

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра  
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

1) число содержит 3 тройки, 3 семерки и 2 единицы

$$n_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2}$$

2) число содержит 3 семерки, 1 тройку, 1 девятку и 3 единицы

$$n_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4$$

$$n = n_1 + n_2 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \left( \frac{7}{12} + \frac{7}{8} \right) = 1680$$

Ответ: 1680

3) 
$$\begin{cases} (n^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/n^7)} \\ y^2 - xy - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \end{cases}$$

$$e^{-\ln x \ln(n^2 y^4)} = e^{\ln(\frac{y}{n^7}) \ln y}, \quad n > 0, y > 0$$

$$-\ln x (2 \ln n + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - 7 \ln n)$$

$$2(\ln x)^2 - 3 \ln x \ln y + (\ln y)^2 = 0$$

$$(\ln y - \ln x)(\ln y - 2 \ln x) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ n^2 = y \end{cases}$$

1) 
$$\begin{cases} x = y \\ y^2 - xy - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \\ n^2 - n^2 - 2n^2 + 8n - 4n = 0 \\ -2n^2 + 4n = 0 \end{cases}$$

$$n = 2, \quad n = 0 - \text{не ур. а.г.з.}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

2) 
$$\begin{cases} y = n^2 \\ y^2 - xy - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \\ n^4 - n^3 - 2n^2 + 8n - 4n^2 = 0 \end{cases}$$

$$n(n-2)(n^2+n-4) = 0$$

$$n = 0, \quad n = 2, \quad n = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$n > 0 \Rightarrow n = 2, \quad n = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ: (2; 2), (2; 4),  $(\frac{\sqrt{17}-1}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2})$ .

5) 
$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ ((x-12)^2 + (y+5)^2 = a \end{cases}$$

1) пусть  $x = 0$

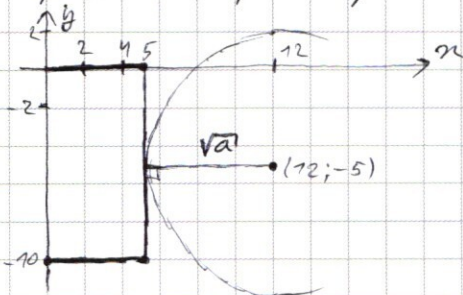
$$2|y+5| = 10$$

$$144 + (y+5)^2 = a$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 169 \\ a = 169 \end{cases}$$

при  $a = 169$  равносреш.



2) пусть  $x \neq 0$ . Так как система ур-вн. не меняется при замене  $x$  на  $-x$ , если  $(x; y)$  абс. решением, то  $(-x; y)$  тоже, поэтому нужно, чтобы при  $x > 0$  было только 1 р-е.

1) 
$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases}$$

$$2y+10=10$$

$$y=0$$

$$x \in [0; 5]$$

2) 
$$\begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases}$$

$$-2x=10$$

$$x \leq -5 - \text{нет р-е.}$$

3) 
$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases}$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

$$y \in [-10; 0]$$

4) 
$$\begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases}$$

$$2y+10=-10$$

$$y=-10$$

$$x \in [0; 5]$$

Прив-е все решения  $y \leq 0$

$$(x-12)^2 + (-y-5)^2 = a - \text{ур-е окружности с}$$

центром  $(12; -5)$ , а решения первого

ур-вн задают ломаную. Одно решение

будет только при  $\sqrt{a} = R = 12-5=7, a=49$

Ответ: 49; 169



$$7) \begin{cases} y > 2^n + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)n \end{cases} \Rightarrow f(n) = 76 + 2(2^{32} - 1)n - 2^n - 3 \cdot 2^{34} > 0$$

$f'(n) = 2^n \ln 2 - 2(2^{32} - 1) = 0$  от  $n = -\infty$  до некоторого значения функция возрастает, а потом до  $n = +\infty$  убывает.

