 2) =$$

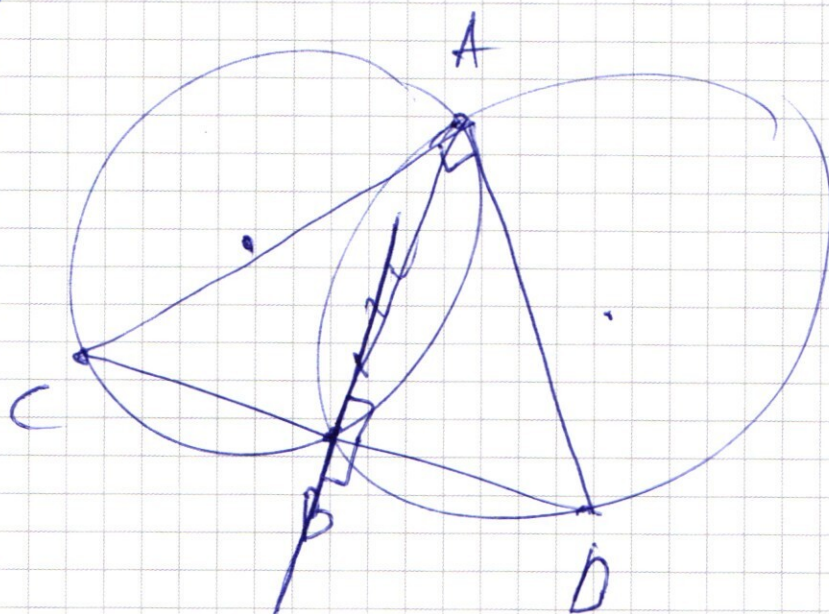
$$= 37(76 - 3 \cdot 2^{34}) - 1365(2^{32} - 1) -$$

