

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

Э

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

?

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Разложить число 9261 на простые множители.

$$9261 = 7^3 \cdot 3^3$$

Плюс цифры в восьмизначных числах будут либо

3 по 7, 3 по 3 и 2 по 1 либо 3 по 7 1 по 9 1 по 3 и 3 по 1

Воспользуемся формулой расстояний по 8 местам
с повторяющимися элементами.

N_1 - 3 по 7, 3 по 3, 2 по 1 - ~~какое~~ ^{какое-то} таких чисел

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 16 \cdot 5 \cdot 4$$

N_2 - 3 по 7, 1 по 9, 1 по 3 и 3 по 1

$$N_2 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 32 \cdot 5 \cdot 4$$

N_0 - ~~какое-то~~ ^{какое-то} всех чисел, удовлетворяющих условию

$$N_0 = N_1 + N_2 = 48 \cdot 5 \cdot 4 = 1680 \text{ чисел}$$

Ответ: 1680.

N2

$$\cos 9x + \sin 9x - \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(7x+2x) - \cos(7x-2x) + \sin(7x+2x) + \sin(7x-2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sin 2x = \cos 2x \mid \pm \cos 2x \neq 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$\cos 2x = 1$$

Воспользуемся формулами

суммы $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}.$

~ 5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Рассмотрим модули первого уравнения системы

$$y > -x-5 \quad y > x-5 : y = 0$$

$$y < -x-5 \quad y < x-5 : y = -10$$

$$y > -x-5 \quad y < x-5 : x = 5$$

$$y < -x-5 \quad y > x-5 : x = -5.$$

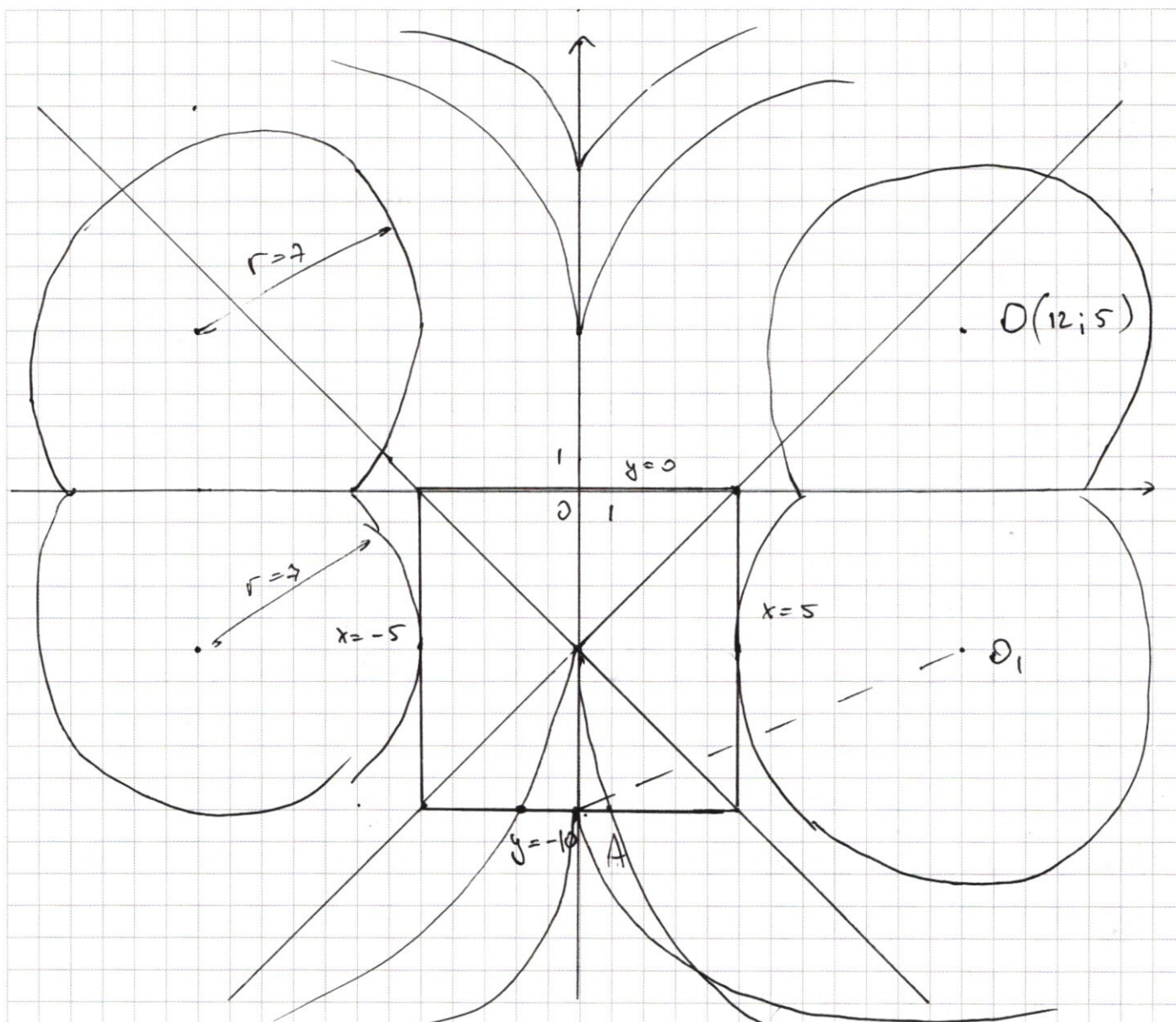
Графиком второго уравнения будут являться четыре окружности или их части, симметричные относительно Ox и Oy одновременно (т.е. $\forall |x|$ и $|y|$).

