

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Пусть $X = \overline{a_1 a_2 \dots a_k}$, где $a_1, a_2, \dots, a_k$ - цифровые по условию $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 9201$

Заметим, что $9261 = 5^3 \cdot 7^3$

Тогда среди ~~на~~ $a_1, a_2, \dots$ могут встречаться только цифры: $\{1, 3, 7, 9\}$

Мы имеем и следующие свойства разных наборов:

в 1-м наборе в котором нет девяти : $\{3, 3, 3, 4, 4, 4, 1, 1\}$

Д 2 - котор в котором есть девятка: $\{9, 3, 7, 7, 7, 1, 1\}$

Эксп. материалы представляют собой

мабры из чисел a_i ($i \in \{1, 8\}$),
где a_i — цифра подходящего 8-ми
значно со числом X

тогда возьмем цифрами набора 01, найдем кол-во 8-ми значных чисел, с цифрами ~~из~~^{из} 7-много набора 01 таких чисел будет $\frac{8!}{3!3!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 8$

(по отрезке для размещения с повторениями)

Имея значимых тезисов, сформулированных из которых то 2 будет.

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 20 \cdot 2 \cdot 8$$

Beiro : $10 \cdot 7,8 + 20 \cdot 7,8 = 560 + 1120 = 1680$

Answer: 1680

102. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \sin 2x$$

тогда исходное рав-во принимает след. вид:

$$-2 \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$

103.
$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ g^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

так $x > 0 \Rightarrow y > 0$

прологарифмируем обе части ^{первого} рав-ва ~~пер~~ системы

т.к. $(x^2 y^4)^{-\ln x} > 0$ и $y^{\ln(\frac{y}{x^2})} > 0$

получаем:

$$\ln \left(\left(\frac{1}{x^2 y^4} \right)^{\ln x} \right) = \ln \left(\left(y \right)^{\ln(\frac{y}{x^2})} \right)$$

$$\ln x \left(\ln \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right) \right) = \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \ln y$$

$$\ln x \left(\ln \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right) \right) + \ln x \ln x^6 - \ln x \cdot \ln x^6 = \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \ln y + \ln y \ln y^6 - \ln y \ln y^6$$

$$\ln x \left(\ln \frac{1}{x^2 y^4} + \ln x^6 \right) - 6 \ln^2 x = \ln y \left(\ln \frac{y}{x^2} + \ln y^6 \right) - 6 \ln^2 y$$

$$\ln x \left(\ln \left(\frac{1}{y} \right) \right) - 6 \ln^2 x = \ln y \cdot \left(\ln \left(\frac{y}{x} \right) \right) - 6 \ln^2 y$$

$$4 \ln x \cdot \ln \frac{x}{y} - 6 \ln^2 x = -7 \ln y \cdot \ln \frac{x}{y} - 6 \ln^2 y$$

$$\ln \frac{x}{y} (4 \ln x + 7 \ln y) = 6 (\ln x - \ln y) (\ln x + \ln y) \quad (*)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим $(\ln x - \ln y)$ (в правой части) $= \ln \frac{x}{y}$

тогда есть два случая $\ln \frac{x}{y} = 0$, $\ln \frac{x}{y} \neq 0$

Пусть $\ln \frac{x}{y} = 0 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$

Подставив $x = y$ во второе уравнение системы
получим

$$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$$

$$2y(2 - y) = 0$$

$y \neq 0$ т.к. ~~тогда~~ $\ln(y/x^2)$ не имеет смысла

$$\Rightarrow y = 2$$

т.е. пара $x = 2, y = 2 \rightarrow$ одно из решений

можно также проверить это подставив $x = y = 2$ в левую часть системы

Если $\ln \frac{x}{y} \neq 0$ то можно сократить на него
уравнение (*)

$$\ln x + \ln y = \ln x + \ln y$$

$$\ln y = \ln x^2$$

$$\ln y = \ln x^2$$

$$\ln y - \ln x^2 = \ln \frac{y}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x^2} = 1 \quad y = x^2$$

подставив во 2-е уравнение системы находим:

$$x^4 - x^5 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - x^5 - 6x^2 + 8x = 0$$

$x \neq 0 \rightarrow$ на него можно сократить

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0, \text{ заметим, что } x = 2 - \text{корень}$$