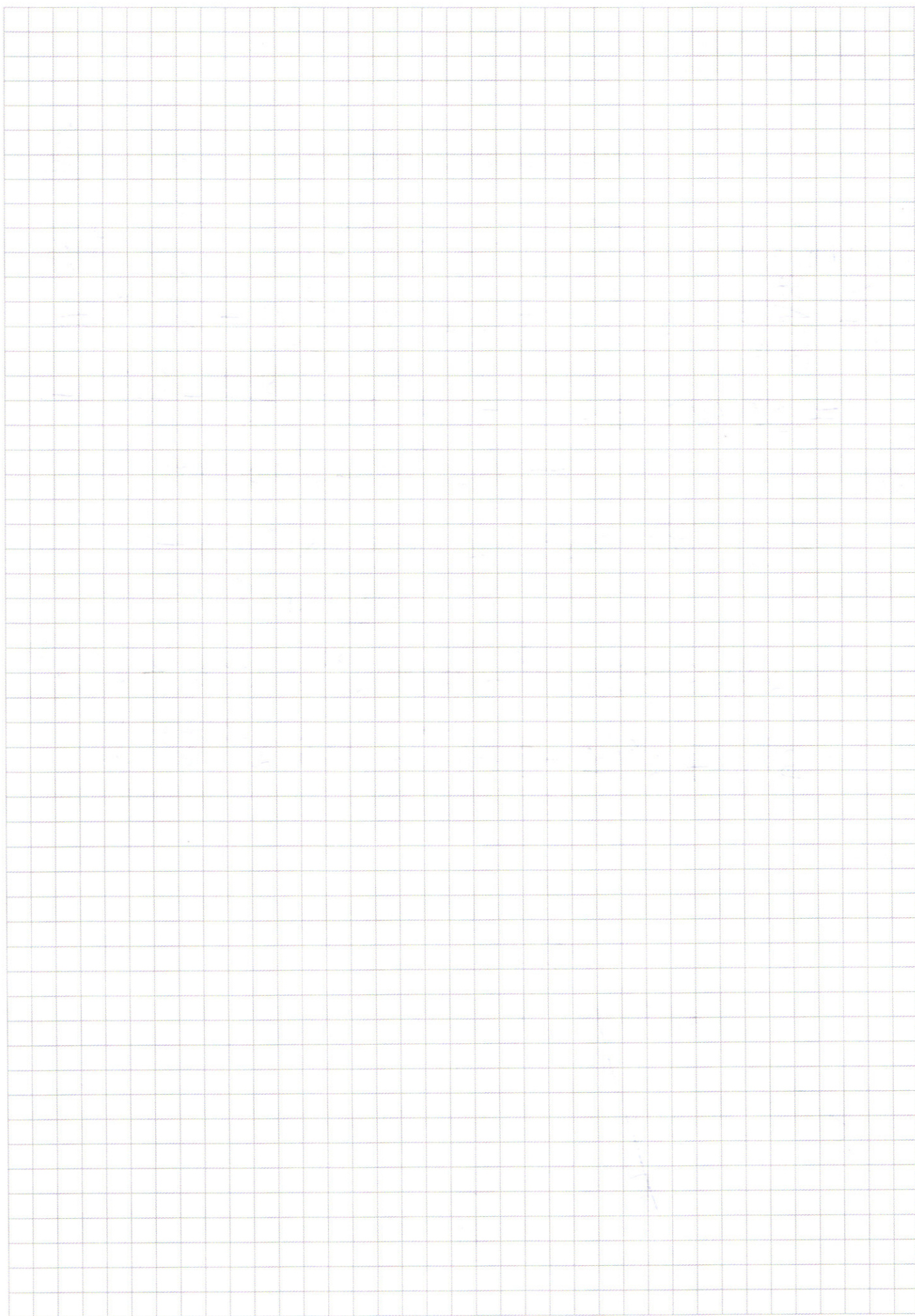
$$- 2^{37} + 2^6 =$$

$$= 2356 - 93 \cdot 2^{34} - 1365 \cdot 2^{32} + 1365 + 2^6 - 2^{37}$$

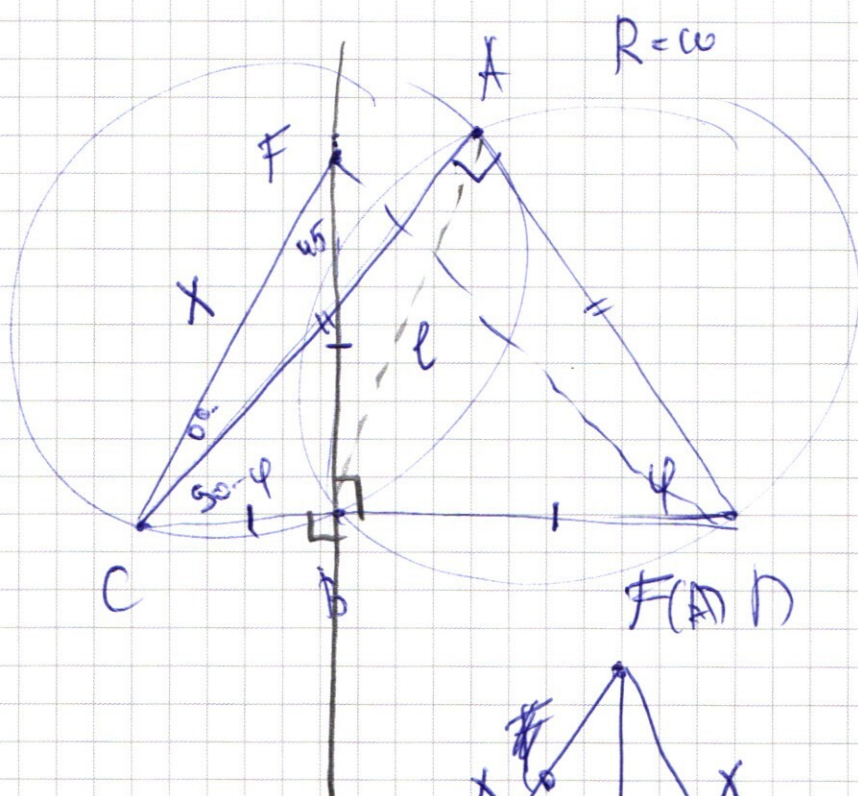
$$= 3721 + 2^6(1 - 93 \cdot 2^{28} - 1365 \cdot 2^{26} - 2^{31}).$$

№ 6





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



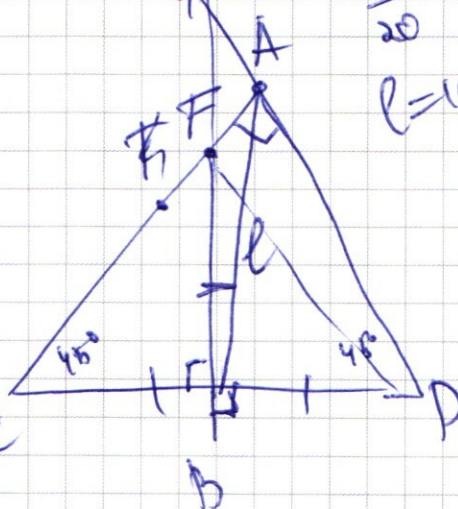
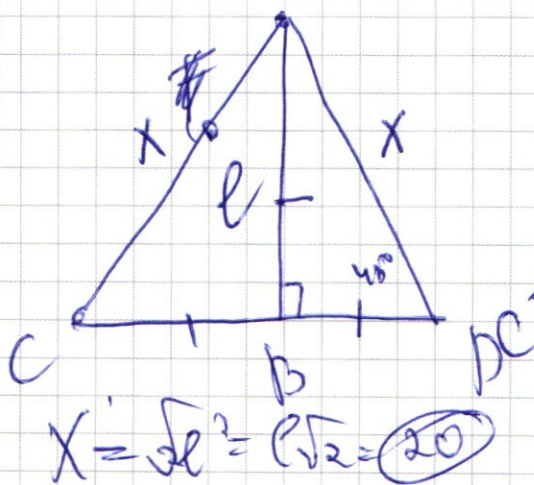
$$\frac{l}{\sin \varphi} = 2R = 20$$

