

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в папку
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$9261 = 3^3 \cdot 7^2$, значит число содержит три цифры 7, т.к. это единственная кратная 7 цифра

$9261 : 3^3$; значит число содержит или три цифры 3, или одну цифру 3 и одну цифру 9

Оставшиеся цифры - единицы, только они не будут менять число при произведении.

а) Набор цифр числа: 7, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1

Таких чисел: $P(3, 3, 2) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{7!}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 3} =$
(формула перестановок с повторениями)

$$= 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 35 \cdot 16 = 560$$

б) Набор цифр числа: 7, 7, 7, 9, 3, 1, 1, 1

Таких чисел: $P(3, 1, 1, 3) = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = P(3, 3, 2) \cdot 2 = 560 \cdot 2 = 1120$

Итого: $1120 + 560 = 1680$ чисел

Ответ: 1680

№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} (\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x) = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \sin 7x (\sin 2x + \cos 2x) - \cos 4x + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} (\cos 2x \sin \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cos \frac{\pi}{4}) =$$

$$= \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$1) \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x, \quad \cos 2x = 0 - \text{НЕ КОРЕНЬ, т.к.}$$

$$\text{Если } \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \pm 1, \quad 0 = \pm 1$$

$$\cos 2x = \sin 2x \quad | : \cos 2x$$

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2) \sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$



$$n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \quad (\text{ТОЧКИ СОВПАДАЮТ НА ТРИГ. ОКРУЖНОСТИ})$$

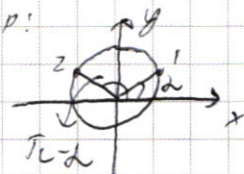
$$7x = (\pi - (2x + \frac{\pi}{4})) + 2\pi n \quad (\text{ТОЧКИ НЕ СОВПАДАЮТ, НО ФУНКЦИИ В НИХ РАВНЫ. ПРИМЕР:})$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$7x = -2x + \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}, \quad n \in \mathbb{Z}$$



$$\text{ОТВЕТ: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$$

✓ 3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + y(-x-4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = (x+4)^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2; \sqrt{D} = 3x-4$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -x+4 \end{cases}$$

a) $y = 2x$

$$(x^2 \cdot (2x)^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)}$$

$$(16 \cdot x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln \frac{2}{x}}$$

$$\frac{1}{2^{4\ln x} \cdot x^{6\ln x}} = 2x^{\ln 2 - 6\ln x} \quad | \cdot 2^{4\ln x} \cdot x^{6\ln x}$$

$$1 = 2^{(\ln 2 - 2\ln x)} \cdot x^{\ln 2} \quad | \cdot 2^{2\ln x}$$

$$2^{2\ln x} = 2x^{\ln 2}$$

$$\log_2(2^{2\ln x}) = \log_2(2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2})$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln 2 \cdot \log_2 x$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln 2$$

$$\ln x = \ln 2 \Rightarrow \underline{x = 2}$$

$$\underline{y = 2x = 4}$$

б) $y = -x+4, y > 0 \Rightarrow x < 4, x \in (0; 4)$

$$(x^2 \cdot (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x) - 7\ln x} \quad | \cdot (4-x)^{7\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{7\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$((4-x)^3)^{\ln x} \cdot x^{-2 \ln x} = ((4-x)^3)^{-2 \ln x} = (4-x)^{-6 \ln x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4-x)^{-6 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\begin{cases} 4-x=1 \\ -6 \ln x = \ln(4-x) \end{cases} \Rightarrow \underline{x=3} \quad \underline{y=4-3=1}$$

