

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

Способов расположить 3 цифры в восьмизначном числе

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 4 \cdot 6 \\ \hline 31 \end{array} = 56$$

1) 3 сиренки, при проёме, 2 сиренки в исходном виде

$$S_i = \frac{6 \cdot 4 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 560$$

посевы
раскисающих
селекций

способы
расположения
пузырей

(сформируйте после раскраски лист
скалярный индекс раскраски
изучающего)

2) 3 сестры, 1 брат, 1 девушка, 2 мальчика

$$S_2 = \frac{8.7 \cdot 6}{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} = 560$$

расход
смерти

расеива
тупой

расков. звёзды

new crosscode $S = S_1 + S_2 = 1120$

Ombeni 1120

$$2. \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\log 2x = \ln 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2x = \sin 2x + \frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = \frac{3}{17} - 2x + 2\sqrt{x} \quad f(0.2)$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{11}{20} + \frac{2}{5} \pi m \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi f + \epsilon \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k \quad k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi m \quad m \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi l \quad l \in \mathbb{Z}$

$$3. \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x})} \\ y^2 - x y - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} y > 0 \\ x > 0 \end{matrix} (*)$$

$$\ln(x^2 y^4)^{-\ln x} = \ln y^{\ln(\frac{y}{x})}$$

$$-\ln x \ln(x^2 y^4) = \ln y \ln(\frac{y}{x})$$

$$-\ln x (2 \ln x + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - \ln x)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - \ln x \ln y$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln y + \ln^2 y = 0$$

$$2 = 3 \ln^2 y - 8 \ln^2 y$$

$$\ln x = \frac{3 \ln y \pm \ln y}{4}$$

$$\ln x = \ln y$$

$$x = y$$

$$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$$

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$y = 0$$

$$y = 2$$

$$\text{п.к.} (*)$$

$$x = 2$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \ln y$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$y = x^2$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$x(x^2 + x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{п.к.} (*)$$

$$x = 2$$

$$y = 4$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{п.к.} (*)$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } (2, 2); (2, 4); \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \right)$$

$$5. \int |x+4| + |5| + |4-x+5| = 10$$

$$[(x-12)^2 + (4-5)^2] = a$$

$$|x+4+5| + |4-x+5| = 10$$

~~прямое уравнение~~
~~прямое уравнение~~

переносим прямое уравнение
в одну часть уравнения

$$x = 0$$

$$x = -10$$

$$y = 5$$

$$y = -5$$

$$(x-12)^2 + (4-5)^2 = a$$

некоторые окружности радиуса $\sqrt{a}$ в центре (12, 5)