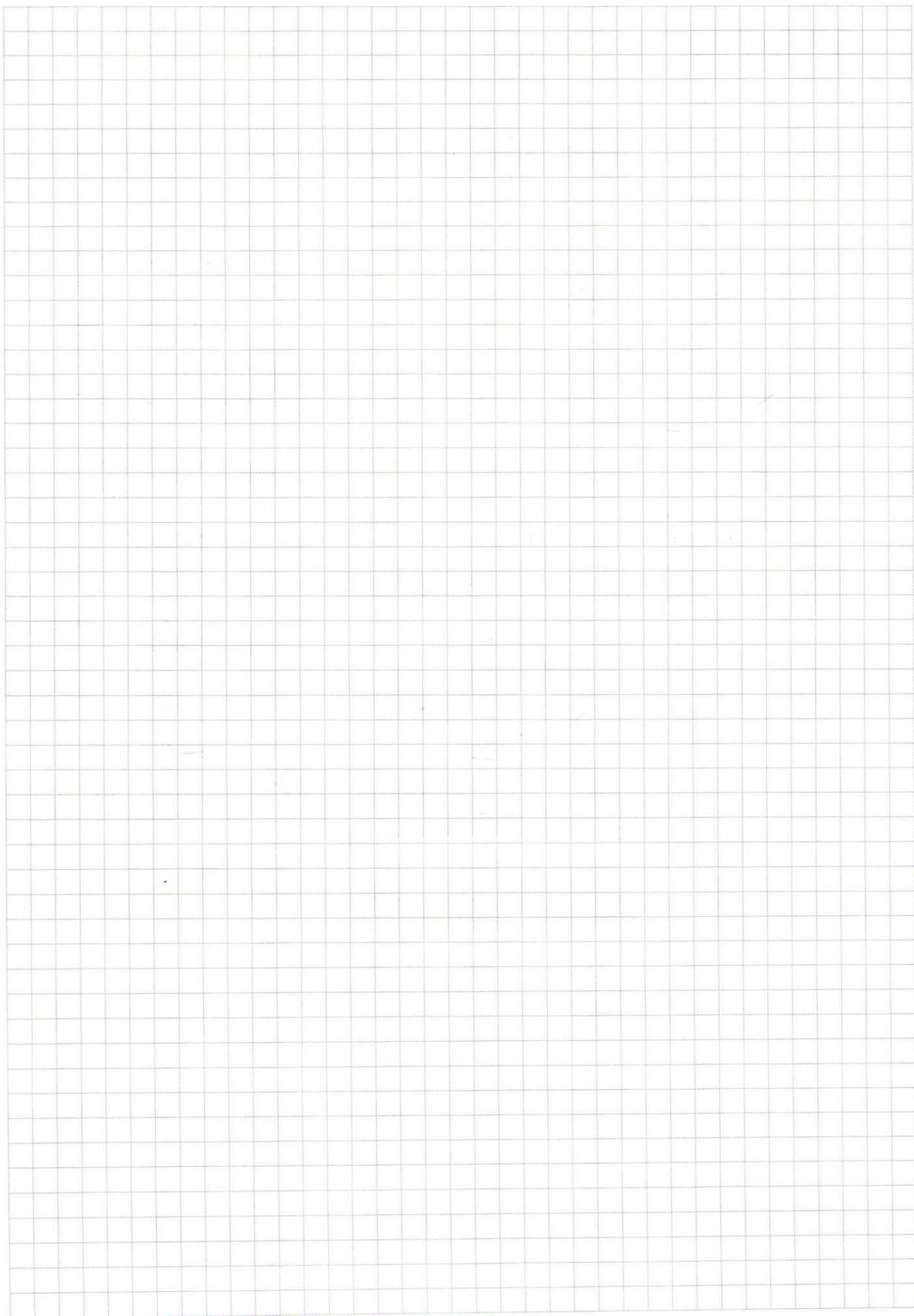
$$\sin \varphi = \frac{l}{20}$$

$$\frac{e}{\sin(90^\circ - \varphi)} = 20$$

$$\cos \varphi = \frac{e}{20}$$

$\Rightarrow \ell = 45 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\ell = 10\sqrt{2}$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.05 5.05

$$\sqrt{3} \quad (x^2 y^4) - \ln x = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \quad (1)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$