Все решения неравенства лежат между двумя корнями  $f(n) = 0$

$$f(6) = 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 6 - 2^6 - 3 \cdot 2^{34} = 0, \quad f(38) = 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 38 - 2^{38} - 3 \cdot 2^{34} = 0$$

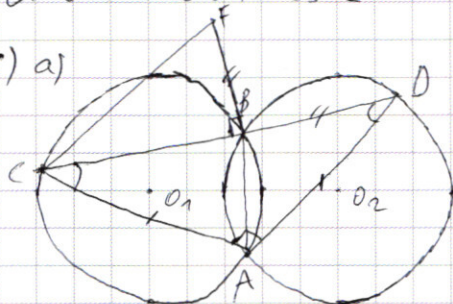
$$n \in [7; 37]$$

Для каждого  $n$  существует  $f(n)$  вариантов  $y$ , удовлетворяющих условию

$$n = \sum_{n=7}^{37} f(n) = (76 - 3 \cdot 2^{34}) \cdot 31 + 2(2^{32} - 1) \cdot \frac{(7+37) \cdot 31}{2} + 2^7 \cdot (2^{37} - 1) = 864 + 33 \cdot 2^{37}$$

$$\text{Ответ: } 864 + 33 \cdot 2^{37}$$

6) а)



$R_1 = R_2 = 10$ ,  $AB$  - общая хорда  $\Rightarrow \angle BCA = \angle BDA = 45^\circ$

$$AC = AD$$

$$2R_1 = \frac{AB}{\sin \angle BCA} \quad AB = \sqrt{2} R_1 = \sqrt{2} \cdot 10$$

$$\begin{cases} AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos 45^\circ - \text{т. косинусов} \\ AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 45^\circ - \text{т. косинусов} \end{cases}$$

$$(CB + BD)^2 = AC^2 + AD^2 - \text{т. Пифагора}$$

$$2AB^2 = AD^2 + BD^2 + BC^2 + AC^2 - \sqrt{2}AD \cdot BD - \sqrt{2}AC \cdot BC = BC^2 + DB^2 + (BC + BD)^2 - \sqrt{2}AD(BC + BD)$$

$$AC = AD \Rightarrow AD = \frac{1}{\sqrt{2}} CD \Rightarrow 2AB^2 = BC^2 + DB^2$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2} = \sqrt{2AB^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 20$$

$$б) \cos \angle FCB = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \quad \sin \angle FCB = \sqrt{1 - \cos^2 \angle FCB} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \angle FCA = \sin \angle FCB \cdot \cos \angle BCA + \cos \angle FCB \cdot \sin \angle BCA = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos 45^\circ$$

$$AC^2 - \sqrt{2}BC \cdot AC + BC^2 - AB^2 = 0$$

$$AC = \frac{\sqrt{2}BC \pm \sqrt{2BC^2 - 4(BC^2 - AB^2)}}{2} = \frac{12\sqrt{2} \pm \sqrt{512}}{2} = 14\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin \angle FCA}{2} = \frac{14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}}}{2} = 196$$

$$\text{Ответ: } CF = 20, S = 196$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$n = 76 \cdot 31 - 44 \cdot 31 - 2^{\frac{31}{2}} + 2^{32} \cdot (-12 \cdot 31 + 44 \cdot 31 + 2^6) =$$

~~$$2^{33} - 631 + 44$$~~

$$= 32 \cdot 31 - 728 + 2^{34} (31 \cdot 8 + 16) =$$

$$= 992 - 728 + 2^{37} \cdot (31 + 2) =$$

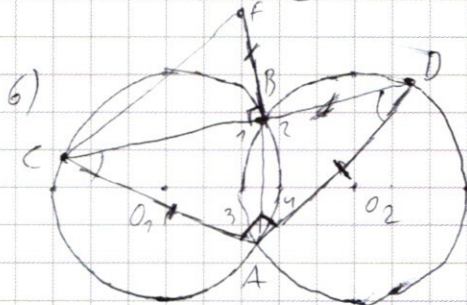
$$= 864 + 33 \cdot 2^{37}$$

$$n+1 = 2(n - 2^{30})$$

$$n = 2^{31} - 1$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 31 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 992 \end{array}$$

