

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

21

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3^2 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1$$

$\Rightarrow 9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1$, значит, в восьмизначном числе обязательно должны быть три цифры "3" и три цифры "7", остальными цифрами могут быть только "1", чтобы произведение цифр числа равнялось $3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 = 9261$

* * * * *

Сначала разместим три

цифры "7" на какие-то три из восьми мест. Для этого есть $C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 = 56$ способов

Далее на оставшиеся $8 - 3 = 5$ мест разместим три "3".

Для этого есть $C_5^3 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ способов. Остальные

места заполняются "1". Сначала выберем 6 мест из 8, чтобы туда поместить три "3" и три "7". Для этого есть $C_8^6 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 4 \cdot 7 = 28$ способов. Далее выберем из

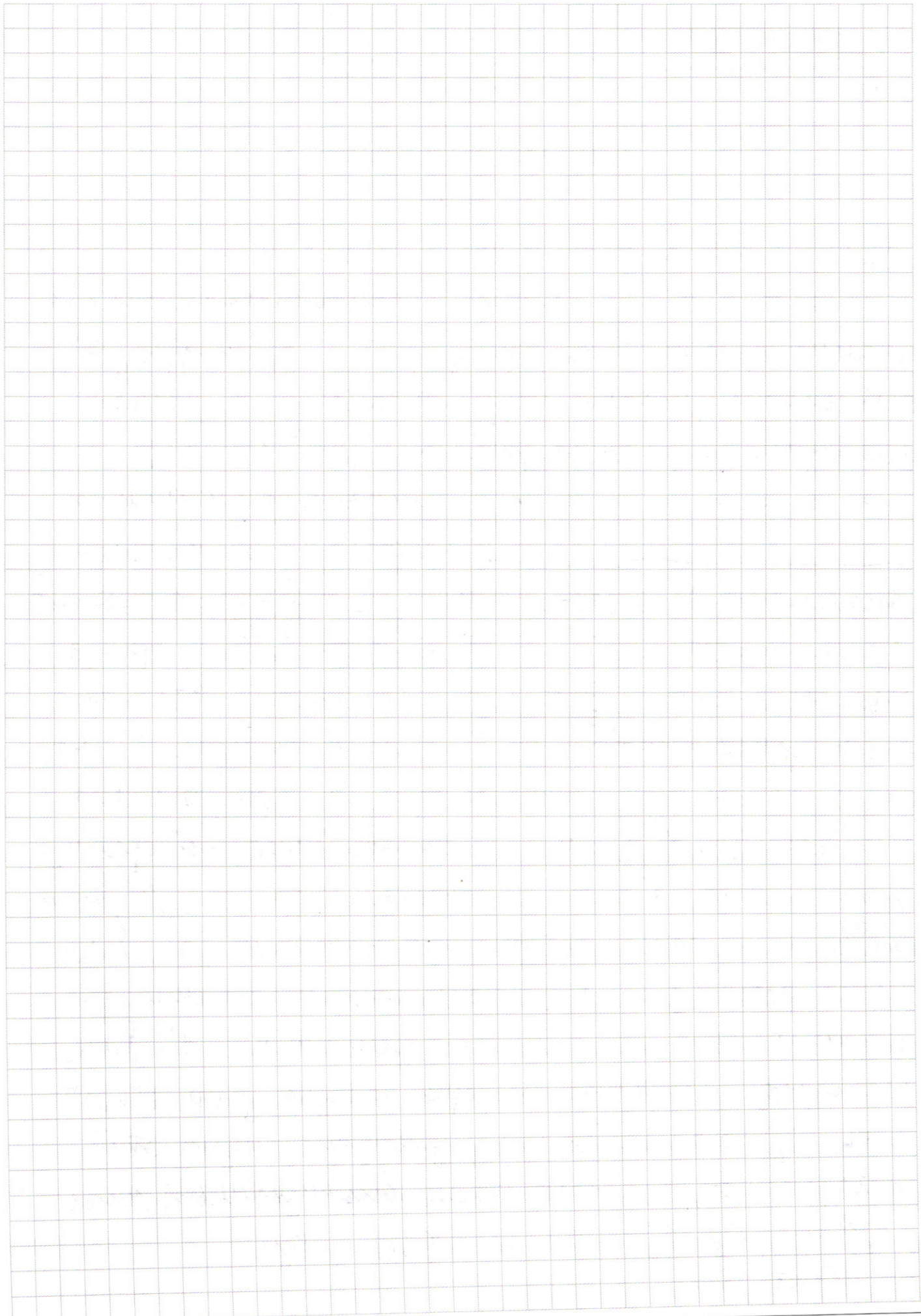
этих 6 мест 3 места и поместим туда три "7", остальные три места из этой шестерки мест поместим три "3". Для

этого есть $C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$ способов. Остальные два незаполненных места в числе заполним "1". Для

каждой выбранной шестерки мест для цифр "7" и "3" есть $C_6^3 = 20$ способов их размещения внутри этой шестерки мест, $\Rightarrow$ всего таких восьмизначных чисел

$$C_8^6 \cdot C_6^3 \cdot C_6^3 = 28 \cdot 20 = 560 \text{ штук}$$

$\Rightarrow$ Ответ: 560



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ОДЗ:
 $x > 0$
 $y > 0$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) Прологарифмируем по основанию e (это равносильное преобразование, т.к. $f(a) = \ln a$ — монотонная функция):

$$\Rightarrow \ln((x^2 y^4)^{-\ln x}) = \ln(y^{\ln(\frac{y}{x^7})}); -\ln x \cdot \ln(x^2 y^4) = \ln(\frac{y}{x^7}) \cdot \ln y$$

$$\Rightarrow -2 \ln x \cdot \ln(xy^2) = \ln y (\ln y - \ln x^7); -2 \ln x (\ln x + \ln y^2) = \ln y (\ln y - 7 \ln x)$$

$$\Rightarrow -2 \ln x (\ln x + 2 \ln y) = \ln y (\ln y - 7 \ln x);$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 7 \ln x \ln y$$

Введем замену: $a = \ln x$
 $b = \ln y$

$$\Rightarrow -2a^2 - 4ab = b^2 - 7ab; \Rightarrow 2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

Или так:

$$a \neq 0, \Rightarrow \ln x \neq 0, \Rightarrow x \neq 1: \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3\left(\frac{b}{a}\right) + 2 = 0, \text{ Тогда, обр.}$$