одз:
 $x \neq 0$
 $y \neq 0$
 $x^2 y^4 > 0$

$$1) \quad y \ln y - \ln x^2 = y \ln y - 2 \ln x$$

$$(x^2 y^4) - \ln x = y \ln y - 2 \ln x$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (y^{-4 \ln x}) = y \ln y - 2 \ln x$$

$$x^{-2 \ln x} = y \ln y - 2 \ln x + 4 \ln x$$

$$x^{-2 \ln x} = y \ln y - 2 \ln x$$

$$2) \quad y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y + (8x-2x^2) = 0$$

$$D = (x+4)^2 - 4 \cdot (8x-2x^2) =$$

$$= x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 =$$

$$= (3x)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot x + 16 = (3x-4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}; y_1 = \frac{x+4+3x-4}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

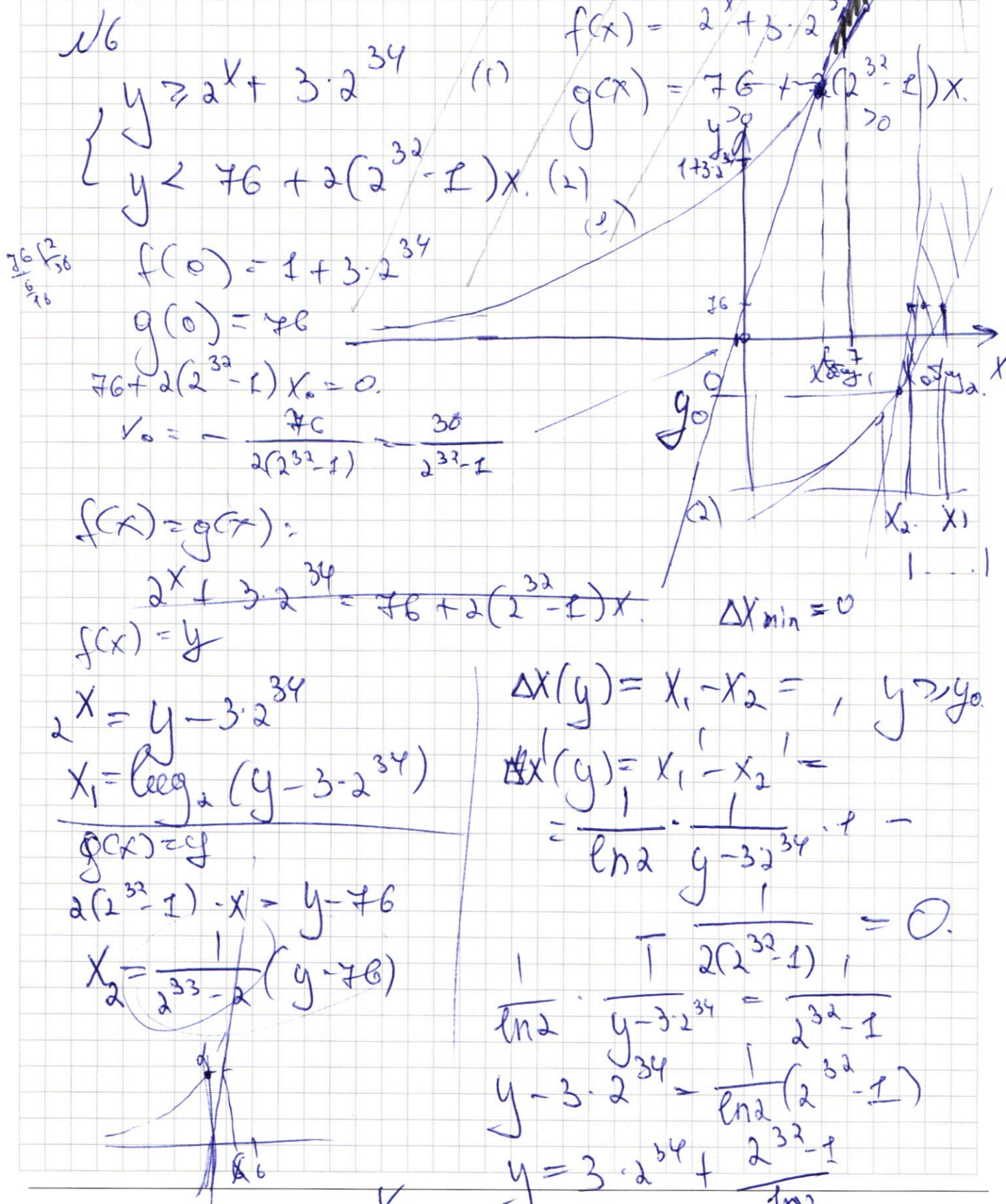
$$y_2 = \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4$$