$$\textcircled{*} \ln x^{-6} = \ln(4-x)$$

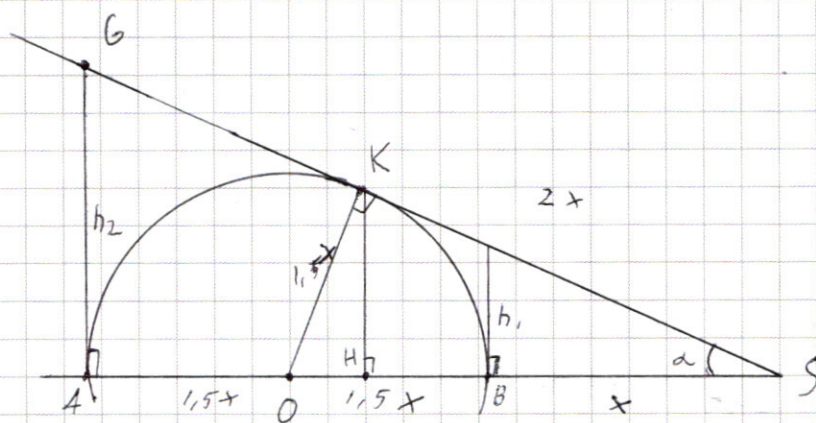
$$x^{-6} = 4-x \quad | \cdot x^6 \quad (x > 0)$$

$$1 = 4x^6 - x^7$$

$$x^7 - 4x^6 + 1 = 0 \quad \text{Корни не получаются}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

N 4



$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 16$$

$$\angle KSO = \alpha \quad ?$$

$$S_{KLM} = ?$$

$$KS = LS = MS \quad (\text{касательные из одной точки}) \Rightarrow (KLM) \perp SO$$

Треугольники с площадями S_1 и S_2 подобные между собой и

$\triangle KLM$ так как лежат в параллельных плоскостях и являются лучами из вершины K угла

$$K^2 = \frac{16}{1} \Rightarrow K=4, \quad \text{поскольку } SB=x \Rightarrow SA=4x; \quad SA-SB=2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{4-1x}{2} = 1,5; \quad OK=AO=OB=R=1,5x$$

$$\text{В } \triangle SKO: \sin \alpha = \frac{1,5x}{2,5x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{3}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

$$KS = \sqrt{SO^2 - KO^2} = \sqrt{(2,5x)^2 - (1,5x)^2} = 2x$$

$$\text{Опустим высоту } KH. \quad \frac{KH}{KS} = \sin \alpha \Rightarrow KH = 2x \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta G_{AS} \approx \Delta KHS$, GA и KH положительные элементы в

$$\frac{GA}{AS} = \tan \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \sin \alpha = \frac{3}{5},$$

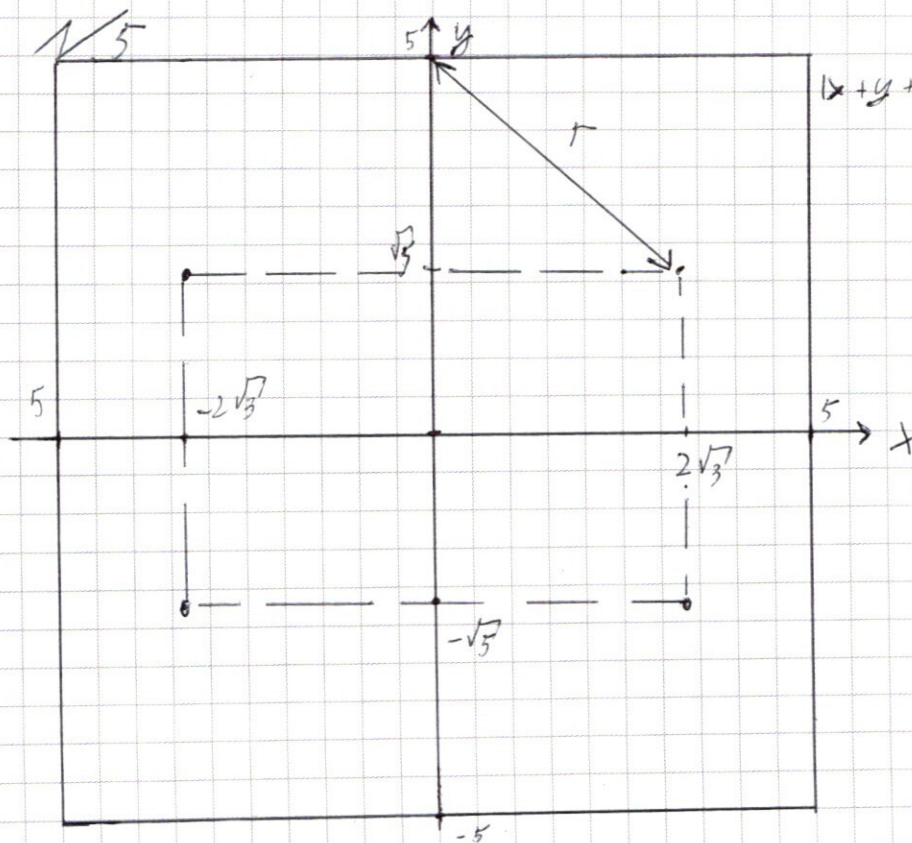
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} \quad \text{т.к. } \alpha - \text{острый} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\lg 2 = \frac{3}{4} \Rightarrow GA = AS \cdot \frac{3}{4} = 4x \cdot \frac{3}{4} = 3x$$