Центры этих окр-тей симметричны м. $O(12; 5)$.

Радиусы окр-тей равны $\sqrt{a}$.

Перейдем в м-то xOy .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть радиус окр-ти - r . При $r=7$ две нижние окр-ти касаются квадрата в двух точках $\Rightarrow a = 49$, а две верхние не пересекают его.
 При $r \in [12; |\vec{OA}|]$ нижние окр-ти пересекают квадрат, а верхние - нет.
 $|\vec{OA}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \Rightarrow r \in [12; 13) \Rightarrow a \in [144; 169)$.
 В остальных случаях точек пересечения больше или

менее, чем 2

Ответ: $\{49\} \cup [144; 169)$.

~ 3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

Решим первое ур-е

$$\underline{x > 0 : \frac{y}{x^2} > 0 \Rightarrow y > 0} \quad (x > 0, \text{ т.к. } \ln x, \text{ где } x > 0)$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$$

$$x^{2 \ln x} y^{4 \ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}} \quad | \cdot y^{4 \ln x} \neq 0 \text{ (степенная функция)}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3 \ln x}} \quad | \cdot x^{2 \ln x} y^{3 \ln x} \neq 0 \text{ (степенные функции)}$$

$$y^{3 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$$

Трансформируем данное уравнение обе части лог-но е.

$$\ln y^{3 \ln x} = \ln y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$$

$$3 \ln x \cdot \ln y = \ln^2 y + 2 \ln^2 x$$

Решим данное ур-е относительно $\ln y$

$$\ln^2 y - 3 \ln x \ln y + 2 \ln^2 x = 0$$

$$(\ln y - 2 \ln x)(\ln y - \ln x) = 0$$

$$\ln y = 2 \ln x \quad \vee \quad \ln y = \ln x$$

$$\underline{y = x^2} \quad (1)$$

$$\underline{y = x} \quad (2)$$

Решим второе ур-е относительно (1)

$$1) x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 3x = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 3) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x=0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x=2: 2^3 - 2^2 - 12 + 8 = 8 - 4 - 12 + 8 = 0$$

Используем схему Горнера

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -6 & 8 \\ 2 & 1 & 1 & -4 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+x-4)=0$$

$$x^2+x-4=0$$

$$D = 1+16 = \sqrt{17}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \Rightarrow \text{не угоден нам, т.к. } x > 0, y > 0$$

т.о. при $y = x^2$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} \end{cases}$$

$$2) \quad x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$$

$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$x(4-2x) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Ответ: $(0;0); (2;4); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4}\right); (2;2).$

№ 4

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$76 + 2^{33} - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^x + 2x < 76 - 5 \cdot 2^{33} \quad | : 2$$

$$2^{x-1} + x < 38 - 5 \cdot 2^{32}$$

$x < 0$, т.к. иначе левая часть > 0 , правая < 0 ~~противоречие~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ правая $>$ левой — противоречие.