в плоскости

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$O_3(12, 5)$$

$$O_2(-12, 5)$$

$$O_4(12, -5)$$

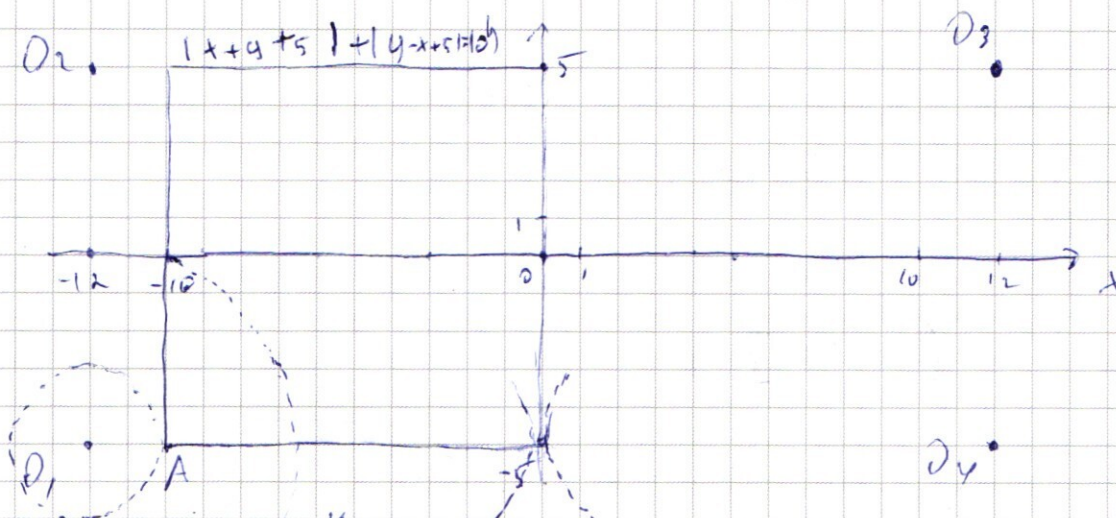
$$O_1(-12, -5)$$

$$(*)$$

$$(*)$$

~~См. на обороте~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



решено для O_1, O_2 симметрично; решено для O_3 и O_4 симметрично

(если (x_i, y_i) решение, то $(x_i, -y_i)$ тоже решение)

Сухой

1) сир с цукром O_1
пересечен ^{пересечен} "уменьшения",
в 1 классе; $y \neq 0$

показано
в пачке
А

$$y = 2$$
$$Q = 4$$

пересечение
прямых
 $y = -5$

~~XXXX~~

А с с с

и осв. асфальта

25/10

-105X 70

$$(1+12)^2 + 25 = 0$$

$$\min Q = 2x + 4y - 2g$$

$$\max \phi = 25 + 144 = 169$$

 $(29, 144)$

при этом округившимся Δ
из точки пересечения перпенди-
куляров

→ если $\alpha \neq 0$, то $x = 0$ не является решением уравнения, так как $0 \neq -\frac{b}{a}$.

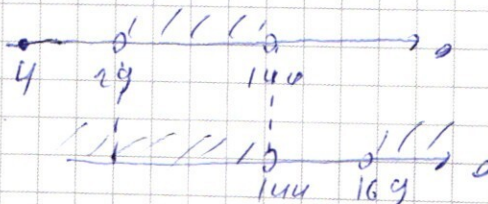
$$1.0 = 144 + (y-5)^2$$

$y > 5$

$\Rightarrow 16q$

2. $V < 12$

215144



~~2. Второй не дает решений, т.к. при $a < 29$ и $a \geq 109$ и для отрицательных некажущих параметров, а при~~

2 окружностей - окружностями O_1 и O_2 пересекают периметр прямоугольника в 1 точке, а окружность O_3 - нет

Это невозможно, т.е. единственные точки пересечения окружностей

с центрами O_1 и периметра прямоугольника лежат на $x=0$ (для окружности O_1 $x \geq 0$ по x),

когда и окружность O_2 пересекает $x=0$ в одной или двух точках

3 окружностей окружностями O_1 и O_2 пересекаются $x=0$

в одной точке - касаются $x=0$

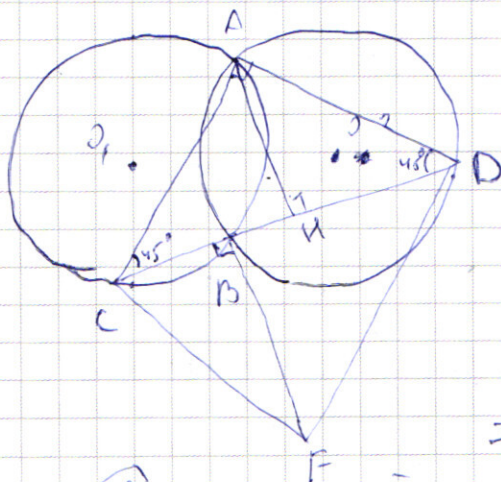
$$r=12$$

$$a=144$$

Ответ: 4, $(29; 144]$, 4

6.

$$r=10$$



$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} \text{ из } \triangle CBF$$

$$BF = BD \text{ по условию}$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BD^2} \quad (*)$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\angle BDA = \frac{1}{2} \angle AOB$$