т. Внета: $\frac{b}{a} = 2$
 $\Rightarrow b = 2a$

$$\Rightarrow \ln y = 2 \ln x, \ln y = \ln x^2,$$

$$\Rightarrow y = x^2$$

Подставим в (2):

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

$x = 0$ или $x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$
не удов. ОДЗ. $P(x) = x^3 - x^2 - 6x + 8$

$$P(2) = 8 - 4 - 12 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x^2 + x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ или } x^2 + x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ или } D = 1 + 16 = 17$$

или

$$\frac{b}{a} = 1, \Rightarrow b = a$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln x,$$

$$\Rightarrow y = x$$

Подставим $y = x$ в (2):

$$x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0 \quad | :2$$

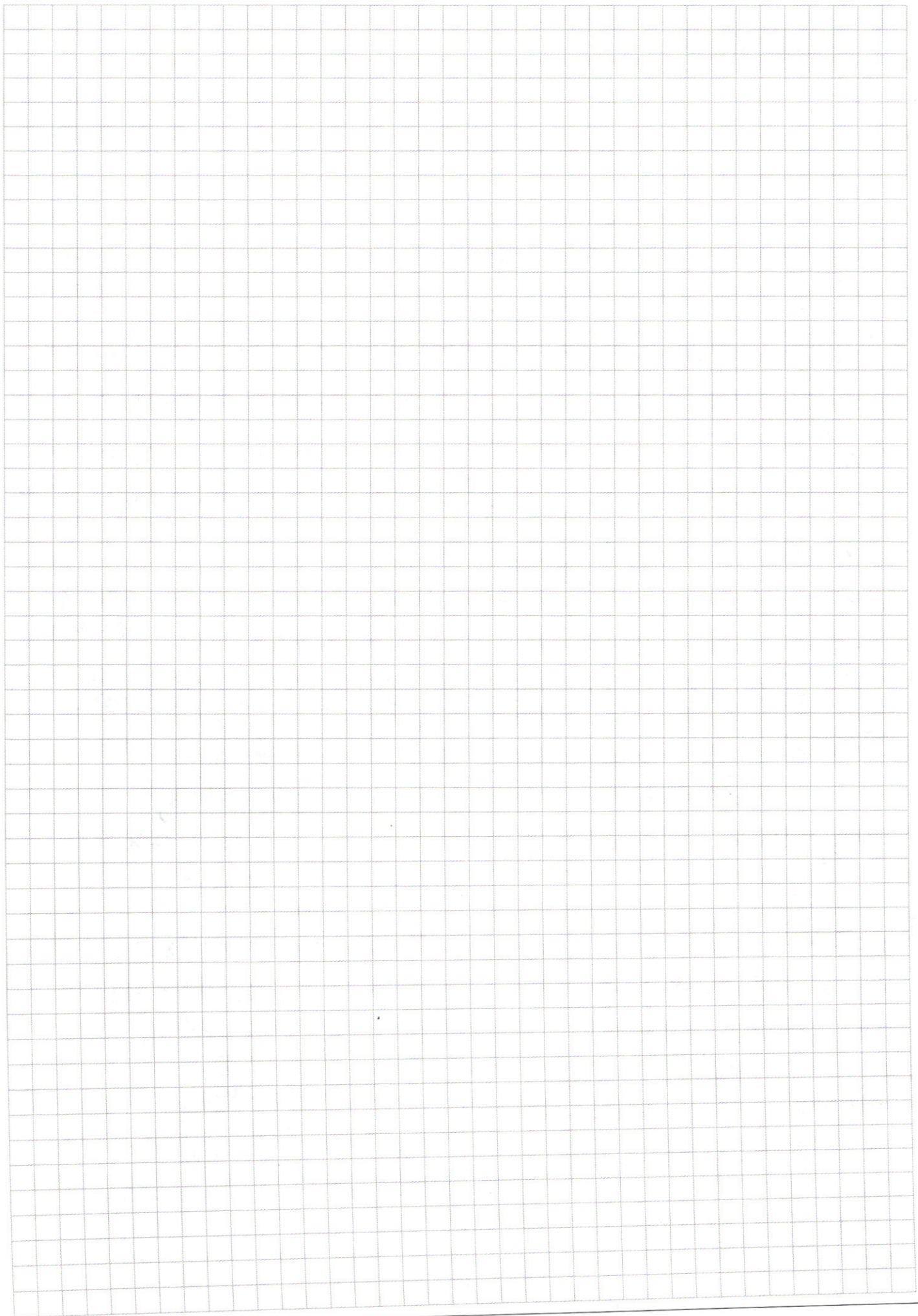
$$\Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0, D = 16 - 4 \cdot 2 = 8$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{4 + \sqrt{8}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2} > 0$$

$$x_5 = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2} > 0$$

$$\Rightarrow y_1 = 2 + \sqrt{2} > 0, y_5 = 2 - \sqrt{2} > 0$$

$$\Rightarrow (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}) \Rightarrow (2 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 & \text{dann } x^2 + x - 4 &= 0 \\ \Rightarrow y &= x^2 = 2^2 = 4 & D &= 1 + 16 = 17 \\ \Rightarrow (2, 4) & \left[\begin{aligned} \Rightarrow x_2 &= \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0 \\ x_3 &= \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \end{aligned} \right. & \text{ne ygob. 023.} \\ & \Rightarrow y_2 = x_2^2 = \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 = & \\ & = \frac{1 + 17 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0 \\ & \Rightarrow \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \right) \end{aligned}$$