$$S_{KLM} = \cancel{S_{\triangle KLM}} = 16 \cdot \left(\frac{6/5 + 1}{3 + 1} \right)^2 = 16 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^2 = \frac{16 \cdot 4}{25} = \frac{64}{25}$$

$$\angle OTBET \cdot \angle KSO = \alpha + \sin \frac{3}{5}$$

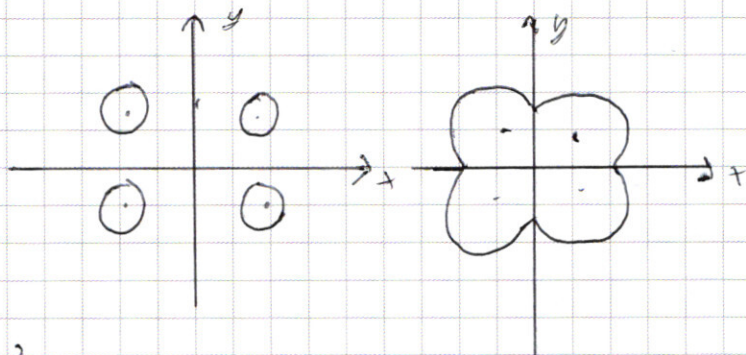
$$S_{KLM} = \frac{84}{25}$$



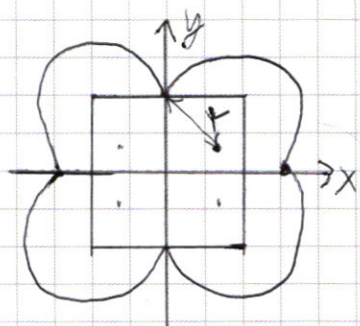
$$|x+y+5| + |y-x+4| = 10$$

КВАДРАТ со
СТОРОНАМИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ
ОСЯМ И ПЕРЕСЕКАЮЩИМИ
ИХ В ТОЧКАХ $\pm \frac{1}{2}$

$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$ - окружность с центром в точке $(2\sqrt{3}; \sqrt{5})$ в I четверти, в остальных в зеркальном отражении. Пример:



два корня только в следующем случае:



$$=7 \quad a^2 = r.$$

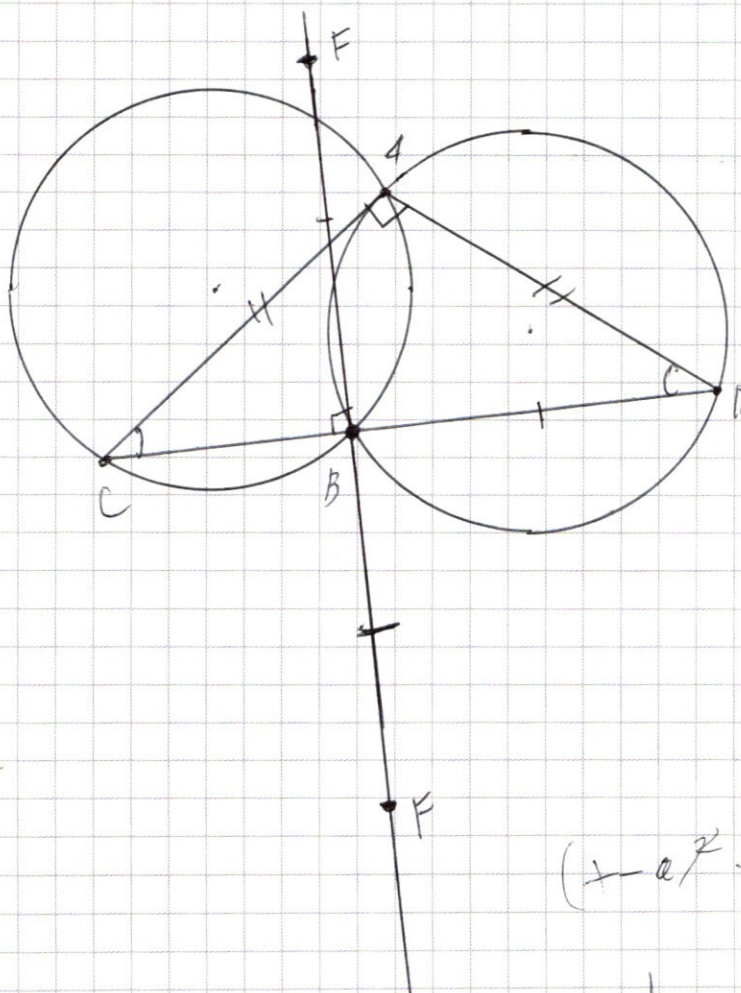
$$r = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (5-\sqrt{5})^2} = \sqrt{12+25-10\sqrt{5}+5} = \sqrt{42-10\sqrt{5}}$$

$$a = \pm \sqrt[4]{42-10\sqrt{5}}$$

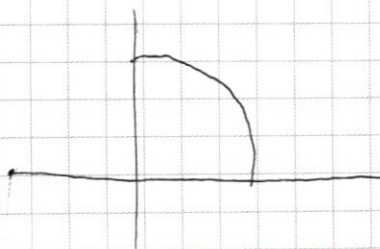
ОТВЕТ: $a = \pm \sqrt[4]{42-10\sqrt{5}}$,

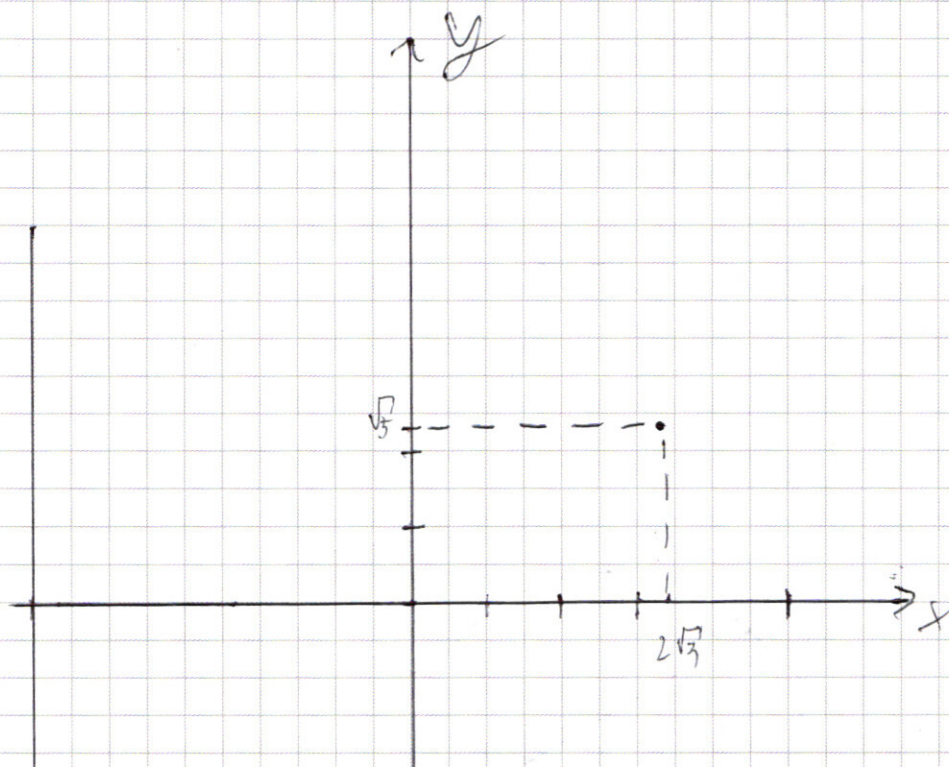
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$