при $x < 0 \quad 2^{x-1} \in (0; 1)$

$$x < 38 - 5 \cdot 2^{32} - 2^{x-1}$$

$$x \leq \underline{38 - 5 \cdot 2^{32}}$$

x — всегда отрицат. $\Rightarrow 2^x \in (0; 1)$

$$y \geq 3 \cdot 2^{34} + 1$$

$$y < 76 + 2^{33} - 2(38 - 5 \cdot 2^{32})$$

$$y < 2$$

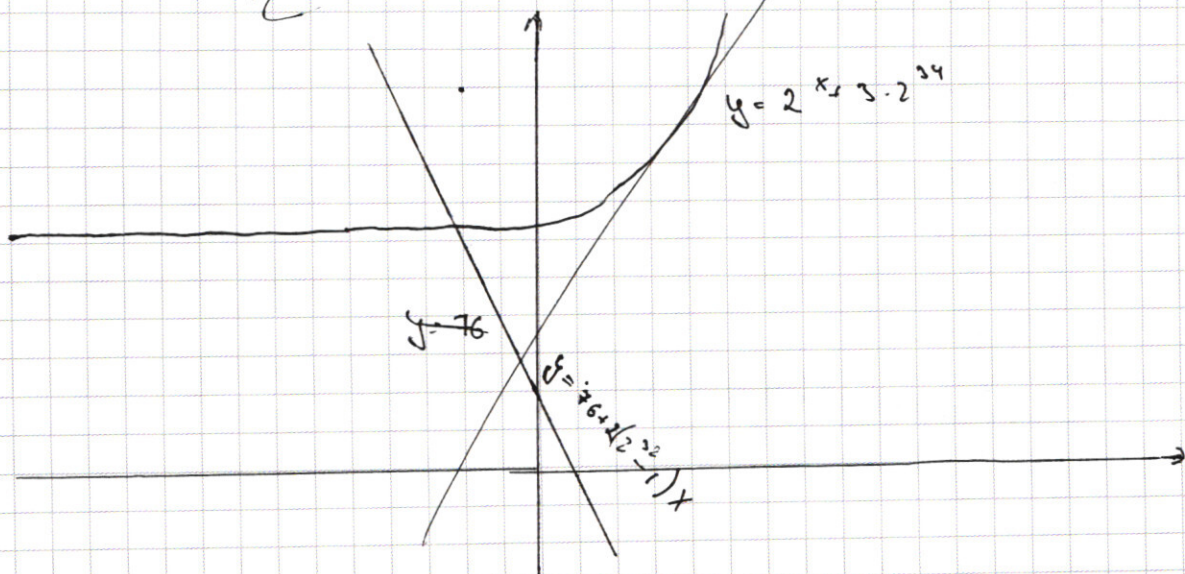
$$y \geq 3 \cdot 2^{34} + 1$$

$$y = 76 + 2^{33} - 2x \text{ — убывает} \Rightarrow$$

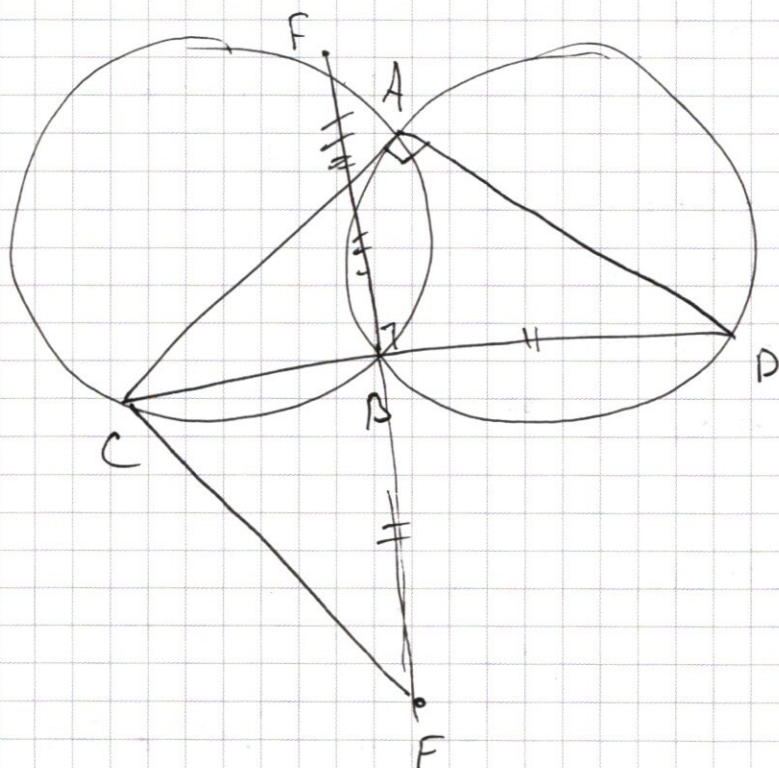
$\Rightarrow$ наиб. y соответ. — наиб. x ,

и наоборот.