II случай: $a=0 \Rightarrow \ln x=0 \Rightarrow x=1$
 $\Rightarrow 2a^2x - 3ab + b^2 = 0 - 0 + b^2 = b^2 = 0$

$$\Rightarrow \ln_y^2 = 0; \Rightarrow y = 1$$

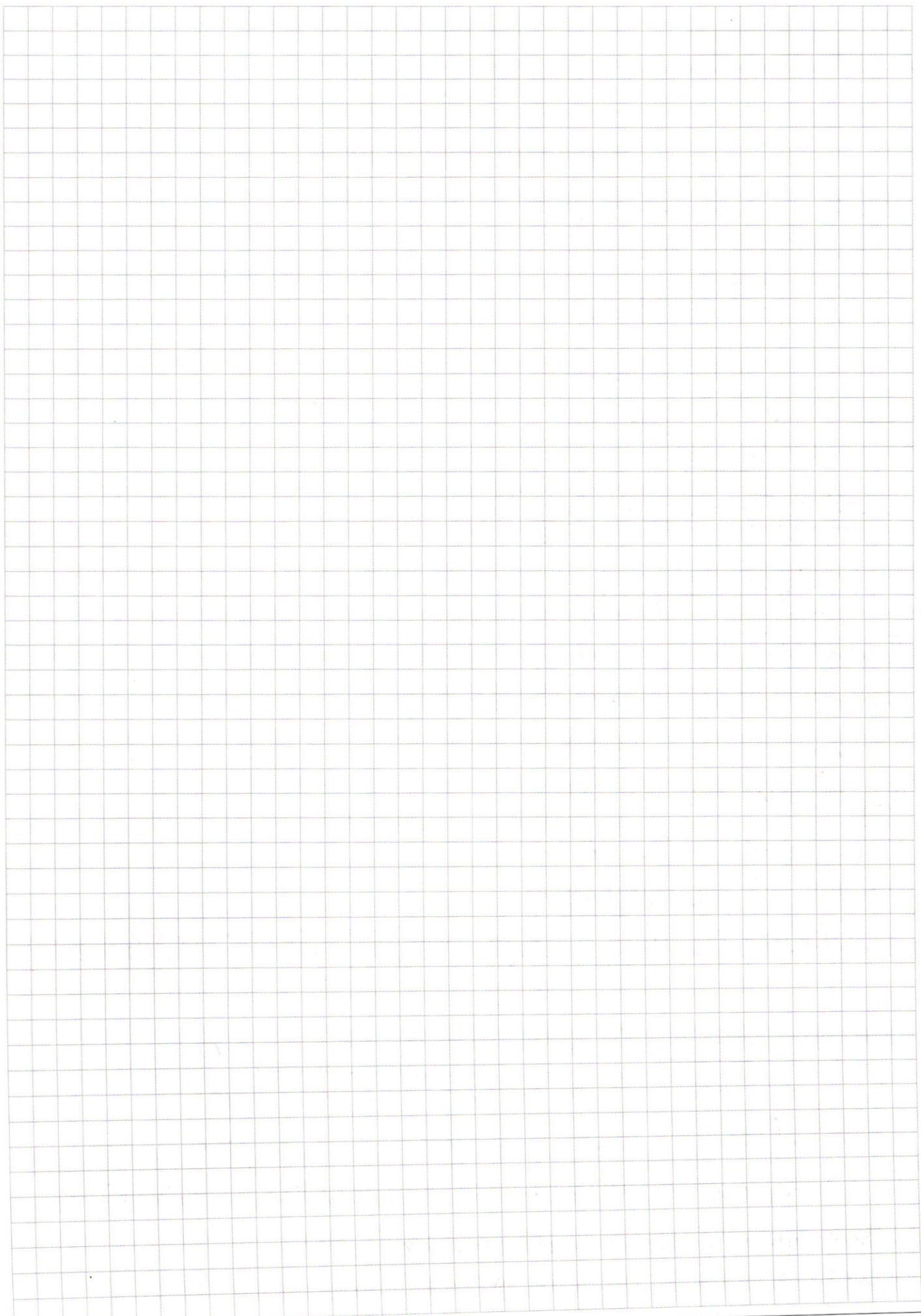
Подставим $x=1, y=1$ во (2):

$$1 - 1 - 2 + 8 - 4 = 2 \neq 0$$

$\Rightarrow (1; 1)$ не подходит.

$\Rightarrow$ Orbits: $(2, 4)$, $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2})$, $(2+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2})$, $(2-\sqrt{2}, 2-\sqrt{2})$

$$\begin{aligned} & \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0 \\ & -2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0 \\ & 2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0 \quad | : \sqrt{2} \\ & \sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0 \\ & (\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) = 0 \\ & \Rightarrow 1) \cos 2x - \sin 2x = 0 \quad \text{wenn } 2) \sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$

$\Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

2) $\sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = 0 | : \sqrt{2}$

$\sin 7x - \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$

$\Rightarrow 2 \sin \left(\frac{4x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$

$\Rightarrow \left(\sin \left(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \right)$

$\Rightarrow \frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ или } \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

$3x + \frac{\pi}{4} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{2}{3}\pi n - \frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$

или $\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

$5x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

$5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{5}\pi m, m \in \mathbb{Z}.$

$\Rightarrow \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow 2 \sin \left(\frac{4x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{4x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$