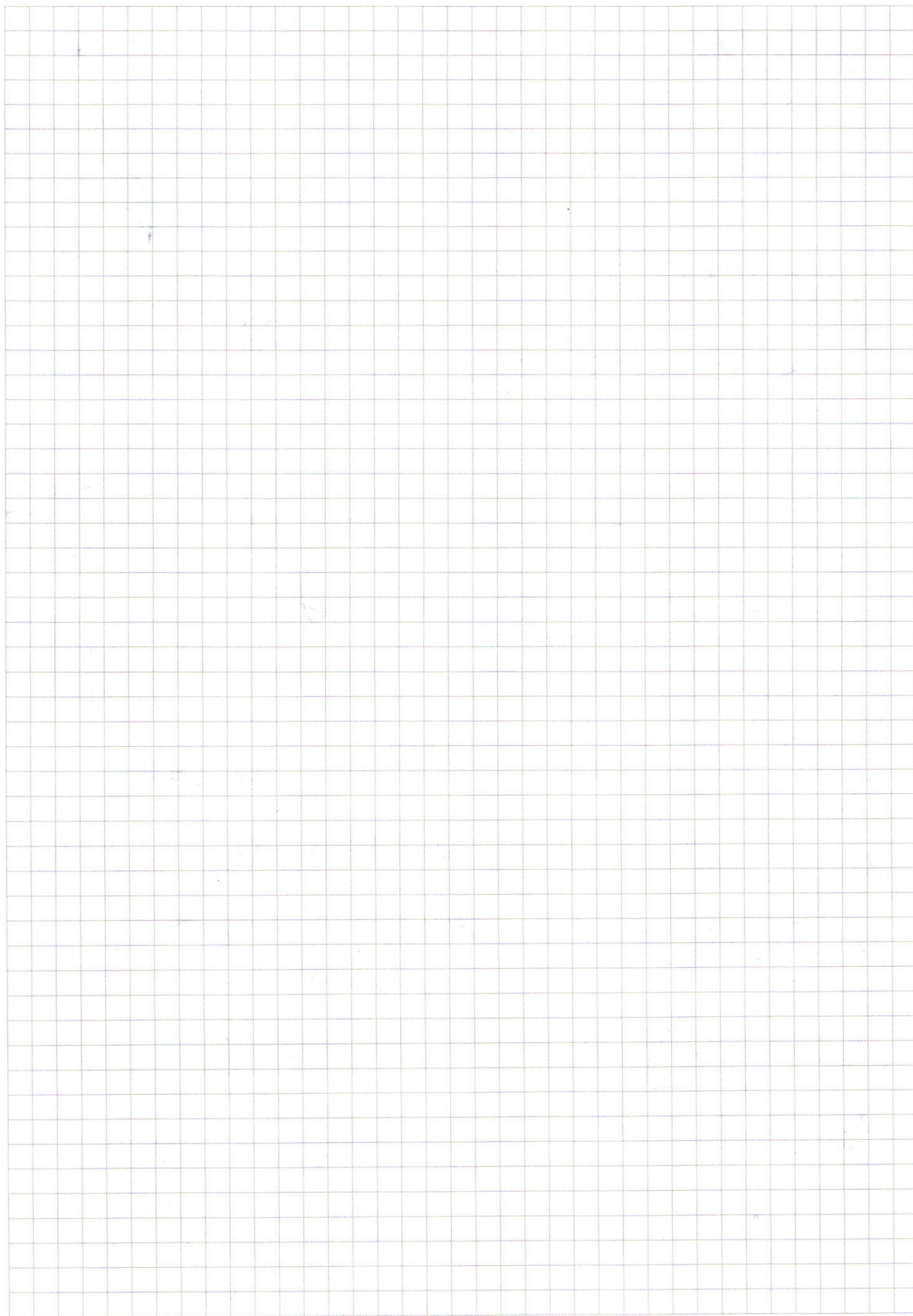
$y > 0 \quad x > 0$
 3) $y = 2x$: $(x^3 \cdot 16 \cdot x^4)^{-\ln x} = 4(2x)^{\ln(\frac{2x}{x^4})}$
 $2^x = 2 \cdot 3^x$
 $2 = (\frac{2}{3})^x$
 $\ln y = \ln 6$
 $y = \log_6 6$
 $f(z) = \ln z$
 $z > 0$
 $f(z) \uparrow$ на $z > 0$
 $\ln x = \log_2 2 \cdot \log_2 x$
 $\ln x = \log_2 2 \cdot \log_2 x + \log_2 x$
 $\ln x = \log_2 x$
 $x = 2$
 $y = 4$

4) $y = 4 - x$: $(x - 4)^x x^2 = (4 - x)$
 $y > 0$: $x < 4$
 $x > 0$:
 $(4 - x)^{3 \ln x} \cdot x^{-2 \ln x} = (4 - x)^{\ln(4 - x)}$
 $x^{2 \ln x} = (4 - x)^{\ln x^3 - \ln(4 - x)}$
 $x^{2 \ln x} = (4 - x)^{\ln \frac{x^3}{4 - x}}$
 $x = 4 - x \Rightarrow x = 2$
 $2^{2 \ln 2} = 2^{\ln \frac{8}{2}}$
 $x = 2$