полю деления встанбаск

$$\Rightarrow \text{гр-е}^v \text{ примет вид } (x-2)(x^2+x-4)=0$$

$$\text{если } x^2+x-4=0 \quad D=1+16=17$$

$$x_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

~~$x_2 < 0 \Rightarrow$~~
 x_2 не подходит

такие образы сформировались
еще две на рве $(x; y)$;

$$(2; 4), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 \right)$$

$$\text{Ответ: } (2; 2); (2; 4); \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 \right).$$

б. а)

Заметим

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2R \quad (*)$$

т.к. ~~так~~ $\angle ACB + \angle ADB = 90^\circ$
то из $(*)$ следует,

$$\text{что } \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$$

$$AB = 2 \cdot 10 \cdot \sin 45^\circ = 10\sqrt{2}$$

$\triangle FBD$ - прямоугольный $FB = BD$

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ADF = 90^\circ \Rightarrow AC \parallel FD$$

заметим $\angle BKD = 45^\circ$ из $\triangle FDK$

~~т.к.~~ K - пересечение $(K = BF \cap AD) \Rightarrow$

K лежит на окружности ω_1
т.к. $\angle AKB + \angle ACB = 180^\circ$ т.е. $AKBC$ - вписанный

$\Rightarrow CK$ - диаметр ω_1 т.к. $\angle CBK = 90^\circ \Rightarrow CK = 2R = 20$

~~Заметим~~ $BK = BD = BF$ т.к. $\triangle KDF$ - прямоугольный
(медиана из прямого угла
равна половине гипотенузы)

тогда в $\triangle CKE$ CB - медиана и высота $\Rightarrow \triangle CKE$ - равнобе-
д. треуг.

$$CE = CK = 20$$

Ответ: а) 20

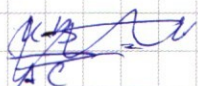
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

68)

$$CK = 12, CK = 20, \angle KBC = 90^\circ \Rightarrow KB = 16$$

$$KB = BD = BF = 16$$

~~1. $ACD \sim BCD$ по гипотенузам~~



$$CD = 12 + 16 = 28$$

$$AC = AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF$$

$$\begin{aligned} \sin \angle ACF &= \sin(\angle 45^\circ + \angle BCF) = \sin 45^\circ \cos \angle BCF + \sin \angle BCF \cdot \cos 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \angle BCF + \sin \angle BCF) \end{aligned}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

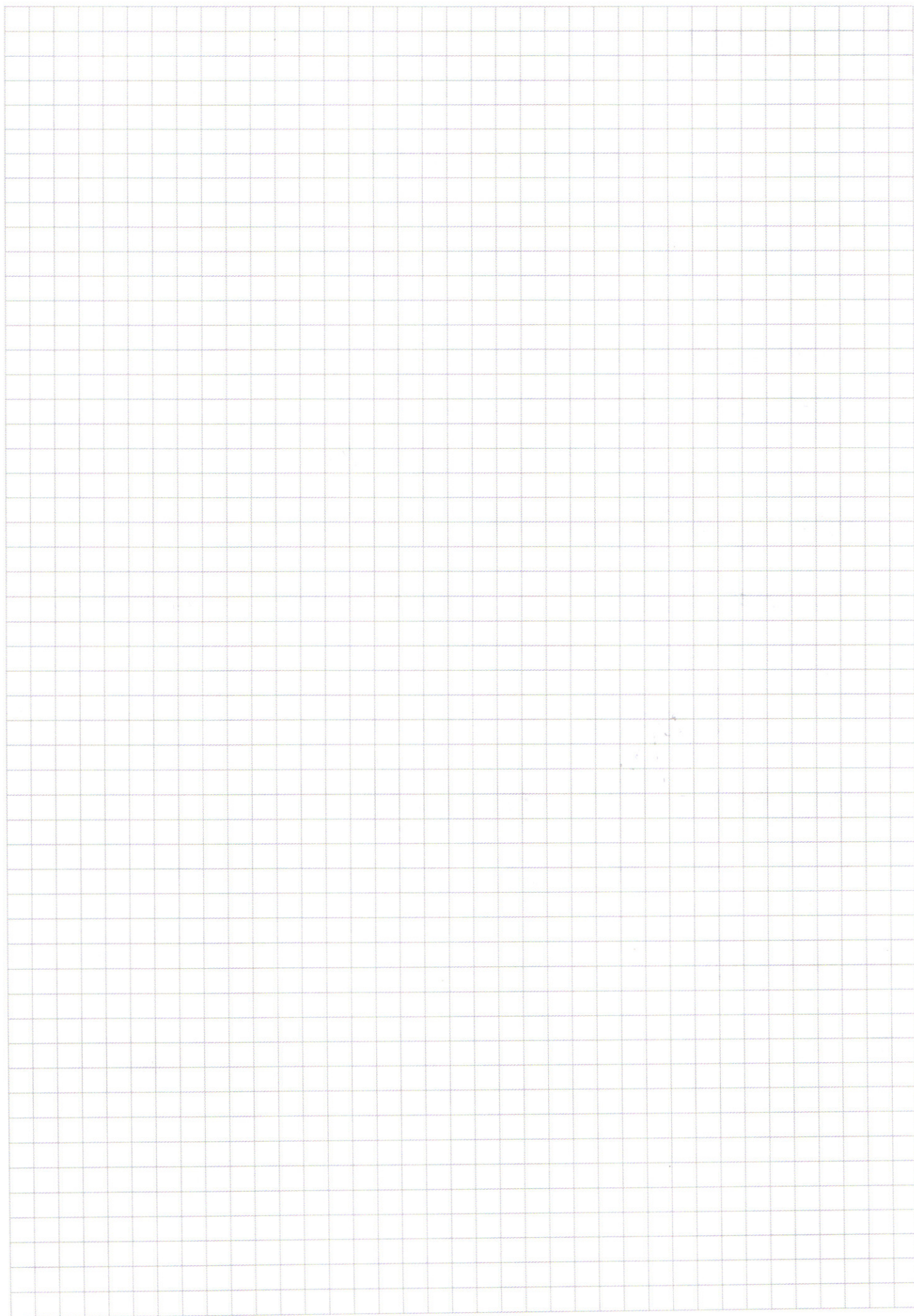
$$\cos \angle BCF = \frac{CK}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \angle ACF = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7^2 \cdot 20}{5} = 7^2 \cdot 4 = 196$$