$\sin \left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0,$

$\Rightarrow \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

или $\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$

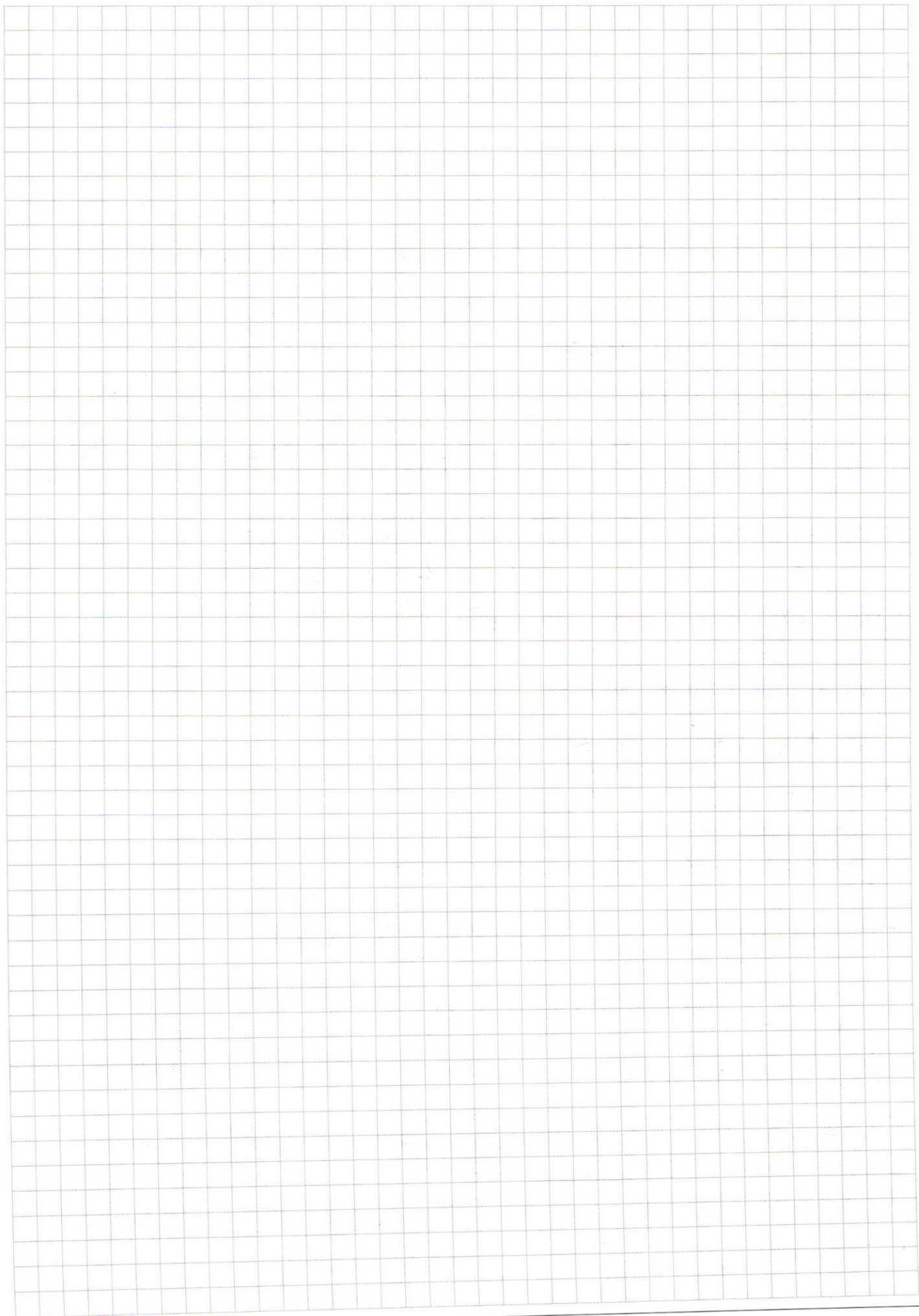
$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n, \left(x = \frac{2}{5}\pi n + \frac{\pi}{20}, n \in \mathbb{Z} \right)$

$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m;$

$x = \frac{2}{9}\pi m + \frac{\pi}{12}, m \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{2}{5}\pi n + \frac{\pi}{20}, n \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{2}{9}\pi m + \frac{\pi}{12}, m \in \mathbb{Z}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

25

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases} \quad - 2 \text{ решения.}$$

$$(2) \text{ — 4 окр-ты в 4-х координатных четвертях (или их части, ограниченные осями координат, с координатами центров } (12; 5), (-12; 5), (12; -5), (-12; -5) \text{ и радиусом } \sqrt{a}, \text{ откуда } a \geq 0)$$

(1) Раскроем модули с прямыми $y = -x-5$, $y = x-5$
Это перпендикулярные прямые ($1 \cdot (-1) = -1$),
и точка пересечения — $(0; -5)$

Решим неравенства:

$$y+x+5 \geq 0 \quad y \geq -x-5$$

$$y-x+5 \geq 0 \quad y \geq x-5$$

$\Rightarrow$ Если $y \geq -x-5$ и $y \geq x-5$, то точки "выше" обеих прямых, модули раскрываются все с "+"

Если выше $y = -x-5$, $|x+y+5| = x+y+5$

Если выше $y = x-5$, $|y-x+5| = y-x+5$

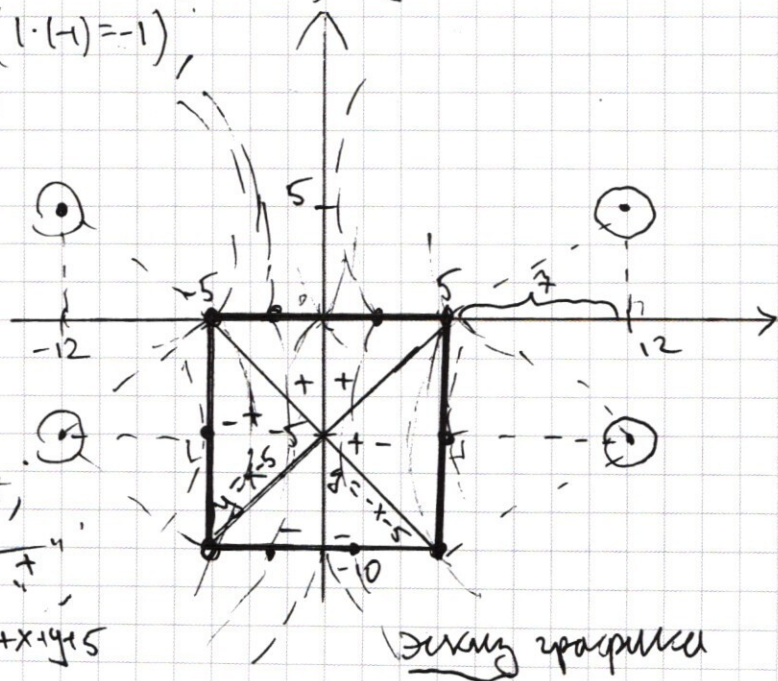
Раскроем все случаи: "+" : $x+y+5+y-x+5=10$, $\Rightarrow 2y=0$, $y=0$ — прямая