Проверка: $(2^3 \cdot 4)^{-\ln 2} = 4^{\ln \frac{4}{2^2}}$
 $(4)^{-5 \ln 2} = 4^{-5 \ln 2}$
 $(4 \cdot 2^0)^{-\ln 2} = 2^{\ln \frac{2}{2^2}}$
 (2^6)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}{3^3} = \frac{1120}{27}$$

$$9261 = \prod_i a_i$$

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^3$$



$$\sin\left(\frac{y}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{2} - x + y - \frac{\pi}{2}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2} - x - y + \frac{\pi}{2}}{2} = -2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x+y}{2}\right)$$

$$\cos x - \cos y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(y - \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\sqrt{2} \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin \frac{14x}{2} \cdot \cos \frac{4x}{2} = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$(2 \sin 7x \cdot \cos 2x - 2 \sin 7x \cdot \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 4x = \cos(2 \cdot 2x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x =$$

$$= (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

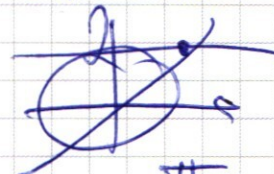
$$2 \sin 7x$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$(\tan 2x = 1$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin 4x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

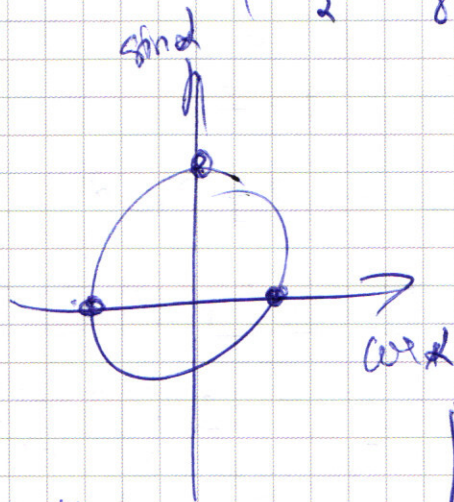


$$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\sin 7x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0.$$

$$2 \sin \frac{7x + \frac{\pi}{4} - 2x}{2} \cdot \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$2 \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0.$$



$$\begin{cases} \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{4}{\pi} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$

$$\begin{cases} 5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n \\ 9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \end{cases}$$

$$-4x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$$

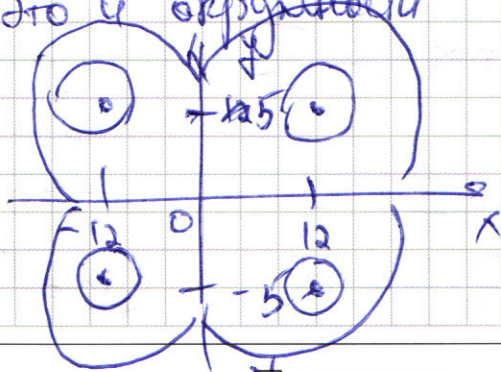
$$x = \frac{5\pi}{30} + \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\sqrt{5} \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10. & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \quad (2)$$

2) Это и окружности с радиусом $R = \sqrt{a}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq -x - 5$$

1) $|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

1.1) $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$: $\begin{aligned} x+y+5 + y-x+5 &= 10 \\ 2y+10 &= 10 \end{aligned}$

1.2) $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$

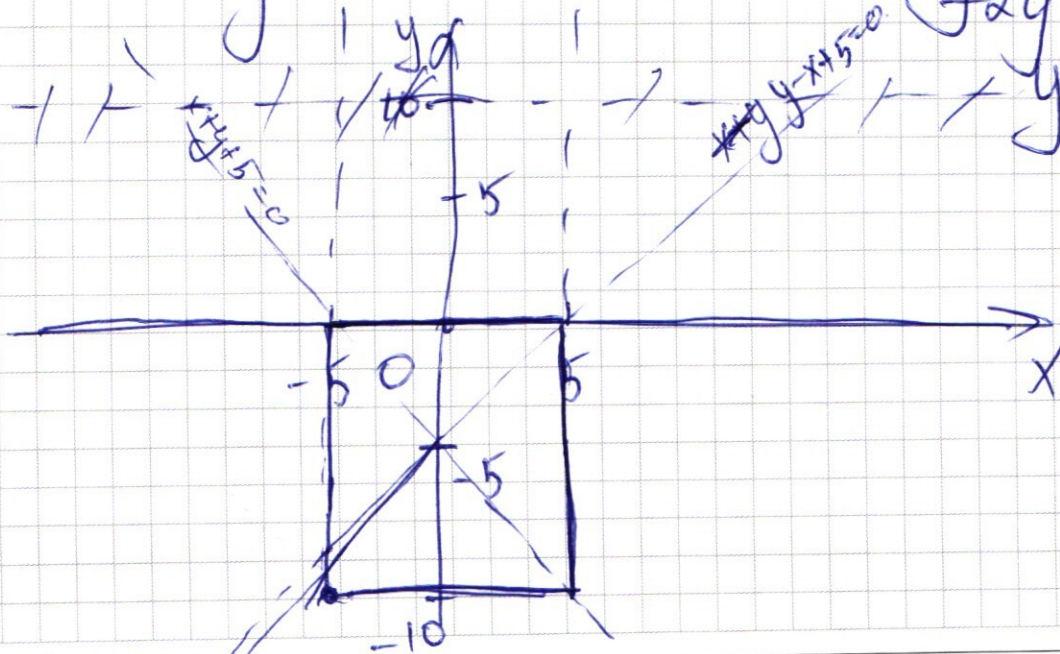
$\begin{aligned} x+y+5 - (y-x+5) &= 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$