дуги равны

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle BDA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ACD - \text{прямоугольный}$$

$$\text{Пусть } AC = a; AD = b$$

AH - высота $\triangle ACD$

$$AH = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad CH = HD = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle O_1AB \quad \left. \begin{array}{l} \angle AOB = \angle AOB = 2\angle ACD = 90^\circ \\ O_1A = O_1B \text{ (радиусы)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = r\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\triangle ACD \quad CB = CH - AH \quad BD = HD + BH$$

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{200 - \frac{a^2}{2}}$$

$$CB = \frac{a}{\sqrt{2}} - \sqrt{200 - \frac{a^2}{2}} \quad BD = \frac{a}{\sqrt{2}} + \sqrt{200 - \frac{a^2}{2}}$$

$$\text{по } (*) \quad CF = \sqrt{\frac{a^2}{2} + 200 - \frac{a^2}{2} + 200} = \sqrt{400} = 20 \quad (CF = \sqrt{CB^2 + BD^2})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$CF = 20 \quad BF = 16 \quad \text{по т. Пифагора в } \triangle CBF$$

$$CB = 12$$

$$12 = \frac{9}{\sqrt{2}} = \sqrt{225} = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 14\sqrt{2}$$

$$\cos \angle FCB = \frac{3}{5}$$

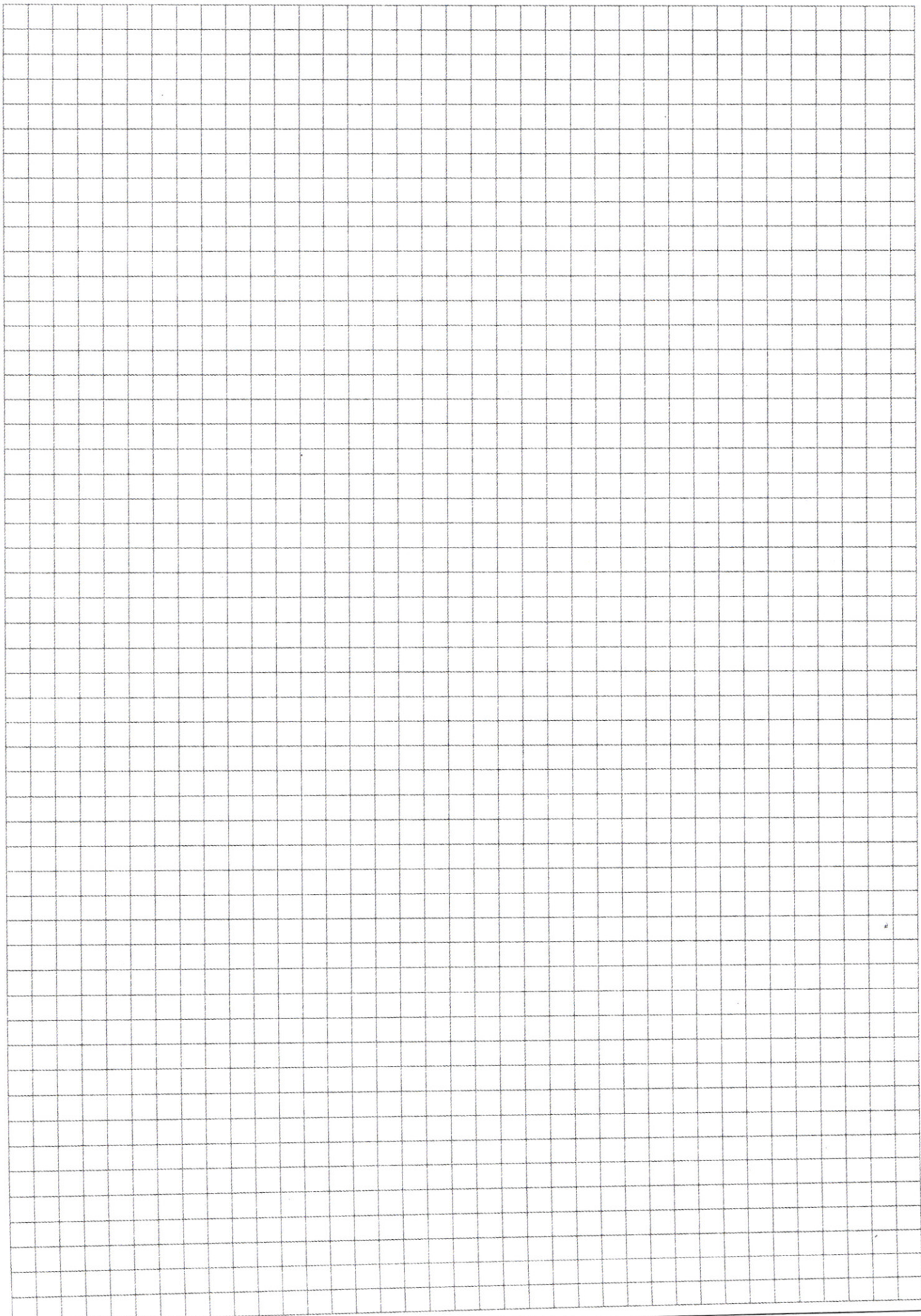
$$\sin \angle FCB = \frac{4}{5}$$

$$\sin \angle ACF = \sin (\angle ACD + \angle FCB) = \frac{4}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = 196$$

Ответ: а) 20

б) 196



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 - y\sqrt{4} - 2y + 8\sqrt{4} - 4y = 0$$

$$y^2 - y\sqrt{4} - 2y + 8\sqrt{4} - 4y = 0$$

$$x(x^2 - x^2 - 6x + 0) = 0$$

$$x(x^2 + x - 4) = 0$$

$$x=0 \quad x=2$$

$$y=4$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

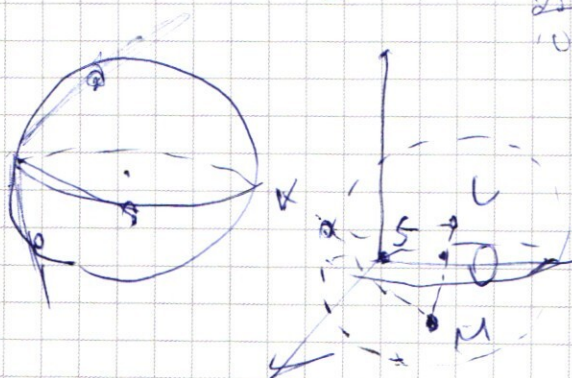
$$200 - 104$$

$$\frac{5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - \frac{1}{2}}{10\sqrt{2} - 10} = \frac{3\sqrt{2} - \frac{1}{2}}{10\sqrt{2} - 10}$$

$$y = x^2$$

$$y = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4}$$

$$y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$(1x-12)^2 + (1y-5)^2 = a$$