"+" : $x+y+5-y+x-5=10$, $2x=10$, $x=5$ — прямая

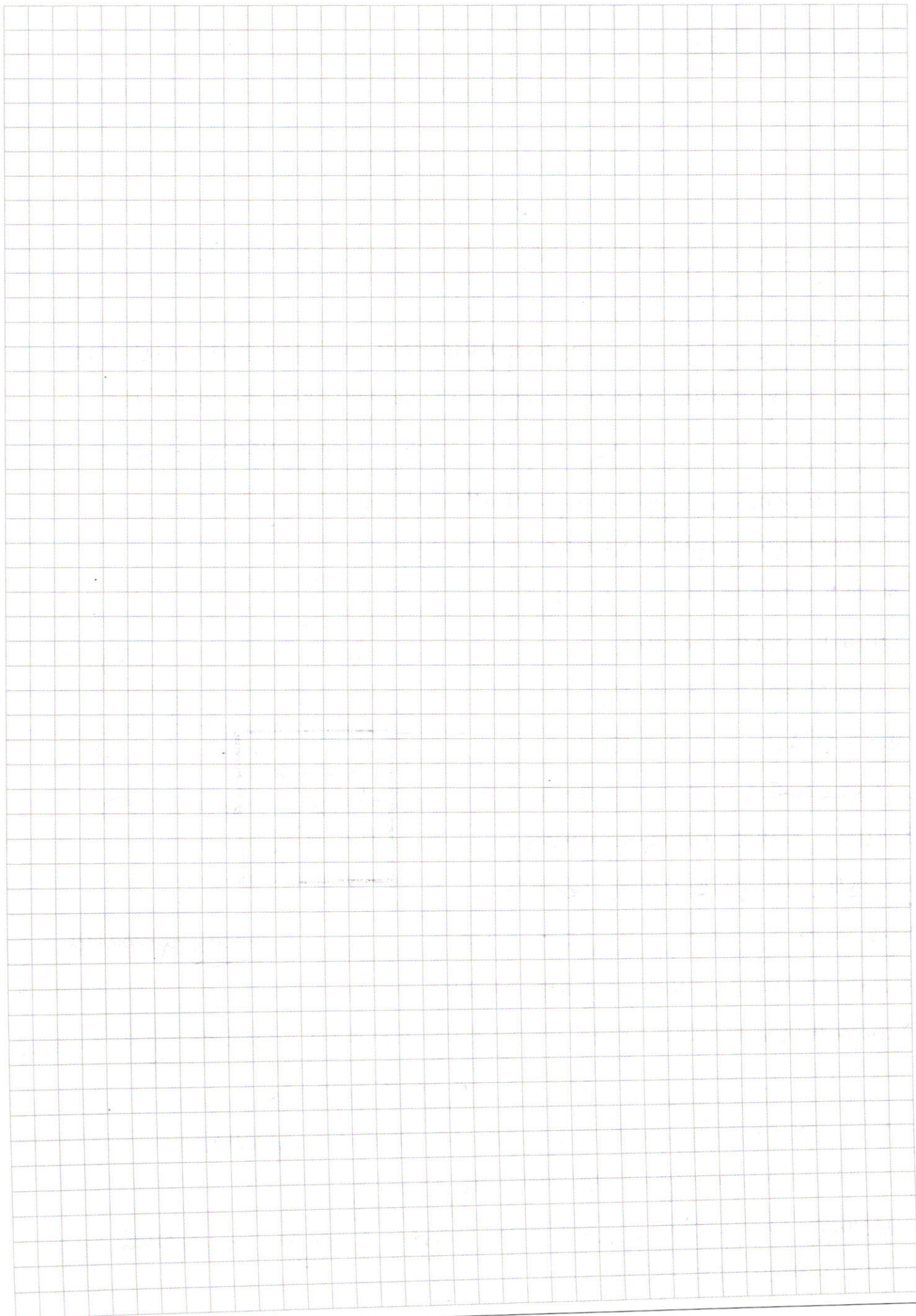
"-+" : $-x-y-5+y-x+5=10$, $-2x=10$, $x=-5$ — прямая

"--" : $-x-y-5-y+x-5=10$, $-2y=20$, $y=-10$

Значит, $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ — это квадрат со стороной 10 и центром $(0; -5)$