Ответ: 196

5.



$$2. \quad \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin\left(\frac{9x+5x}{2}\right) \sin\left(\frac{9x-5x}{2}\right) = -2 \sin 7x \sin 2x$$

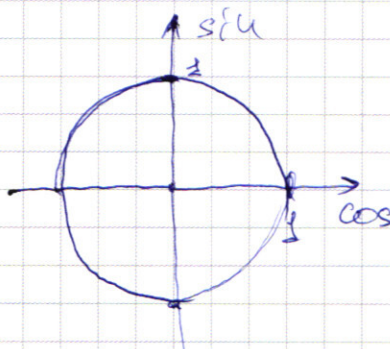
$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin\left(\frac{9x+5x}{2}\right) \sin\left(\frac{9x-5x}{2}\right) = +2 \sin 7x \sin 2x$$

$$- \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$



$$3. \quad (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$$

$\ln x$ - возрастающая

$-\ln(x)$ - убывающая.

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$x^2 - \ln x = 0$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln x} = 0 = \emptyset$$

$$\left(\frac{1}{x^2 y^4}\right)^{\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$$

$$\ln\left(\left(\frac{1}{x^2 y^4}\right)^{\ln x}\right) = \ln\left(y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}\right)$$

$$? \quad -\ln x \ln\left(\frac{1}{x^2 y^4}\right) = \ln \frac{y}{x^2} \ln y$$

$$+ \ln x \cdot \ln x^6$$

$$- \ln x \cdot \ln y^6$$

$$+ \ln y \cdot \ln y^6$$

$$- \ln y \cdot \ln y^6$$

$$\ln x \left(\ln \frac{1}{x^2 y^4} + \ln x^6 \right) = \ln y \left(\ln \frac{y}{x^2} \cdot \ln y^6 \right)$$

$$\ln x \left(\ln \frac{x^4}{y^4} \right) = \ln y \left(\ln \frac{y^7}{x^2} \right) \Leftrightarrow 4 \ln x \cdot \ln \frac{x}{y} = -7 \ln y \cdot \ln \frac{x}{y}$$

$$-6 \ln^2 x$$

$$-6 \ln^2 y$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$\frac{1}{x^2 y^4} \cdot \frac{y}{x^2} = \frac{y^5}{x^4}$$

$$\frac{y^2}{x^2} \cdot \frac{y^7}{x^2} = \frac{y^9}{x^4}$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$$

$$- \ln x \cdot \ln x^6 = -6 \ln^2 x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \dots a_8 = X$