1.3) $\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$

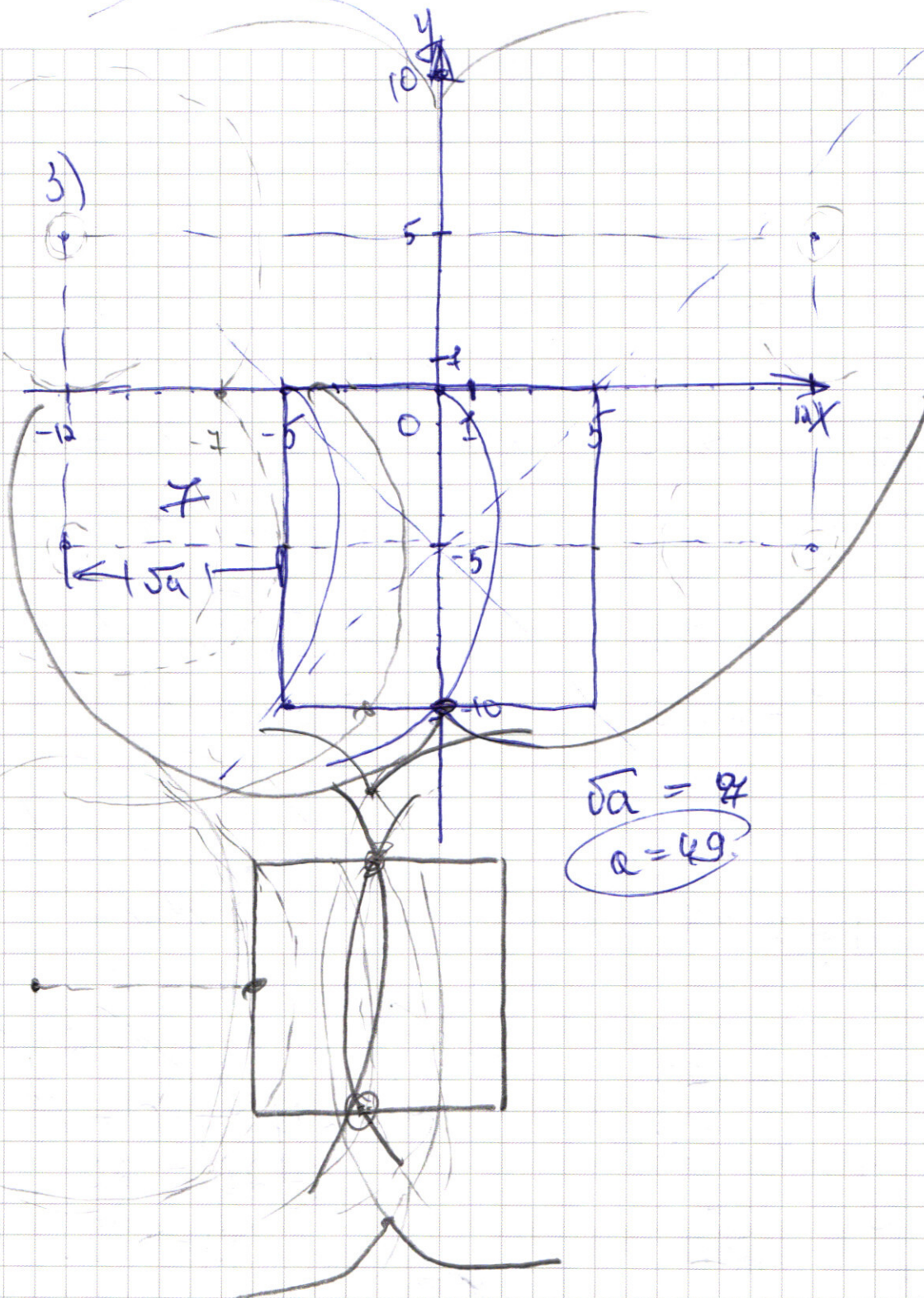
$\begin{aligned} -x-y-5 + y-x+5 &= 10 \\ -2x &= 10 \\ x &= -5 \end{aligned}$