Этот график

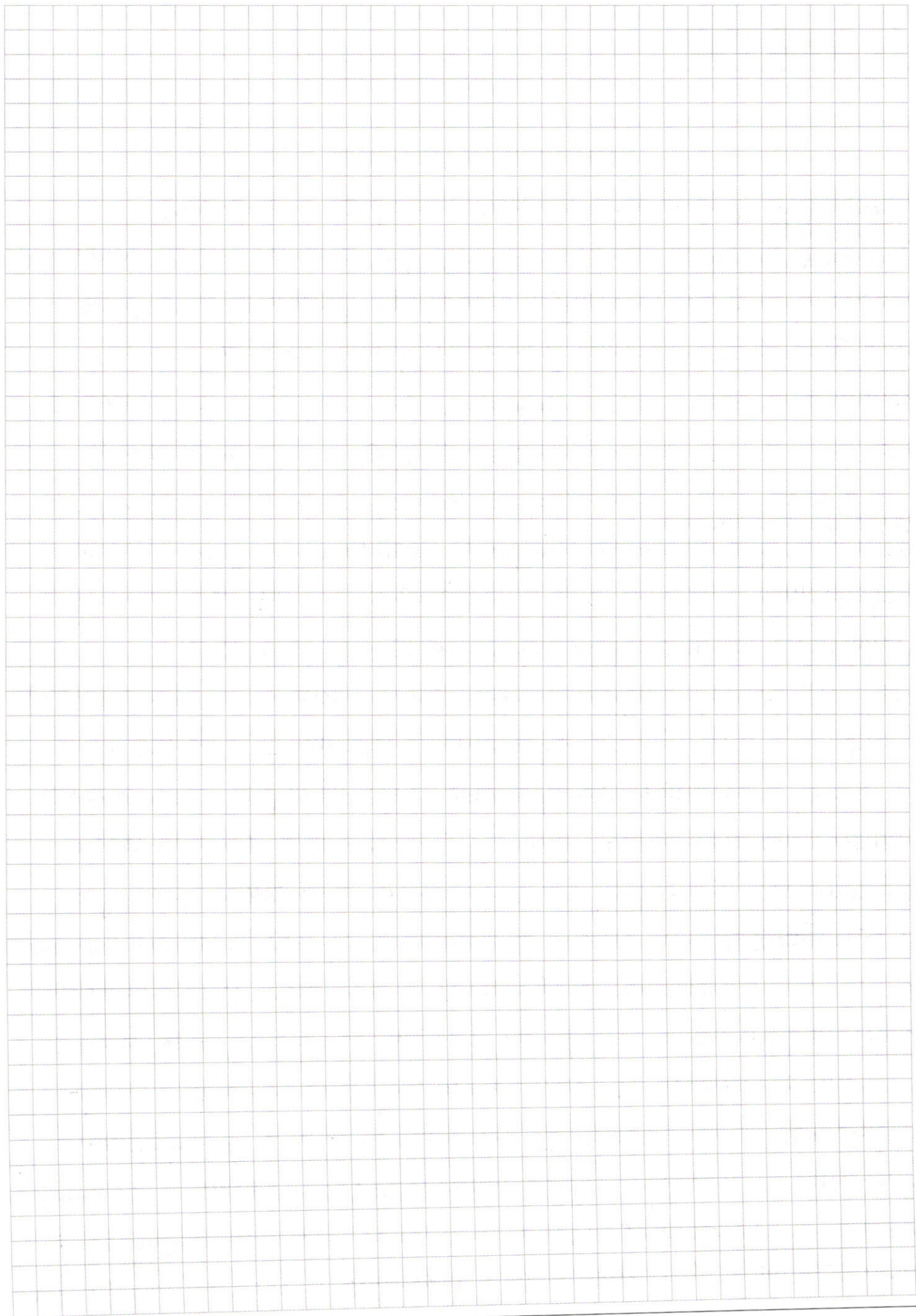


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим ~~и~~ взаиморасположение квадрата и окр-тей.
 Рассматривая радиус, ~~и~~ начинаем снизу, где миним. окр-ти (центры на
 линии прямой $y=0$) касаются квадрата раньше, т.к. для
 них минимальное расстояние до квадрата равно $12-5=7$, а для
 вершин окр-тей по Пифагору: $\sqrt{4^2+5^2} > \sqrt{7^2} > 7$. Значит,
 при $a=7$ где окр-ти касаются квадрата, т.е. два решения.
 $\rightarrow a=7^2=49$ - удовлетворяет. Далее, увеличивая радиус ($a>49$)
 где окр-ти будут пересекать квадрат в 2-х точках, т.е. будет 4 точки
 пересечения. Но при $a=5^2+7^2=25+49=74$ произойдет
 следующее: миним. окр-ти пересекают $\square$ в $(5;-10)$, $(5;0)$ и
 $(-5;-10)$, $(-5;0)$, а вершине окр-ти только касаются $\square$ в $(-5;0)$ и $(5;0)$
 $\rightarrow$ при $a=74$ будет 4 решения (вершины $\square$). Далее (при
 $a>74$) ~~миним. окр-ти пересекать~~ верхняя окр-ть и ее соответ-
 ственная нижняя окр-ть ~~будут~~ будут пересекать $\square$ в одной точке
 (в силу того, что окр-ти эти симметричны относительно прямой $y=0$,
 а эти ~~будут~~ ~~то~~ ~~одна~~ стороны $\square$ лежат на $y=0$). Значит. Вершине
 окр-ти могут пересекать $\square$ только в одной точке (т.к. они ограни-
 чены координатными четвертями, в которых находятся, а ~~еще~~ ~~нигде~~
 доступная сторона $\square$ лежит на оси Ox). Миним. окр-ти могут
 пересекать в двух точках $\square$. Значит, при $a>74$ до определенного
 значения a квадрат будет пересекаться окр-тями в 4 точках.
 Когда a достигнет $12^2+5^2=144+25=169$ (т.е. радиус будет
 равен 13). Миним. окр-ти пересекут $\square$ в т. ~~(0;-10)~~ $(0;-10)$, $(0;0)$, а



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

берем окр-ти только в т. (0;0) т.е. квадрат пересечен в двух точках, $\Rightarrow$ 2 решения, т.е. $a = 16$ подходит. При $a > 16$ (при радиусе > 13) окр-ти квадрат не пересекают (т.к. границы координатных четвертей). Все составили таблицу:

a	кол-во решений
$0 \leq a < 4$	0
$a = 4$	2
$4 < a < 7$	4
$a = 7$	4
$7 < a < 16$	4
$a = 16$	2
$a > 16$	0

Отсюда видно, что удовлетворяют только $a = 4$ и $a = 16$
 $\Rightarrow$ Ответ: $a = \{4, 16\}$

Дано:

$$W_1 \cap W_2, R_1 = R_2 = 10$$

$$W_1 \cap W_2 \subset A \cap B$$

$$B \in CD, \angle CAD = 90^\circ$$

$$BF \perp CD, BF = BD$$

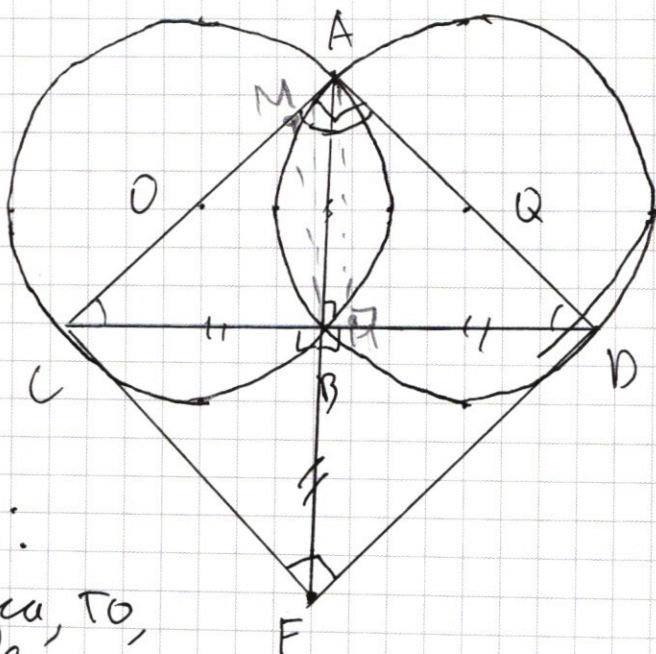
$$a) CF = ?$$

$$b) BC = 12, S_{ACF} = ?$$

Решение:

Т.к. окр-ти равного радиуса, то, пересекаясь, они отсекают равные дуги. $\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB$, $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$ (т.к. $\angle CAD$ — прямой, равнобедренный). $\angle BAC = 90^\circ$ (проведем

нб.