$10000000 < X < 99999999$

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 9261$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ 9 \quad 3087 \\ \underline{026} \\ 24 \\ \underline{21} \\ 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \overline{) 3} \\ 3 \quad 1029 \\ \underline{008} \\ 6 \\ \underline{27} \\ 27 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \quad 343 \\ \underline{12} \\ 09 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \quad 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \quad 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$$\begin{array}{r} 21 \cdot 21 \cdot 21 \\ 441 \cdot 441 \\ 3261 \end{array}$$

$a_1 a_2 \dots a_8 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow a_i = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

1) число в числе X - есть девятка $\Rightarrow$ набор из $\{3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1\}$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 8$$

2) есть девятка $\Rightarrow$ набор $\{9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1\}$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 10 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$\{1, 1, 2\}$

$$\begin{array}{l} 112 \\ 121 \\ 211 \end{array}$$

$\{1, 1, 5, 5\}$

$$\begin{array}{l} 1155 \\ 1515 \\ 1551 \\ 5115 \\ 5151 \\ 5511 \end{array}$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

56

$$\begin{array}{r} 560 \\ 2 \\ \hline 1120 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4 \ln(x) \cdot \ln \frac{x}{y} - 6 \ln^2 x = -4 \ln(y) \cdot \ln \frac{x}{y} - 6 \ln^2 y$$

$$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$$

$$4 \ln \frac{x}{y} \cdot \ln(x) + 4 \ln x \ln(y) = 6(\ln^2 x - \ln^2 y)$$

$$4 \ln \frac{x}{y} (4 \ln(x) + 4 \ln(y)) = 6(\ln^2 x - \ln^2 y)$$

$$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$$

$$\ln x = \log_{\frac{y}{x^2}} \left(y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \right)$$

$$\ln x = \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \cdot \frac{-1 \log_{x^2} y}{2}$$

$$2y \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right) \ln x = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right)$$

$$\ln x \ln y \quad \ln \left(\frac{1}{x^2 y^4} \right) = \ln \left(\frac{1}{x^2} \right) + \ln \left(\frac{1}{y^4} \right) = -2 \ln(x) - 4 \ln(y)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y =$$

$$\ln \frac{y}{x^2} = \ln y + \ln x^{-2} = \ln y - 2 \ln x$$

$$\ln^2 y - 2 \ln x \ln y$$

$$7 \ln \frac{x}{y} = 0 \quad \text{только если } \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$$

$$\ln \frac{x}{y} \neq 0$$

$$4 \ln(x) + 4 \ln(y) = 6 \ln x + 6 \ln y$$

$$\ln(y) = 2 \ln x$$

$$\ln(y) - \ln x = \ln \left(\frac{y}{x} \right)$$

$$\ln(y) = \ln x^2$$

$$\ln \left(\frac{y}{x^2} \right) = 0$$

$$\frac{y}{x^2} = 1 \quad \boxed{y = x^2}$$

$$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$$

$$-2y^2 + 4y = 0$$

$$2y(2-y) = 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} y=2 \\ x=2 \end{matrix}} \rightarrow \text{один ответ}$$

$$4 - 4 - 8 + 16 - 8 = 0$$

$$2^2 - \ln 2 = 2 \ln \left(\frac{1}{2^2} \right)$$

$$\frac{1}{2^2} \ln 2 = 2 \ln 2$$

$$y = x^2$$

$$\left(x^{20^{-1}}\right)^{\ln x} = x^{2 \ln\left(\frac{1}{x^5}\right)}$$

$$\left(\frac{1}{x^{10}}\right)^{\ln x} = \frac{1}{x^{10 \ln x}} = x^{-10 \ln x}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \quad x \neq 0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0 \quad 16 - 4 - 12$$

$$8 - 4 - 12 + 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 6x + 8 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ x^2 - 6x + 8 \\ \underline{-(x^2 - 2x)} \\ -4x + 8 \\ \underline{-(-4x + 8)} \\ 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+x-4)$$

$$x^2+x-4$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 < 0 \in \emptyset$$

$$5. \quad |x+y+5|$$

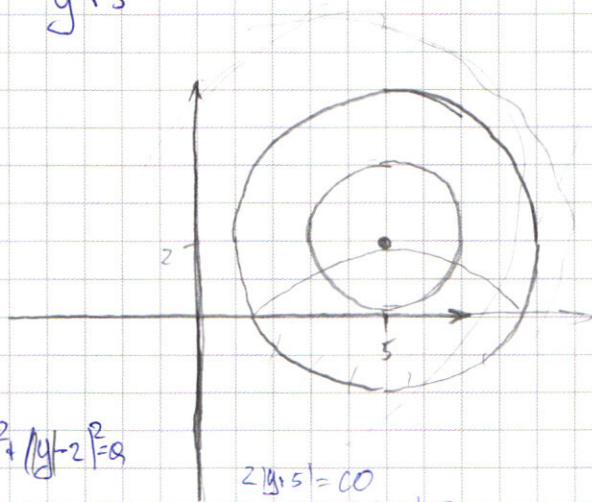
$$2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$x=1$$