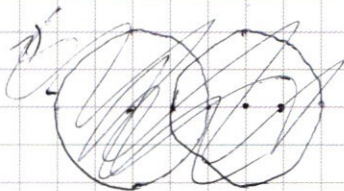


$$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$$



$$\angle BAC = \angle BDC$$

$$\begin{cases} \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 \\ \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \\ \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \end{cases}$$



$$2R = \frac{AB}{\sin 45^\circ}$$

$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$AB^2 = CB^2 + CA^2 - \sqrt{2} CB \cdot CA =$$

$$= BN^2 + AN^2 - \sqrt{2} BD \cdot AD$$

$$2AB^2 = BC^2 + BN^2 + (BC + DB)^2 -$$

$$- \sqrt{2} (BC + DB) \cdot \sqrt{2} (BC + DB) / \sqrt{2}$$

$$2AB^2 = BC^2 + BD^2 - \sqrt{2} (BC + BD)^2$$

$$CF = \sqrt{2} AB = 20$$

$$8) \quad BC = 12 \Rightarrow 2BF = \sqrt{200 - 144} = \sqrt{56}$$

~~$$\angle FCB = 27^\circ$$~~

$$\cos \angle FCB = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{12}{20}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$AB^2 = CB^2 + AC^2 - \sqrt{2} CB \cdot AC$$

$$AC^2 - \sqrt{2} BC \cdot AC + (BC^2 - AB^2) = 0$$

$$AC = \frac{\sqrt{2} BC \pm \sqrt{4 BC^2 - 4 (BC^2 - AB^2)}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cdot 12 \pm \sqrt{4 \cdot 200 - 2 \cdot 144}}{2} = \frac{12\sqrt{2} \pm \sqrt{56}}{2} = 14\sqrt{2}$$

$$S = CF \cdot AC \cdot \sin \angle C / 2 = 20 \cdot 14\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} / 2 =$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \cos(4x + \frac{\pi}{4}) + \cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x + \sqrt{2} \sin 4x$$

$$281 \quad \cancel{5-5} = \cancel{\sqrt{2}} + \cancel{2+5}$$

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 5x - \cos 5x = -\sqrt{2} \sin(-5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin(4x) \cos(5x + \frac{\pi}{4}) + \cos(4x) \sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin 4x \cos(5x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = 1$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $9267 = 9 \cdot 1029 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^3$  ~~1, 3, 7, 9~~  
цифры 1, 3, 7, 9  
1) 3 тройки, 3 семерки, 2 ед.  
 $n_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2}$   
2) 1 тройка, 1 семерка, 3 семерки, 3 ед.  
 $n_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4$   
 $n = n_1 + n_2 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \left( \frac{3}{3 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{7}{3 \cdot 2} \right) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \left( \frac{7}{2} + 1 \right) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 56 \cdot 30 = 1680$

2)  $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$   
 ~~$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 5x \sin 4x + \sin 5x = 0$~~   
 $\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 5x = 0$   
 ~~$\cos 5x (\cos 4x + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x - \cos 4x) - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$~~

3)  $\begin{cases} (n^2 y^4) - \sin x = y \ln \left( \frac{y}{n^2} \right) \\ y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \\ n > 0, y > 0 \end{cases}$   
 $-\sin x \ln(n^2 y^4) = \ln \left( \frac{y}{n^2} \right) \ln y$   
 $-\sin x (2 \ln n + 4 \ln y) = (\ln y - 2 \ln n) \ln y$   
 $-2(\ln n)^2 - 4 \ln n \ln y + 2 \ln n \ln y - (\ln y)^2 = 0$   
 $2(\ln n)^2 - 3 \ln n \ln y + (\ln y)^2 = 0$   
 $(\ln y - \ln n)(\ln y - 2 \ln n) = 0$