$$x \geq 12, y \geq 5$$

$$O(12, 5)$$

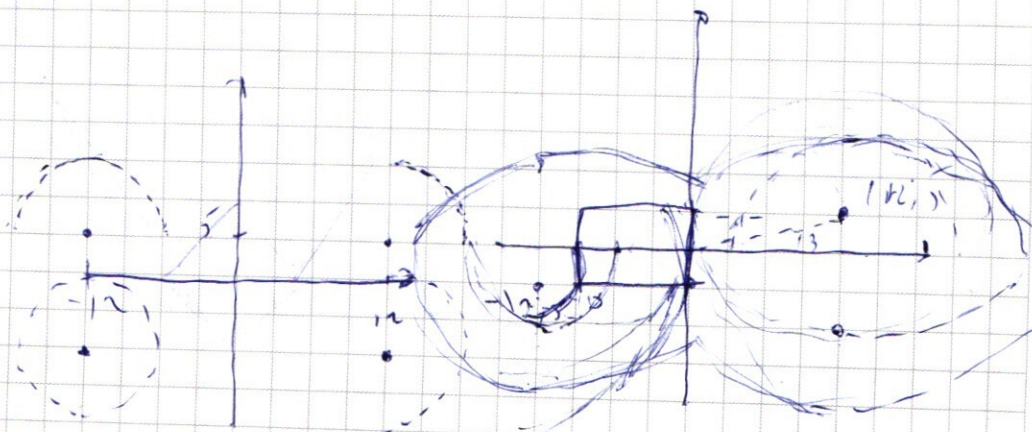
$$x < 12, y \geq 5$$

$$O(-12, 5)$$

$$x < 12, y < 5$$

$$O(12, -5)$$

$$x \geq 12, y < 5$$



$$8 - 4 - 12 + 8$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & -6 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & -8 & \end{array}$$

$$8 - 4 - 12 + 8$$

$$8 - 4$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & -6 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & -8 & \end{array}$$

$$x^2 + x^2 - 4x - 2x^2 - 2x + 8$$

$$(\sqrt{17} - 1)^2 = 18 - 2\sqrt{17}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{4}}{5\sqrt{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{5\sqrt{2}}$$

$$\frac{2\sqrt{4}}{10\sqrt{2}}$$



$$\frac{\sqrt{4}}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{5}$$

$$x+y+5$$

$$x+y+5$$

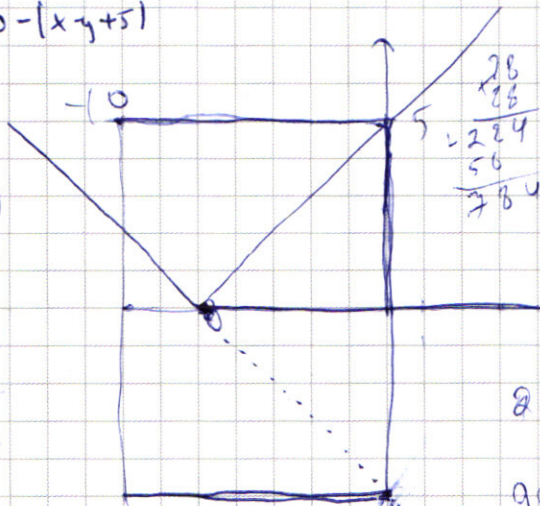
$$y=-x-5$$

$$|x+y+5| = 10 - |y-x+5|$$

$$|x+y+5|=10-|x-y+5|$$

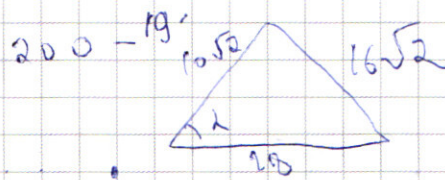
$$y = -x - 5$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ \downarrow 18 \\ 236 \\ \downarrow 28 \\ 140 \\ \downarrow 60 \end{array}$$



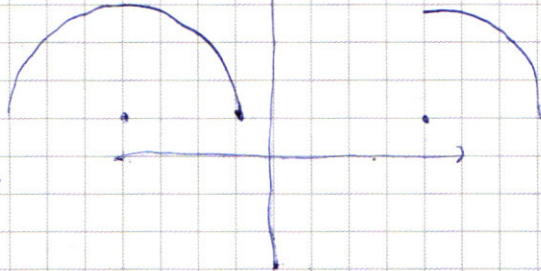
$$A = 10\sqrt{2}$$

$$MD = 14 + \sqrt{2} = 16$$



$$2512 = 200 + 484 - 560\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{472\sqrt{2}}{560}$$