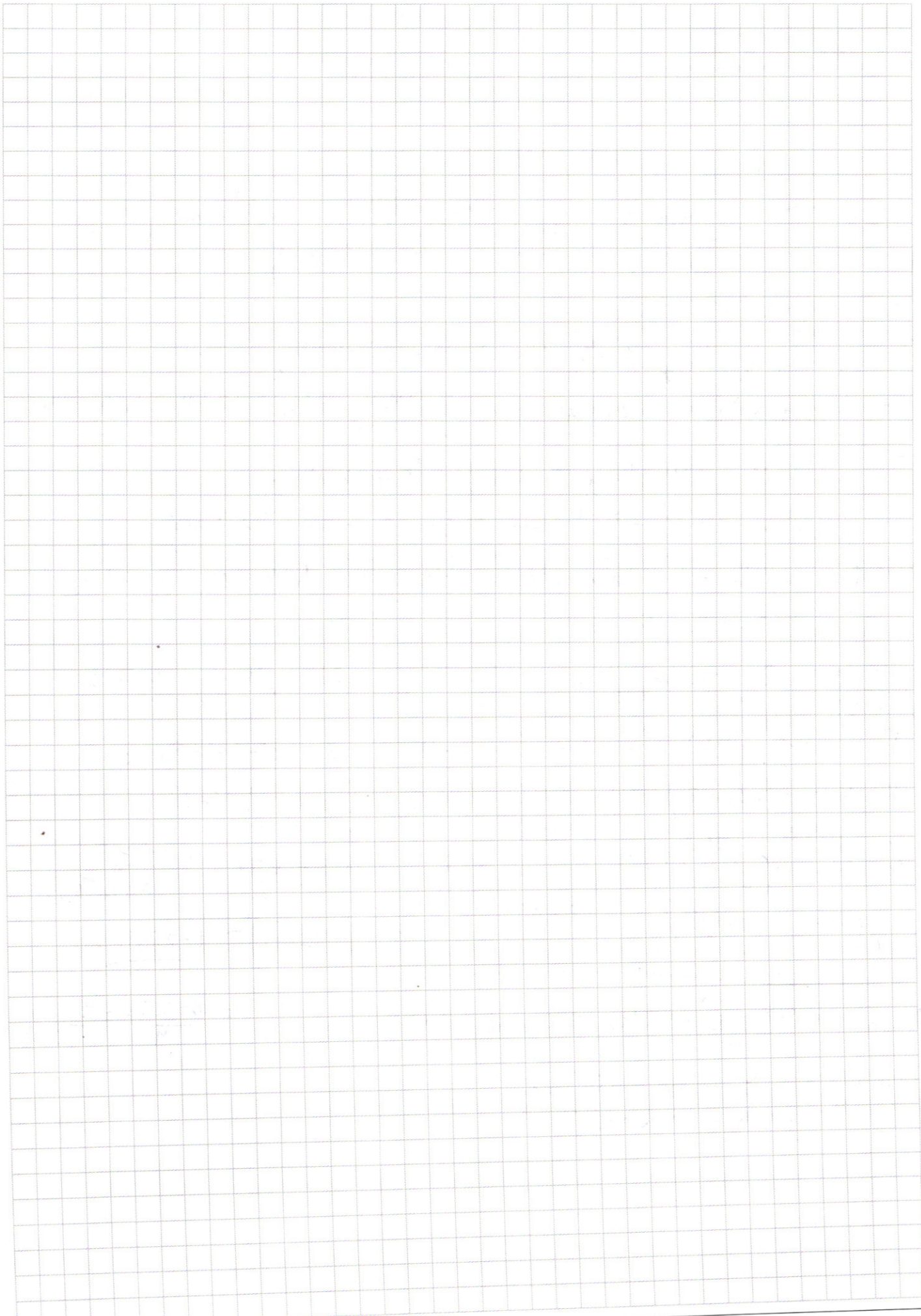


перпендикуляр из т. А на CD ; $AB \perp CD$ и $AB \in$ прямой BF ,
 т.к. $\angle CAB = 2$ проведена высота $AM \perp CD$, $\Rightarrow \angle CAM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
 продолжим BF до пересечения с AC в т. М. Тогда $\angle CMB = \angle CAM = 45^\circ$. Проверим: $\angle CMB = \angle CAM$
 $\Rightarrow \angle CBA = 90^\circ$ и опирается на диаметр, $\Rightarrow CA = 2R = 2 \cdot 10 = 20$,
 аналогично AD - диаметр, $AD = 2R = 2 \cdot 10 = 20$,
 $\angle BAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle CAB = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,
 $\Rightarrow \triangle CBA, \triangle BDA$ - равнобедренные, $\Rightarrow CB = AB = BD = BF$
 $\Rightarrow$ по т. Пифагора в $\triangle CBF$: $\sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = CF =$
 $= \sqrt{CB^2 + AB^2} = AC = 2R = 2 \cdot 10 = 20$
 $\Rightarrow$ Ответ: а) $CF = 20$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} (x^2 y)^{-\ln x} &= y^{\ln(\frac{y}{x^2})}; (x y^2)^{-2 \ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \cdot y^{\ln(\frac{y}{x^2}) + 2 \ln x} \cdot x^{2 \ln x} = 1 \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y &= 0 \\ 1) -\ln x \cdot \ln(x^2 y) &= -\ln x \cdot 2(\ln x + \ln y) = \\ &= -2(\ln x)(\ln x + 2 \ln y); \ln y (\ln y - \ln x^2) = \ln y (\ln y - 2 \ln x) \\ \Rightarrow -2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y &= \ln^2 y - 2 \ln x \ln y \\ \Rightarrow \ln^2 y + 2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln y &= 0 \quad a^2 - 3ab + 2b^2 = 0; \\ x \neq 1: y^{\ln y} = 1; \ln^2 y &= \ln^2 x; \ln y = \ln x; y = x \\ x \neq 1: t^2 - 3t + 2 &= 0; t_1 = 2; t_2 = 1 \\ 1) \frac{\ln y}{\ln x} = 2; \Rightarrow \ln_x y = 2; \Rightarrow y &= x^2; \quad 2) \ln_x y = 1; y = x \\ 1) x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 &= x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \\ x(x^3 - x^2 - 6x + 8) &= 0; x = 0; (x-2)(x^2 + x - 4) = 0 \\ D = 1 + 16 = 17; x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ 2) 2^2 \cdot 2^{-\ln 2} &= (2^2)^{\ln(\frac{2^2}{2^2})} = \\ \frac{-16 \ln 2}{2} &= \frac{2 \ln(2^{-5})}{2} \Rightarrow y = 4 \\ \Rightarrow y &= \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{17} + 17}{4} = \\ &= \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \sin 7x \cos \left(\frac{4x + \pi}{2} \right) - \cos 4x &= 0; \quad d = 4x + \frac{\pi}{2} \\ 2 \sin 7x \cos \frac{d}{2} - \cos \left(d - \frac{\pi}{2} \right) &= 0; \\ 2 \sin 7x \cos \frac{d}{2} - \sin d &= 0; \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3^2 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 43$$

$$43 = 1 \cdot 43$$

$$= 3 \cdot 3087 = 3^2 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 43 =$$