$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$





2
1,7

$$(x+y+5) \geq$$

$$76 + 2(2^{32} - 1) \geq 2^4 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33} - 2 \geq 2^4 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$12 + 25 - 10\sqrt{5} + 5 = 42 - 10\sqrt{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x^2 \cdot (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)}$$

$$x^{\ln x^{-2}} \cdot ((4-x)^{-4})^{\ln x} = (4-x)^{-4 \cdot \ln x^{-2}} = (4-x)^{8 \cdot \ln x}$$

$$(4-x)^{8 \cdot \ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)}$$

$$(4-x)^{\ln x^8} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)} + \ln x^{-2} \cdot ((4-x)^{-4})^{\ln x}$$

$$x^8 = \frac{4-x}{x^2}$$

$$\frac{(4-x)^{-4 \ln x^{-2}}}{(4-x)^{8 \ln x}}$$

$$x^{15} = 4-x$$

$$x^{15} + x - 4 = 0$$

$$(x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{-4 \ln x}$$

$$x^2 \cdot 4$$

$$= ((4-x)^{-4})^{\ln x} \cdot x^{\ln x^{-2}} =$$

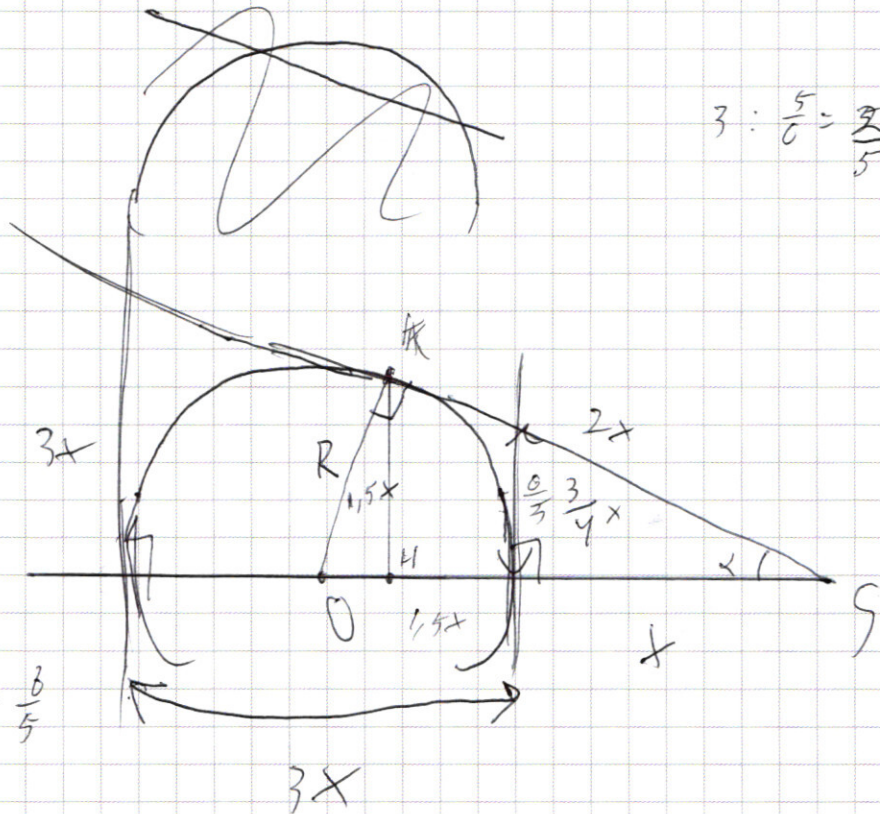
$$x^{\ln x^2} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$= (4-x)^{-4 \cdot \ln x^{-2}} =$$

