

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:

a, b, c, d, e, f, g, h - восьмизначное
число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 64827$$

знайти;

N - количество
таких чисел

Решение:

Факторизовав 64827, получили,
что $64827 = 3^3 \cdot 7^4$

В таком случае мы имеем
2 варианта:

1) число состоит из трёх "3",
четырёх "7"
и одной "1"

2) число состоит из двух "4",
четырёх "7",
одной "9"
и одной "3"

Госчитаем кол-во N_1 и N_2 возможных чисел для
соответствующих случаев:

$$N_1 = C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 = \frac{8!}{1! \cdot 7!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{0! \cdot 4!} = 8 \cdot 5 \cdot 7 = 280,$$

где C_8^1 - кол-во способов выбрать "1",

C_7^3 - кол-во способов при фиксации "1" выбрать "3",

C_4^4 - кол-во способов при фиксации "1" и "3" выбрать "7"

$$N_2 = C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4 = \frac{8!}{1! \cdot 7!} \cdot \frac{7!}{1! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{0! \cdot 4!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840,$$

где C_8^1 - кол-во способов выбрать "9"

C_7^1 - кол-во способов выбрать "3" при фиксации "9",

C_6^2 - кол-во способов выбрать "1" при фиксации "9" и "3",

C_4^4 - кол-во способов выбрать "7" при фиксации "9", "3" и "1"

$$N = N_1 + N_2 = 1120$$

Ответ: $N = 1120$

5. Дано:

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

Найти:

a , система имеет только 2 решения

Решение:

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Раскроем модуль первого уравнения (1) системы с разными знаками:

"+" "+"

$$1) \begin{cases} y+x+8 \geq 0, & -y+x+8 \geq 0 \\ y \geq -x-8, & y \leq x+8 \end{cases}$$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$2x+16=16$$

$$2x=0 \Rightarrow x \in [-8; 8] -$$

с учетом этого перепишем (2):

$$64 + (|y|-15)^2 = a$$

$$|y| \in [0; 8] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (|y|-15)^2 \in [49; 225] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \in [113; 289]$$

"-" "+"

$$3) \begin{cases} x+y+8 \leq 0, & x-y+8 \geq 0 \\ y \leq -x-8, & y \leq x+8 \end{cases}$$

$$-x-y-8 + x-y+8 = 16$$

$$-2y=16$$

$$y=-8$$

$$\begin{cases} -8 \leq -x-8 & -8 \leq x+8 \\ x \leq 0 & x \geq -16 \end{cases} \Rightarrow x \in [0; -16]$$

перепишем (2):

$$49 + (|x|-8)^2 = a$$

результат получается тот же, что и во 2 случае:

$$a \in [49; 113]$$

"+" " -"

$$2) \begin{cases} y+x+8 \geq 0, & -y+x+8 \leq 0 \\ y \geq -x-8, & y \geq x+8 \end{cases}$$

$$-(x+y+8) + x-y+8 = 16$$

$$x+y+8 - x-y-8 = 16$$

$$2y=16$$

$$y=8$$

$$\begin{cases} 8 \geq -x-8 & 8 \geq x+8 \\ x \geq -16 & 8 \geq x+8 \\ & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-16; 0]$$

перепишем (2):

$$49 + (|x|-8)^2 = a$$

$$|x| \in [0; 16] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (|x|-8)^2 \in [0; 64] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \in [49; 113]$$

"-" " -"

$$4) \begin{cases} x+y+8 \leq 0, & x-y+8 \leq 0 \\ y \leq -x-8, & y \geq x+8 \end{cases}$$

$$-x-y-8 - x-y-8 = 16$$

$$-2x-16=16$$

$$-2x=32$$

$$x=-16$$

$$y \leq 8, y \geq -8 \Rightarrow y \in [-8; 8]$$

перепишем (2):

$$64 + (|y|-15)^2 = a$$

получаем, что

$$a \in [113; 289]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. Дано:

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Найти:

N - количество пар
целых решений

Решение:

Найдем точки пересечения

$$f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{28} \quad \text{и} \quad g(x) = 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x = 3^{28}(x - 4) + 3(31 - x)$$

$$\begin{cases} x = 31 \\ x = 4 \end{cases}$$

Поскольку $f(x) \uparrow$ на $\mathbb{R}$, а $g(x)$ - линейная
функция $\Rightarrow$ их графики имеют не более двух
пересечений $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in [5; 30] \end{cases}$$