1)  $\begin{cases} n = y \\ y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \end{cases}$   
 $y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0$   
 $n^2 - n^2 - 2n^2 + 8n - 4n = 0$   
 $-2n^2 + 4n = 0$   
 $n = 0, n = 2$   
не подходит

$\begin{cases} n = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} \ln y - \ln n = 0 \\ \ln y - 2 \ln n = 0 \end{cases}$   
 $\begin{cases} n = y \\ n^2 = y \end{cases}$

2)  $\begin{cases} y = n^2 \\ y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \end{cases}$   
 $n^4 - n^3 - 2n^2 + 8n - 4n^2 = 0$   
 $n(n^3 - n^2 - 6n + 8) = 0$   
 $n(n-2)(n^2 + n - 4) = 0$

~~$n = 0$~~   
 $n = 0, n = 2, n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$   
 $n > 0 \Rightarrow n = 2, n = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$

$\begin{cases} n = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} n = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$



$$5) \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ ((x-12)^2 + (y+5)^2 = a \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=-10 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=-10 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=-10 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=-10 \\ y=-10 \end{cases}$$

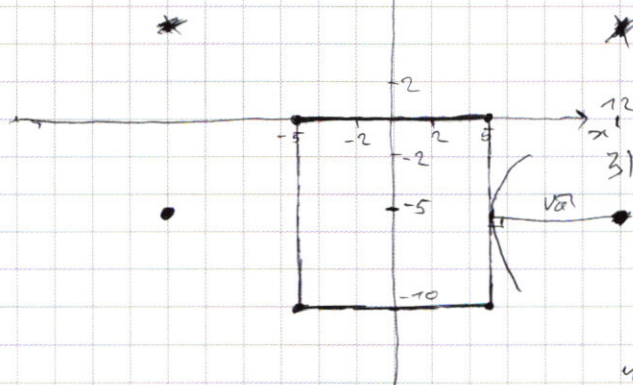
$$21) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x=10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x=5 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=-10 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+10=10 \\ y=0, x \text{ любое} \end{cases}$$



$$1) \sqrt{a}+5=12 \\ \sqrt{a}=7 \\ a=49$$

$$2) \sqrt{a}+5=12 \\ \sqrt{a}=7 \\ a=49$$

$$a=49; 169$$

$$7) y \geq 2^n + 3 \cdot 2^{34} \\ y \leq 76 + 2(2^{32} - 1)n \\ 2^n + 3 \cdot 2^{34} \leq 76 + 2(2^{32} - 1)n \\ 2^n - 2(2^{32} - 1)n \leq 76 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$(2^n - 2(2^{32} - 1)n)^2 = 2^n \ln 2 - 2(2^{32} - 1)$$

$$n=7, 8, 9 \dots 37 \quad n=6 \quad 2^6 - 3 \cdot 2^{34} + 12 \quad 76 - 3 \cdot 2^{34} \Rightarrow n \neq 6$$

$$f(n) = 76 + 2(2^{32} - 1)n - 2^n - 3 \cdot 2^{34} \quad 76 = 76$$

$$n=4 \quad 2^4 - 2 \cdot 2^{34} + 8 \quad 76 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$n=5 \quad 2^5 - 3 \cdot 2^{33} + 10 \quad 76 - 6 \cdot 2^{33}$$

$$n=7 \quad 2^7 - 7 \cdot 2^{33} + 14 \quad 76 - 6 \cdot 2^{33} \Rightarrow n \geq 7$$

$$n=8 \quad 2^8 - 4 \cdot 2^{34} + 16 \quad 76 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$n=38 \quad 16 \cdot 2^{34} - 19 \cdot 2^{37} \quad -3 \cdot 2^{37} \quad n < 38$$