$$(4-x)^{8 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \cdot x^{2 \ln x} = (4-x)^{8 \ln x}$$

$$3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{2}$$

$$3 : \frac{5}{6} = \frac{9}{5}$$



$$\frac{6}{5} : \frac{3}{4} = \frac{28}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{64}{25} \cdot 1$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{1.5x}{2.5x} = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{3}{5}$$

$$KS = LS = MS$$

$$KLM \perp SO$$

$$\frac{h_1}{x} \Rightarrow h_1 = x \cdot \tan \alpha$$

$$S_{KLM} = S_1 \cdot \left(\frac{KM}{h_1} \right)^2 = \frac{32}{9} x^2$$

$$KS = \sqrt{(2.5x)^2 - (1.5x)^2}$$

$$KS = \sqrt{6.25x^2 - 2.25x^2} = 2x$$

$$\sin \alpha = \frac{KM}{2x} \Rightarrow KM = \frac{6}{5} x$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

tg

L - OCT 16.15

$$h_1 = \frac{3}{4} x \Rightarrow S_{KLM} = 1 \cdot \frac{2x}{\frac{3}{4}x} = \frac{8}{3} x$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \text{т.к. } \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 4 - x \quad ? 0$$

$$x^{-2} \ln x \cdot (4-x)^{-4} \ln x = (4-x)^{\ln(4-x)} - 7 \ln x \int (4-x)^{-2} \ln x$$

$$x^{-2} \ln x \cdot (4-x)^{-4} \ln x = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\left((4-x)^3 \right)^{\ln x} \cdot x^{-2} \ln x = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\left((4-x)^3 \right)^{-2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \quad y = 4 - x \quad ? 0$$

$$(4-x)^{-6 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$-6 \ln x = \ln(4-x)$$

$$\ln x$$

$$\ln x^{-6} = \ln(4-x)$$

$$\sqrt{-1}$$

$$x^{-6} = 4 - x \quad | \Delta^0$$

$$1 = x^6 - x^7$$

$$x^7 - x^6 + 1 = 0$$

$$\text{при } x \rightarrow 0 \Rightarrow \text{корень}$$

$$f = 4x^6 - x^7$$

$$x^7 - 4x^6 + 1 = 0$$

$$F(x) = \int 24x^5 + 1$$

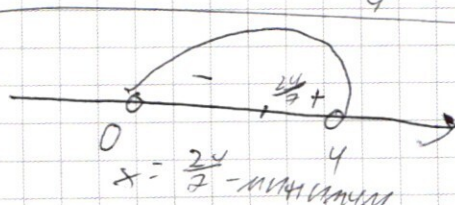
$$F'(x) = 24x^6 - 24x^5 = x^5(24 - 24x)$$

$$x^5(24 - 24x) = 0$$

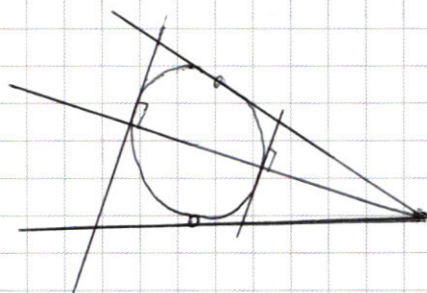
$$x = 0 \quad x = \frac{24}{24} = 1$$

$$\left(\frac{24}{2} \right)^6 \left(\frac{24}{7} - \frac{24}{7} \right) + 1 = \frac{24}{7} + 1$$