$$= 3^3 \cdot 7 \cdot 43 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\frac{4}{3} \dots \dots \dots, \quad 2 \cdot C_7^2 \cdot C_5^3 = 2 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} =$$

$$= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 420 \cdot 2 = 840$$

$$2 \cdot C_7^3 \cdot C_4^2 = 2 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 420 \cdot 2 = 840$$

$$= 2$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$\cos 4x + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 1 - 2 \sin^2 2x;$$

$$+ 2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} + 2 \sqrt{2} \sin^2 2x + 2 \sin 7x - 4 \sin 7x \sin^2 2x = 0$$

$$\sin 7x (-2 \sin 2x + 2 - 4 \sin^2 2x) - \sqrt{2} + 2 \sqrt{2} \sin^2 2x$$

$$- 2 \sin 7x (\sin^2 2x - \cos^2 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$9x + \frac{\pi}{4} - 5x + \frac{\pi}{4} =$$

$$= 4x + \frac{\pi}{2}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 5x \right) + \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 9x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 9x \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x = 0 \quad \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) \cos 4x = 0$$

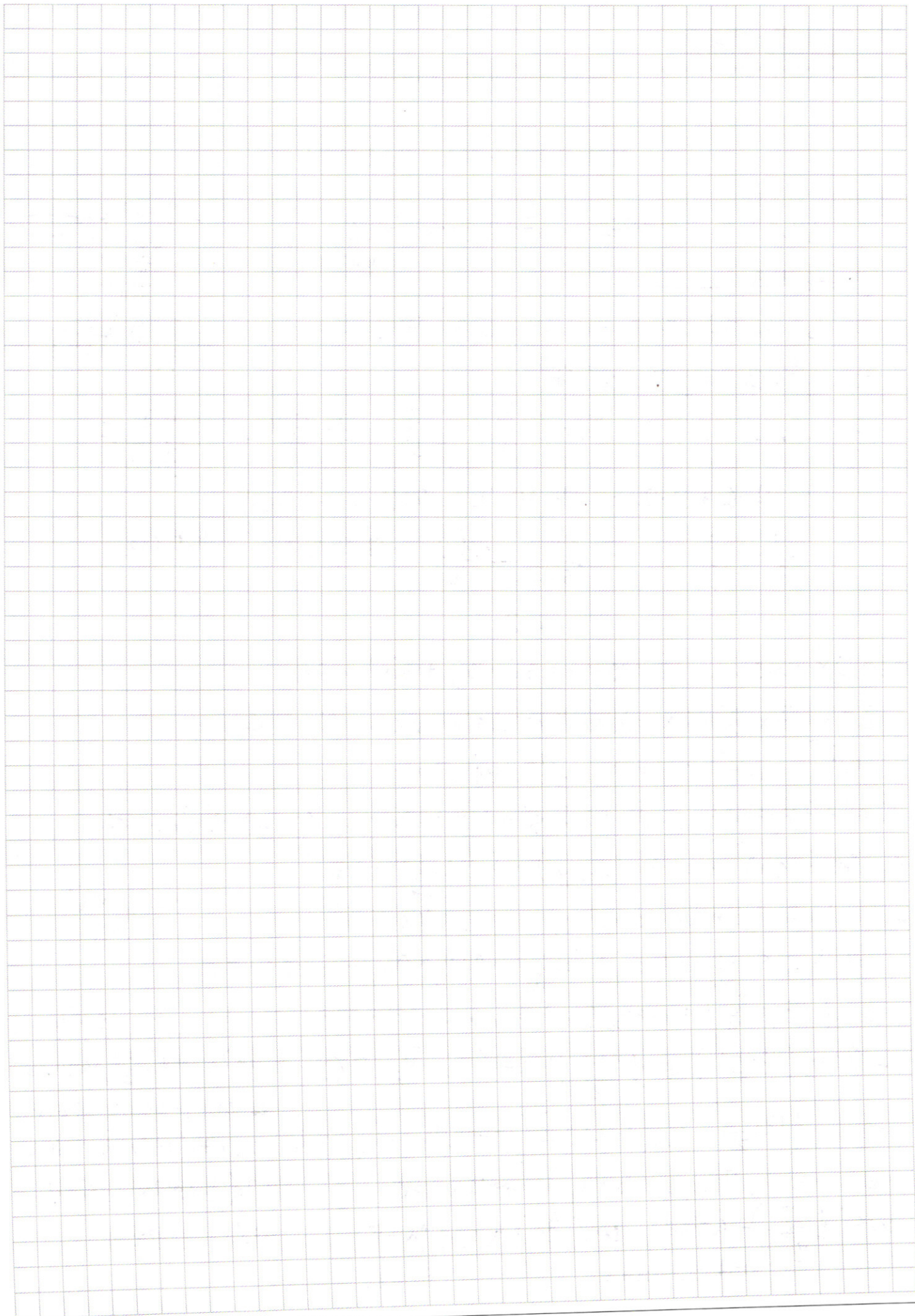
$$- 2 \cos \left(\frac{9x + \pi}{2} \right) \cos \left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad 2 \sin 7x \cdot \cos \left(\frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) - \cos 4x = 0$$

$$- 2 \sin \left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) - \cos \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos - 2 \sin 7x \sin \left(-2x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x = 0 \quad 2 \sin 7x \left(\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x \right)$$

$$\cos \left(\frac{13x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \cos \left(\frac{x}{2} \right) \wedge \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-2\sin^4 x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2\sin^4 x \cos 2x = 0$$

$$+ 2\sin^4 x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\sin^4 x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin^4 x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cancel{\sin 2x} - (\cos 2x - \sin 2x)) (\sqrt{2} \sin^4 x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(2) \sqrt{2} \sin^4 x - \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x \right) = 0$$

$$\sin^4 x - \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0, \quad 2 \sin \left(\frac{2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{2x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$y = -x + 5$$

$$y = -x - 5$$

$$y = x - 5$$

$$x + y + 5 + y - x + 5 = 10$$

$$2y = 0, \quad y = 0$$

$$x + y + 5 - y + x - 5 = 10$$

$$2x = 10, \quad x = 5$$

$$-x - y - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20, \quad y = -10$$

$$\frac{3\sqrt{11}}{4 \cdot 9} \approx \frac{\sqrt{11}}{12}$$

$$C_8^6 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

$$C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$$