$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ x-y \geq -5 \end{cases}$$

$$x+y+5=10-x-y-5$$

$$x=0$$

$$\begin{cases} y \geq -5 \\ y \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ x-y \leq -5 \end{cases}$$

$$x+y+5=10+x-y+5$$

$$y=5$$

$$\begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\sin(2+\alpha) = \sin 2 \cos \alpha + \sin \alpha \cos 2$$

$$\begin{array}{r} 218 \\ 8-18- \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y \leq -5 \\ x-y \geq -5 \end{cases}$$

$$-x-y-5=10-x-y-5$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y \leq -5 \\ x-y \leq -5 \end{cases}$$

$$-x-y-5=10+x-y+5$$

$$\begin{cases} x \geq 12 \\ y \geq 5 \end{cases}$$

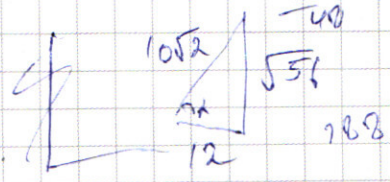
$$\begin{cases} x \leq 12 \\ y \geq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 5 \\ y \geq -7 \end{cases}$$

$$(y-5)^2 = 0 \quad y-5 = \sqrt{0} \quad y=5+3$$

$$\frac{6}{5\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{36}{50} + \frac{2}{25} = \frac{36}{50} + \frac{14}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

$$\frac{36+98+80\sqrt{2}}{50} \sqrt{2}$$



$$200 - 144 = 56$$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{14}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{14}{10\sqrt{2}} = \frac{6}{5\sqrt{2}}$$

$$56 = 100 \cos 2\alpha - 24\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{288}{70\sqrt{2}} = \frac{17}{5\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

$$100 + 56 = 200$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{-26} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1029 \\ \underline{-2} \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ \underline{-343} \\ 28 \\ \underline{-63} \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \underline{-49} \end{array}$$

$$926 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\frac{87.6}{6} \cdot \frac{54.3}{6} = 560 - \begin{matrix} 3.7 & 3.3 & 4.3 & 1.2 \\ 3.2 & 2.3 & 9.1 \end{matrix}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$5 \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) + 5 \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$\cos - 25 \sin^4 x \cdot \sin 2x + 25 \sin^4 x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin 2x \quad 2 \sin 3x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 4x - \cos 2x \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 7x = \sin 2x + \frac{17}{25}$$

$$x = \frac{1}{8} + \frac{1}{2}u \quad u \in \mathbb{Z}$$

$$7x = 2x + \frac{i}{y} + 2i \ln m \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{r} 56-36 \\ 10 \times 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

~~$$4x = 2x - \frac{3\pi}{4}$$~~

$$\frac{49}{50} \quad \sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{4}}{5} = \frac{\sqrt{4}}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{5}$$

$$7x = \frac{3i\pi}{4} - 2x + 2\pi f \quad f \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$y'x = 3\hat{u} + 2\hat{v} + \hat{w}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi n$$

$$\lambda = \frac{11}{12} + \frac{2}{9}i\pi f$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} - \sqrt{200 - \frac{9^2}{2}} = 12$$

$$56.4 = 224$$

$$\frac{0}{\sqrt{2}} - 12 = \sqrt{100 - \frac{0}{2}}$$

$$\frac{0^2}{2} - 1250a + 100 = 200 - \frac{a^2}{2}$$

~~$x^2 - 17\sqrt{x} - 56 = 0$~~

$$Q^T - 17.529 - 56.50$$

$$a = \frac{17\sqrt{2} + 16\sqrt{2}}{1} = 33\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 16 \\ + 288 \\ 729 \\ \hline 512 = 2^9 \end{array}$$

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$\begin{matrix} y > 0 \\ x > 0 \end{matrix}$$

$$y^1 - xy - 2x^2 + 3x - 4y = 0$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$4 =$$

$$\begin{aligned} D &= x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 16x = \\ &= 9x^2 - 8x + 16 \end{aligned}$$

$$-\ln x \ln(x^2 y^4) = \ln y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2\right)^2$$

$$(x^2 y^4)^{\ln \frac{1}{2}} = y^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

$$\ln y x = -\ln x (2 \ln x + 4 \ln y) = \ln y (\ln y - 4 \ln x)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 4 \ln x \ln y$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln y + \ln^2 y = 0$$