$$2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 + 2^{33} - 2$$

$$2^{33} + 44$$



$$|x-2|^2 + |y-2|^2 = 9$$

$$2|y+5| = 10$$

$$-10 \leq y+5 \leq 10 \quad |y+5| \leq 5$$

$$y \in [-10, 0]$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$1) \quad x+y \geq 5$$

$$y-x \geq -5$$

$$2y \geq -10$$

$$y \geq -5$$

$$x \leq 5+y$$

$$x \leq 0$$

$$2y+10=10$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

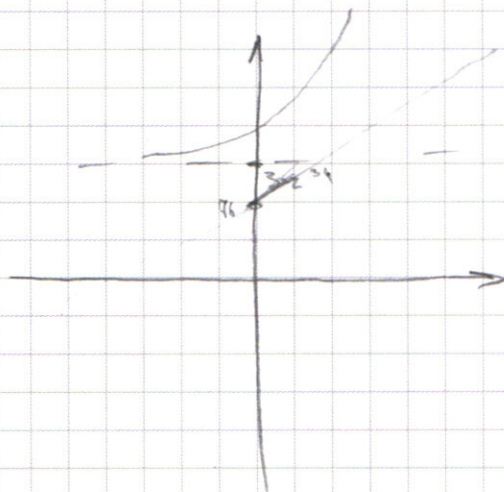
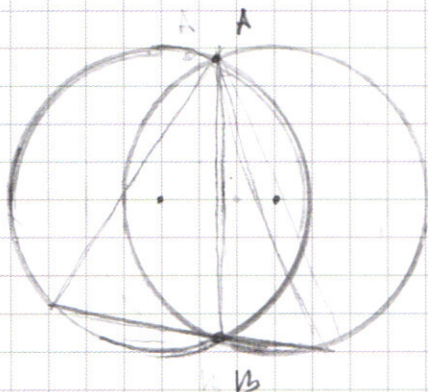
$$2) \quad x+y > -5$$

$$\text{при } y \in [-5; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; 0]$$

$$y=0$$





$$y = 2^x + 5 \cdot 2^{34}$$

$$x = 0$$

$$y =$$

$$16/2 = 38/2 =$$

$$2^6 < 16 < 2^7$$

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 38} \\ 32 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$x = 1$$

$$16 + 2^{35} - 1$$

$$15 + 2^{35}$$

$$y = 16 + 2^{35}x - 2x = 2^x + 5 \cdot 2^{34}$$

$$2^{35}(x-6) = 2^x + 2x - 16$$

$$2^{32}(x-6) = 2^{x-1} + x - 38 \quad x : 2$$

$$400 - 144 = 256$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 69} \\ 69 \\ \hline 0 \end{array}$$

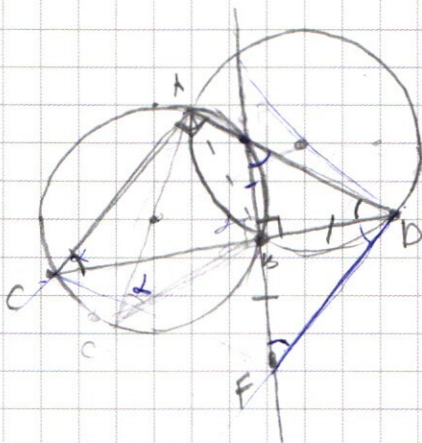
$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 196} \\ 16 \\ \hline 36 \\ 32 \\ \hline 46 \\ 40 \\ \hline 66 \\ 64 \\ \hline 2 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} x+y &> -5 \\ y-x &> -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y+5+y-x+5 &= 10 \\ 2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &> -5 \quad |x-y>5) \\ y-x &< -5 \\ \text{при } x+y+5-y+x-5 &= 10 \\ 2x &= 10 \quad (x=5) \\ \begin{cases} y > -10 \\ y < 0 \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle CAD &= 90^\circ \\ R_1 &= R_2 = 10 \\ BF &= BD \end{aligned}$$

$$\angle F = ?$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 10$$

$$AB = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

$$\angle ADF = 90^\circ$$

$$AC \parallel FB$$

sin 45