Нарисуем графики функций в м-ми xOy



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(x^2 y^4)^{\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3 \ln x}}$$

$$y^{\ln x} = y^{\ln y \times 2 \ln x}$$

$$\ln x y^{2 \ln x} = \log x y^{\ln y} + \log x \cdot x^{2 \ln x}$$

$$\cancel{2x} \ln y^{2\ln x} = \ln y^{\ln y} + \ln x^{2\ln x}$$

$$3 \ln x \ln y = \ln^2 y + 2 \ln^2 x$$

五

$$3 \ln x \ln y = \ln^2 y + 2 \ln^2 x$$

$$2t^2 - 3 \ln y t - \ln^2 y = 0$$

$$D = 9 \ln^2 y + 8 \ln^2 y$$

$$\ln x = t \quad \ln y = t$$

$$t^2 - 3 \ln x t + 2 \ln^2 x = 0$$

$$(t - 2 \ln x)(t - \ln x) = 0$$

$$\ln y = 2 \ln x \quad \ln y = \ln x$$

$$y = x^2$$

$$y = x$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$1 \quad 1 \quad -1 \quad -6 \quad +8$$

$$2 \quad 8 \quad -4 \quad -12 \quad +8$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33} - 2x > 2^x + 6 \cdot 2^{33}$$

$$2^x + 2x < 76 - 5 \cdot 2^{33}$$

$$x = 36$$

$$2^{36} + 72 < 76$$

$$76 + 2^{33} - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^x + 2x < 76 - 2^{33} \cdot 5$$

$$x = x - 2^{35}$$

$$2^{-2^{36}} + 2 \cdot -2^{35} < 76 - 5 \cdot 2^{33}$$

$$\frac{1}{2^{32}} + 2 \cdot 2^{35}$$

$$x = -2^{35}$$

$$2^x + 2x < 76$$

$$2^x + 2x + 2^{33} \cdot 5 < 76$$

$$x = -2^{33}$$

$$\frac{1}{2^{66}} - 2 \cdot 2^{33} + 2^{33} \cdot 5$$

$$\frac{1}{2^{66}} + 3 \cdot 2^{33} < 76 \quad (н.)$$

$$x = -2^{34}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$y^{\ln y}$$

$$2^{\log_2 2}$$

$$2^{\log_e 2}$$

$$y^{\log_e y}$$

$$y^2 - 4y + 4 - 4 - 2(x^2 + 4x + 4) - 8 - xy = 0$$

$$y^2 - 2x^2 - xy + 8x - 4y = 0$$

$$(y+2)^2 - 2(x+2)^2 - 12 - xy = 0$$

$$\log_e 5 = \frac{1}{\log_5 e}$$

$$\frac{\log_e a}{\log_e b}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^2} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$$

$$= \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{\log_e a}{\log_e b}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{4 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} \cdot y^{4 \ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{4 \ln x}}$$

$$\frac{y^{3 \ln x} - y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln x}} = 0$$

$$y^{3 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$$

$$\ln y = \frac{\log_e y}{\log_e e} = \frac{1}{\log_e e}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}} \Rightarrow \frac{1}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3 \ln x}}$$

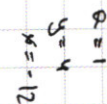
$$\frac{1}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3 \ln x}}$$

$$y^{3 \ln x} = x^{2 \ln x} \cdot y^{\ln y}$$

$$y^{3 \ln x} = (x^{\frac{1}{\log_e x} e})^2 \cdot y^{\ln y}$$

$$y^{3 \ln x} = \left(x^{\frac{1}{\log_e x} e}\right)^2 \cdot y^{\frac{1}{\log_e e}}$$

$$\left(y^{\ln x}\right)^3 = x^{\frac{2}{\log_e x} e} \cdot y^{\frac{1}{\log_e e}}$$



Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^x + 2x + 5 \cdot 2^{33} = 76$$

$$2(2^{x-1} + x) + 5 \cdot 2^{33} = 76$$

$$2^{x-1} + x + 5 \cdot 2^{32} = 38$$

$$\begin{array}{r} \times 1024 \\ 1024 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 4096 \\ 2048 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 4 = 2^{32}$$

$$76 + 2^{33} = 76 + 5 \cdot 2^{32}$$

$$6 - 2^{33}$$

$$3 \cdot 2^{34}$$

$$\begin{array}{r} \times 1024 \\ 1024 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 4096 \\ 2048 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$76 - 76 + 6 \cdot 2^{33}$$

$$y = 3 \cdot 2^{34}$$

$$y = 3 \cdot 2^{34} - 1$$

$$\begin{array}{r} \times 1024 \\ 1024 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1024 \\ 1024 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 4096 \\ 2048 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4194304 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 741824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 741824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 741824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 741824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1073741824 \\ 1073741824 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1048576 \\ 1048576 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1048576 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4194304 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1048576 \\ + 2097152 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

$$2^{32} = \begin{array}{r} 142433143 \\ \times 4294967296 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$5 \cdot 2^{32} = \begin{array}{r} 21474836480 \\ 38 \end{array}$$

$$38 - 5 \cdot 2^{32} = -21474836442$$

$$2^{x-1} + x < -21474836442$$

$$x < -21474836442 - 2^{x-1}$$

$$x \leq -21474836442$$

~~$y < 76 + 2^{33} - 2x$~~

$$x \leq 37 - 5 \cdot 2^{32}$$

$$y \geq 3 \cdot 2^{34} + 1$$

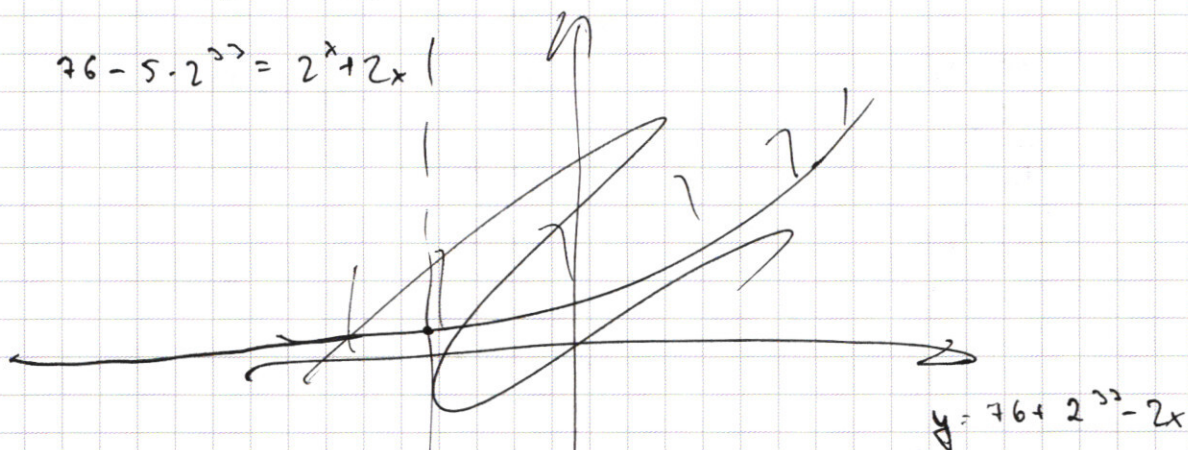
~~$76 + 2^{33} x \neq 2x$~~

$$76 + 2^{33} - 2x \geq 3 \cdot 2^{34} + 1$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33} - 2x = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