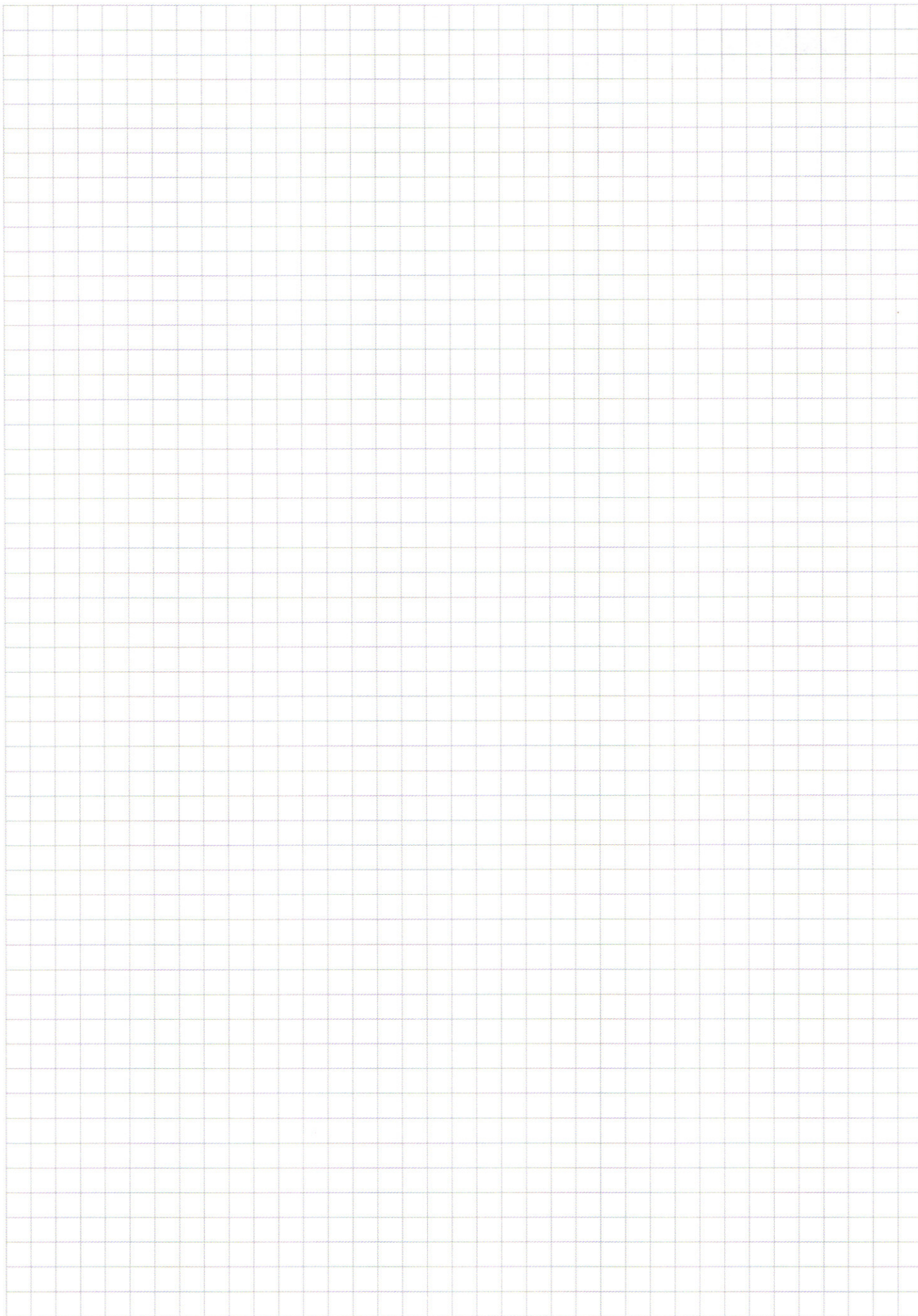
$$n=39 \quad 64 \cdot 2^{33} - 39 \cdot 2^{33} \quad n < 39$$

$$n=40 \quad 64 \cdot 2^{34} - 20 \cdot 2^{34} + 4 \quad -3 \cdot 2^{34} \quad n < 40$$









☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

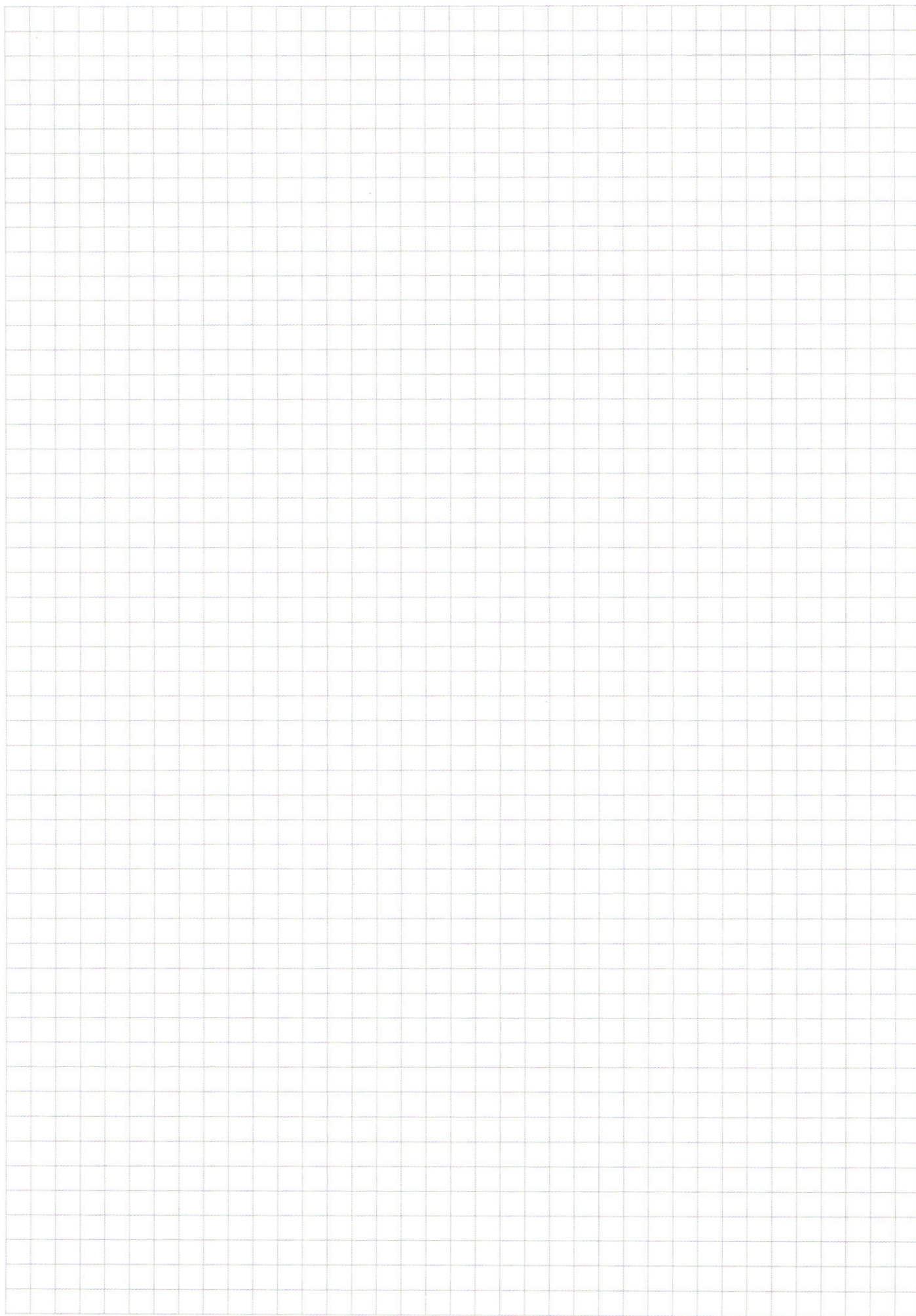
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)