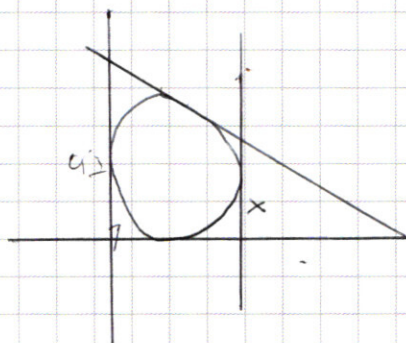
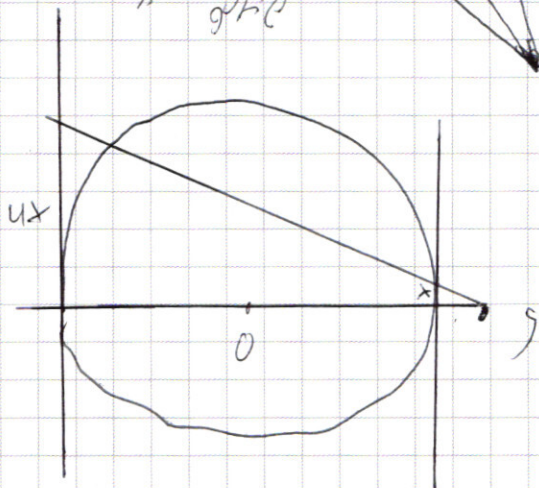
$$\text{ОУВЕТ: } \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$



$$\alpha = 1 + \left(h - \frac{t}{h^2}\right) \cdot \frac{t}{h^2}$$



$$1 + \frac{t}{h} \cdot \frac{t}{h^2}$$



$$1 \leftarrow 0$$

$$1 \leftarrow h$$

$$70 + 2 \cdot 2^{32} - 1 + 2^4 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

$$t = \frac{t}{h^2} = \frac{t}{h^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$343 - ?$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ - 28 \\ \hline 63 \\ - 63 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \div 7 \\ \hline 49 \\ \hline 210 \\ \hline 35 \\ \hline 560 \\ \hline 343 \\ \hline 2 \\ \hline 686 \end{array}$$

$$\Rightarrow 9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7^3 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 27 \\ \hline 2401 \\ 686 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$- 3^3 = 27$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 27 \\ \hline 2401 \\ 686 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\text{что то: } 9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

Значит ~~или~~ ~~или~~ в числе обязательно 10 то

$$\begin{array}{r} 0011 \\ 0101 \\ 0110 \\ 1000 \\ 1100 \end{array}$$

Есть 7 и 4 и 0 7, т.к. это единица,
цифра = 7

3³ = в числе или повторили 3

а также - 1

повторили 9 и 0 9 3

$$a) 3, 3, 3, 7, 7, 7, 11$$

$$\text{По формуле пер. с повт.: } P(3, 3, 2) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{6 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{8!}{72} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{72} = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 35 \cdot 16 = 560$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 2 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 3 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$b) 9, 3, 7, 7, 7, 1, 11$$

$$P(3, 3, 4) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = P(3, 3, 2) \cdot 2 = 560 \cdot 2 = 1120$$

$$\text{ответ } 1120 + 560 = 1680 \quad \text{ответ: } 1680$$

✓3

$$\textcircled{2} \begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$$

⑥

$$O(A): \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$y^2 + y(-y-x) + (-2x^2 + 8x) = 0$$

$$D = (4+x)^2 + 8x^2 - 32x - 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x =$$

$$= 16 - 16x +$$

$$2x^2 + 4y$$

$$-2x^2 - 4y + 8x - 4y + y^2 = 0$$

$$2x^2 + x(y-8) + 4y - y^2 = 0$$

$$D = (y-8)^2 - 8(4y-y^2) = y^2 - 16y + 64 - 32y + 8y^2 =$$

$$= 9y^2 - 48y + 64 = (3y-8)^2$$

$$y^2 + xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + y(-x-4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = (x+4)^2 + 8x^2 - 32x = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 =$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2 \Rightarrow \sqrt{D} = 3x-4$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} \Rightarrow \begin{cases} a) y = \frac{4x}{2} = 2x \\ b) y = \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4 \end{cases}$$

$$1) y=2x$$

$$\textcircled{1} (x^2 \cdot (2x)^4)^{e_{n2}} = (2x)^{e_n \frac{2x}{x^2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x + \sin 9x = \cos$$

$$\cos 9x$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$a) \quad \cos 2x = \sin 2x$$

Единица!!!