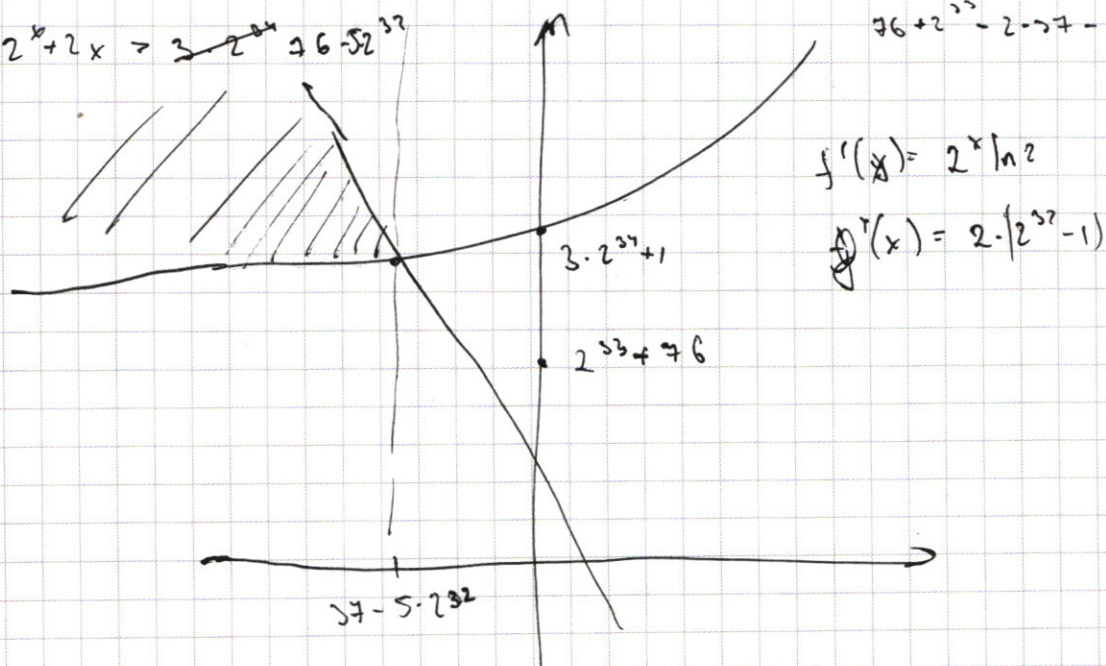
$$76 - 5 \cdot 2^{33} = 2^x + 2x$$



$$2^x + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2^{33} - 2x$$

$$2^x + 2x > 3 \cdot 2^{34} - 76 - 5 \cdot 2^{33}$$

$$76 + 2^{33} - 2 \cdot 37 - 5 \cdot 2^{33}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 326 \overline{) 9} \\ - 3 \\ \hline 26 \\ - 18 \\ \hline 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1023 \overline{) 3} \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ - 3 \\ \hline 43 \\ - 42 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 441 \\ + 21 \\ \hline 882 \\ + 441 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\sim 1 \quad 3 \text{ no } 7 \quad 100\%$$

$$3 \text{ no } 3 / 9 \text{ и } 3 \quad \text{ост} - 1$$

$$3 \text{ no } 7 \text{ и } 3 \text{ no } 3 \text{ и } 2 \text{ no } 1$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot \cancel{8}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 = 280$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 43 \\ \hline 12 \\ \times 240 \\ \hline 7 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$N_1 = 3 \text{ no } 7 \text{ и } 3 \text{ no } 3 = 16 \cdot 5 \cdot 7$$

$$N_2 = 3 \text{ no } 7 \text{ и } 9 \text{ и } 3 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot \cancel{8}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 32 \cdot 5 \cdot 7 = 1120$$

$$N_1 + N_2 = 48 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\cos(7x+2x) - \cos(7x-2x) - \sqrt{2} \cos 4x + \sin(7x+2x) + \sin(7x-2x) = 0$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \Rightarrow \cos(7x+2x) - \cos(7x-2x) =$$

$$= -2 \sin \frac{7x+2x+7x-2x}{2} \sin \frac{7x+2x-7x+2x}{2} = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \Rightarrow \sin(7x+2x) + \sin(7x-2x) =$$

$$= 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x \quad | \cdot \cos 2x + \sin 2x \neq 0$$

$$2 \sin 7x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \cos 4x (\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin(5x+2x) = \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin 6x = \dots$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sin 2x + 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sin 2x + \cos 2x$$

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + t)$$

$$\sin t = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\sin 30 + \cos 30 = \sqrt{2} \sin(30 + t)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(30 + t) \quad t \approx 60$$

$$\sin 35 =$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + 0.4\pi n$$

~4

~5

$$|x+y+5| + |y+5-x| = 10$$

$$y > -x-5 \quad y > x-5 : y = 0$$

$$2y + 10 = 10$$

$$y = 0$$

$$y < -x-5 \quad y < x-5 : y = -10$$

$$-2y - 10 = 10$$

$$y > -x-5 \quad y < x-5 : x = 5$$

$$y < -x-5 \quad y > x-5 : x = -5$$