$$\ln x = \frac{3 \ln y \pm \ln y}{4}$$

$$3 \ln^2 y - 8 \ln^2 x = \ln^2 y$$

$$\ln x = \ln y$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \ln y$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$y = x^2$$

$$x = y$$

$$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$$

$$y^2 - y - 2y + 8\sqrt{y} - 4y = 0$$

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$\sqrt{y} \quad t = \sqrt{y}$$

$$y = 0 \quad y = \sqrt{x} \quad y = 2$$

$$t^4 - 7t^2 + 8t = 0$$

$$2y^2 - 2$$

$$y^2 - 7y + 8\sqrt{y} = 0$$

$$t^4 - 7t^2 + 8t = 0$$

$$t(t^3 - 7t + 8) = 0$$

$$y = x^2$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$y^2 - 9\sqrt{y} - 2 \cdot 3 \sqrt{y} - 4y = 0$$

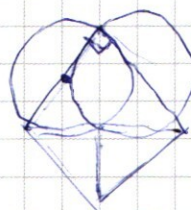
$$y^2 + 7\sqrt{y} - 6y$$

$$y^2 + 7\sqrt{y} - 6y = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} x=0 & : y \in [-5; 5] \\ y=5 & : x \in [-10; 0] \\ x=-10 & : y \in [-5; 5] \\ y=-5 & : x \in [-10; 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 144 + (y-5)^2 &= a \\ (y-5)^2 &= a - 144 \\ 100 &= a - 144 \\ [0; 100] &= a - 144 \end{aligned}$$



38

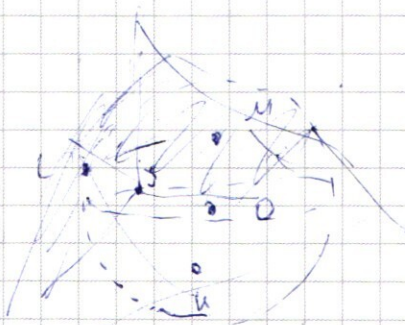
$$2x + 3 \cdot 2^{34} > 46 + 2(2^{32} - 1) \wedge$$

$$\begin{aligned} (x+12)^2 + 25 &= a \\ x \in [-10; 0] \end{aligned}$$

$$2 \cdot 2^{x-2} + 3 \cdot 2^{32} > 19 + (2^{31} - 2) \wedge$$

$$\begin{aligned} a + 25 &= a \\ 144 + 25 &= a \\ a &= 29 \\ a &= 169 \end{aligned}$$

$$a \in (29; 169)$$



$$a \leq 144$$

$$144 + (y-5)^2 = a \quad y > 5$$

$$\begin{aligned} a - 144 &= (y-5)^2 \\ a &\geq 144 \end{aligned}$$

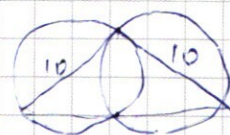
$$a > 169$$

$$2) a \leq 144$$

$$a \in (144; 169)$$

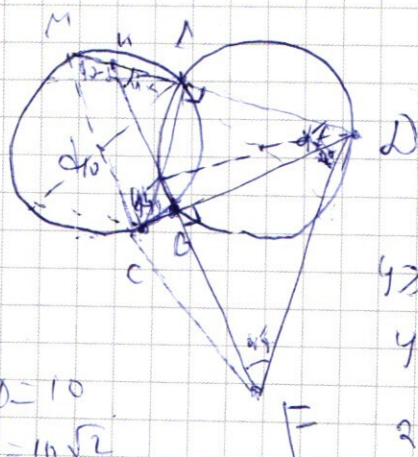
$$a \leq 144$$

$$(29; 144)$$



$$a = 4$$

$$r = 10$$

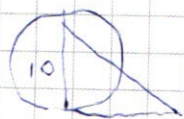


$$\frac{d}{b} \cdot \frac{20}{BD} = \frac{20}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{DB}{CB} = \frac{10}{10}$$