1.4) $\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$

$\begin{aligned} -x-y-5 - (y-x+5) &= 10 \\ -2y-10 &= 10 \\ -2y &= 20 \\ y &= -10 \end{aligned}$



3)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 1) \quad 76 + 2(2^{32} - 1)X &= 2^X + 3 \cdot 2^{34} \\
 X &= \frac{2^{32}(3 \cdot 2 - 1) + 1}{2^{32} - 1} + 1 = \frac{5 \cdot 2^{32} + 1}{2^{32} - 1} + 1 = \frac{5 + \frac{1}{2^{32}}}{1 - \frac{1}{2^{32}}} + 1 \approx 6 \\
 X &\leq 6 \\
 X &\rightarrow 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad X=6: \quad 2^6 + 3 \cdot 2^{34} &= 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 6 \\
 2^6(1 + 3 \cdot 2^{28}) &= 2(38 + 6 \cdot 2^{32} - 6) \\
 2^5(1 + 3 \cdot 2^{28}) &= 38 + 6 \cdot 2^{32} - 6 \\
 2^4(1 + 3 \cdot 2^{28}) &= 19 + 3 \cdot 2^{32} - 3 \\
 2^4 + 3 \cdot 2^{32} &= 16 + 3 \cdot 2^{32}
 \end{aligned}$$

$$2 \Rightarrow X_{\text{одн}} = 6 \quad Y_{\text{одн}} = 2^6 + 3 \cdot 2^{34} =$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \Delta y(x) &= y_2 - y_1 = 76 + 2(2^{32} - 1)X - 2^X - 3 \cdot 2^{34} \\
 \Delta y(x) &= 0 + 2(2^{32} - 1) - 2^X \ln 2 - 0 = 2(2^{32} - 1) - \ln 2 \cdot 2^X \\
 X &= \log_2 \frac{2(2^{32} - 1)}{\ln 2} = \log_2 2 + \log_2 \frac{2^{32} - 1}{\ln 2} < \\
 &= 1 + \log_2 2^{31} \\
 33 < X < 34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta y(33) &= 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 33 - 2^{33} - 3 \cdot 2^{34} = \\
 &= 76 + 2^{33} - 66 - 2^{33} - 3 \cdot 2^{34} = 10 - 3 \cdot 2^{34}
 \end{aligned}$$

$$= 2n + 2^n + 6 \cdot 2^{33} - 2^{33} - 46 =$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 72 \\ \hline 152 \\ 532 \\ \hline 5472 \end{array}$$

$$h = 38: \Delta g = 76 - 76 + 38$$

$$f(2^{38}) - 2^{33} (38-6) = 2^{38} - 2^5 \cdot 2^{33} = 0$$

~~$$h=33 \therefore |\Delta y(33)| =$$~~

$$= 66 + 2^{33} - 2^{33}(2^4) \cdot -76 =$$

$$= -104 = 26 \cdot 2^{33} / e$$

$$= 68 + 2^{34} - 2^{33} \cdot 28 - 76 =$$

$$\begin{aligned} & | -8 + 2^{33}(2 - 2^0) | = \\ & = | -8 + 2^{33} \cdot 2 - 26 | = \\ & = 26 \cdot 2^{33} + 8 \end{aligned}$$

$$\Delta y(n) = 2n + 2^n + 2^{35}(n-6) - 76$$

$$N = \sum_{i=7}^{37} \Delta y(i) = 2 \sum_{i=7}^{37} \ddot{y} + \sum_{i=7}^{37} 2\ddot{y} + 2^{33} \sum_{i=7}^{37} \ddot{y} - 2^{33} \cdot 6 \cdot 31 - 7G = 2G \cdot 2^{33} + 8$$

$$S = 2 + 2^2 + \dots + 2^{31} = 2(2^{31} - 1) \left(\sum_{i=1}^{31} i - \sum_{i=1}^6 i \right) + \sum_{i=7}^{31} 2^i = 6 \cdot 31 \cdot 2^{33} - 76.$$

$$= \cancel{2^{32}}(2^{32}-1) \cdot 1365 + \cancel{2^{37}} - \cancel{2^6} - 12 \cdot 31 \cdot 2^{32} - 76$$

$$= 1365 \cdot 2^{32} - 1365 + \cancel{2^{37}} - \cancel{2^6} - 12 \cdot 31 \cdot 2^{32} - 76 =$$

$$S = \sum_{i=1}^N x_i = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^N = 2(2^N - 1) = 2^{N+1} - 2$$