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

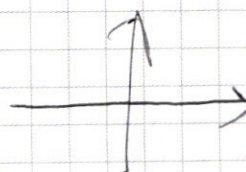
$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$b) \quad \sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos \alpha + \sin \beta = \sqrt{2} \left(\cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$$



$$\sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$8) \quad 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \pi - \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi k$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x = -2x + \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \\ x = \frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi k}{9} \end{cases}$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$



9261

$$\begin{array}{r} 9261 \\ -1029 \quad | \quad 3 \\ \hline 9 \\ 12 \\ \hline 12 \\ 9 \\ \hline 9 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1143 \\ 429 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \quad | \quad 3 \\ \hline 9 \quad | \quad 3087 \\ -26 \quad | \quad 3087 \\ \hline 24 \quad | \quad 3087 \\ -21 \quad | \quad 3087 \\ \hline 21 \quad | \quad 3087 \\ -21 \quad | \quad 3087 \\ \hline 0 \quad | \quad 3087 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \\ -281 \quad | \quad 3 \\ \hline 281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \quad | \quad 3 \\ \hline 3 \quad | \quad 1029 \\ -08 \quad | \quad 1029 \\ \hline 6 \quad | \quad 1029 \\ -27 \quad | \quad 1029 \\ \hline 22 \quad | \quad 1029 \\ -22 \quad | \quad 1029 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ -87 \quad | \quad 3 \\ \hline 87 \end{array}$$

$$343 \quad | \quad$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $y = 2x$

$$y^4 = 1023$$

$$(x^2 \cdot 10x^4)^{-\ln x} = 2x^{\ln\left(\frac{2+}{x^2}\right)}$$

$$(16x^6)^{-p_{n+1}} = 2x^{p_n \frac{2}{x^6}}$$

$$(16) \quad \frac{1}{enx} \cdot \frac{1}{(+6)enx} = 2 \cdot \frac{enx}{enx+6}$$

$$(x^2, 16x^4) \ln x = (2x) \ln \left(\frac{2x}{x^2} \right)$$

$$(16x^6)^{\text{enx}} = (2x)^{\text{enx} \left(\frac{2}{+6} \right)}$$

$$2^{4n+1} \cdot x^{6n+1} = 2^{n+\frac{2}{x}+0} \cdot x^{n+\frac{2}{x}+0}$$

$$\frac{16e_{nx}}{16} + \frac{e_{nx}}{16} = \frac{e_{nx}}{2} + \frac{e_{nx}}{16} = \frac{8e_{nx} + e_{nx}}{16} = \frac{9e_{nx}}{16}$$

$$2^{4\text{enx}} + 8\text{enx} = 2^{\text{enx}-6\text{enx}} + \text{enx}-6\text{enx} \quad / \cdot x^{6\text{enx}}$$

$$2^{4 \text{ ent}} \cdot 2^{12 \text{ ent}} = 2^{16 \text{ ent}} \cdot 2^{1 \text{ ent}}$$

$$2^{10ent} + 2ent = 7^{ent} + ent$$

$$\begin{aligned} \frac{(2x) \cdot 2^{enx}}{2^{enx}} &= 2x \cdot 2^{enx} \\ (2x) \cdot 2^{enx} &= 2^{enx} \end{aligned}$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^3}\right)}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$\frac{1}{2^{4\ln x} \cdot x^{6\ln x}} = 2x^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$1 = 2^{\ln 2 - 2\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2}$$

$$\ln 2 \cdot \log_2 2x$$

$$\log_2 2^{2\ln x} = \log_2 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2} = \log_2 2^{\ln 2} + \log_2 x^{\ln 2}$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln 2 \cdot \log_2 x$$

$$\cancel{2\ln x \cdot \log_2 x} = \cancel{\ln 2 \cdot \log_2 x} + \ln 2$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln 2 \cdot \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$\boxed{x=2} \Rightarrow \boxed{y=4}$$

②

$$(x^2 \cdot (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}$$