$$CD = 10$$

$$\begin{aligned} CD &= 10 \\ DM &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$y \geq 2^2 + 5 \cdot 2^{34}$$

$$y \geq 2^2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y \leq 46 + 2(2^{32} - 1) \wedge$$

$$2^2 + 3 \cdot 2^{34} \geq 46 + 2(2^{32} - 1) \wedge$$

$$2^x - 3 \cdot 2^{34} > 46 + 2^{33} x - 2^x$$

$$2^x - 2^{33} x + 2^x > 46 - 3 \cdot 2^{34}$$

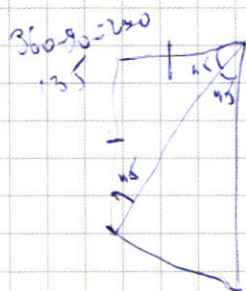
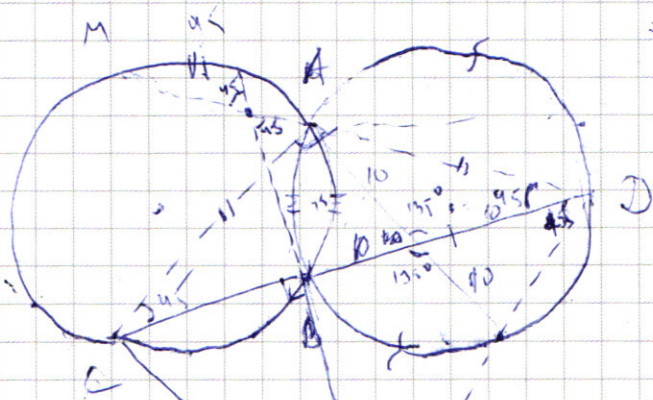
$$2^x - 33$$

$$(90 - J - d)^2 = 90^2$$

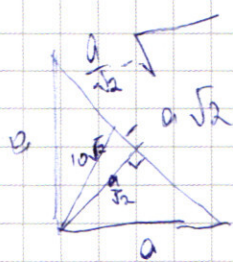
$$(J - J - d)^2 = \frac{\pi^2}{4} - 11$$

$$= \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} J - \frac{\pi}{2} d + J^2 - \frac{\pi}{2} J + Jd + J^2 - 2Jd + Jd =$$

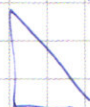
$$= \frac{\pi^2}{4}$$



$$CF = CB^2 + BF^2$$



$$a\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \sqrt{100}$$



$$(CB + BF)BP = (CB + BP)BP \frac{CF}{BF}$$

$$ACD \sim BDF$$

$$\frac{CD}{BF} = \frac{AC}{BD} = \frac{AD}{BF}$$

$$\frac{2}{14\sqrt{2} \cdot 0.4} = \frac{2}{10\sqrt{2}}$$

и наоборот

$$AC = 2r \cos d$$

$$CD = \sqrt{2} r \cos d$$

$$100 - 100 = 56$$

$$BD = k \cdot r \cos d$$

$$90 - J + 90 = 180$$

$$BC^2 + BP^2$$

$$\frac{CB}{BP} = \frac{90 - J - d}{90 - J + d}$$

$$90 - J - d = k \cdot r \cdot \cos d \quad \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{90 - J - d}{90 - J + d} =$$

$$\left(\frac{90 - J - d}{90 - J + d} (k r \cos d) \right)^2 + (k r \cos d)^2$$

$$CF = \sqrt{AP^2 + \left(\frac{90 - J - d}{d} \right) BP^2} \quad CB^2 = BF^2 = CB^2 + BP^2$$

$$\left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \sqrt{200 - \frac{a^2}{2}} \right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} + \sqrt{200 - \frac{a^2}{2}} \right)^2 = \frac{a^2}{2} + 400 - \frac{a^2}{2} =$$

$$CF = \frac{BP}{CB} \cdot \frac{90 - d}{d}$$

$$CB = \frac{90 - d}{d} BP$$