$N_x = g(x) - f(x)$ - количество целых
пар решений
для данного x

$$N_x = 93 + 3(3^{27} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$$

$$= 93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = \underline{93} - \underline{3^x} - \underline{3x} + \underline{3^{28}x} - \underline{4 \cdot 3^{28}}$$

$$1) \sum_{i=0}^n 3^i = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$$

$$\sum_{i=5}^{30} 3^i = \frac{3^{31} - 1}{2} - 81 - 27 - 9 - 3 - 1 = \frac{3^{31} - 1}{2} - 121 = \Sigma_1$$

$$2) \Sigma_2 = 93 \cdot \underbrace{(30 - 5 + 1)}_{26} = 93 \cdot 26 = 2418$$

$$3) \Sigma_3 = \sum_{x=5}^{30} 3x = 3 \cdot 26 \cdot \frac{30+5}{2} = 3 \cdot 35 \cdot 13 = 3 \cdot 455 = 1365$$

$$4) \Sigma_4 = \sum_{x=5}^{30} 3^{28}x = 3^{28} \cdot 455$$

$$5) \Sigma_5 = 26 \cdot 4 \cdot 3^{28} = 104 \cdot 3^{28}$$

$$N = \Sigma_2 - \Sigma_1 - \Sigma_3 + \Sigma_4 - \Sigma_5$$

$$\Sigma_4 - \Sigma_5 = (455 - 104) 3^{28} = 351 \cdot 3^{28} = 3^{31} \cdot 13$$

Tringa:

$$N = -\frac{3^{31}-1}{2} + 121 + 2418 + 3^{31} \cdot 13 - 1365 = 12,5 \cdot 3^{31} + 1174,5$$

Answer:

$$2. \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$1) \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 2x \cos 5x$$

$$2) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$$

В 1 и 4 случаях, учитывая то, что $x_1 = 0$ и $x_4 = -16$ - решения уравнений при $a \in [113; 289]$ каждый случай даёт по 2 решения, кроме как, если $y = 0$. Таким образом в данном диапазоне единственное значение a , дающее только 2 решения: $a = 64 + 225 = 289$.

Соответственно для случаев 2 и 3: $y_2 = 8$, $y_3 = -8$, $x = 0 \Rightarrow \Rightarrow a = 49 + 64 = 113$ - но это значение даёт корни в 1 и 4 случаях. Таким образом $a = 289$ - единственный ответ.

Ответ: $a = 289$

$$3. \begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{ОДЗ:} \\ -y > 0 \Rightarrow y < 0 \\ xy^2 > 0 \Rightarrow x > 0 \end{matrix}$$

преобразуем уравнение (2):

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ (y+3x)(y-x+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ \begin{cases} y+3x=0 \\ y-x+4=0 \end{cases} \end{cases}$$

Преобразуем (1):

Пусть $-y = z$, $z > 0$

$$\left(\frac{x^7}{z}\right)^{\ln z} = x^{2\ln(xz^2)}$$

$$x^{\ln z^7} = z^{\ln z} x^{\ln(x^2 z^4)}$$

$$x^{\ln(\frac{z^3}{x^2})} = z^{\ln z}$$

$$x^{\ln(-\frac{y^3}{x^2})} = (-y)^{\ln(-y)}$$

1) рассмотрим случай $y = -3x$:

$$x^{\ln(27x)} = (3x)^{\ln(3x)}$$

$$x^{\ln(3x) \cdot \ln 9} = x^{\ln(3x) \cdot \ln(3x)} \quad x > 0$$

$$x^{\ln 9} = x^{\ln(3x)}$$

$$e^{\ln x \ln 9} = e^{\ln 3 \ln(3x)}$$

$$2 \ln x \ln 3 = \ln 3 \ln(3x)$$

$$\ln(x^2) = \ln(3x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. $y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y$
 $y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y$
 $(y+x)^2 - 4x^2 + 12x + 4y$
 $(y+x+2)(y+x-2)$

8. $(y+x+2)(y+x-2)$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 3^{28}x - 3^{28} + 93$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} - 3^{28}x = 3^{28} - 3^{28} + 93$$

$$3^x + 3^{28}(4-x) = 3^{28} - 3^{28} + 93$$

$$3^x = 3^{28} - 3^{28} + 93 + 3^{28}(4-x)$$

$$3^x = 3^{28} - 3^{28} + 93 + 3^{28}(4-x)$$

$$3^{29} = 3^{28} \cdot 25$$

$$3^{30} = 3^{28} \cdot 30$$

$$3^{31} = 3^{28} \cdot 27 = 31$$

$$x^2 = 3x$$

$$x > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 3, y = -9$$

$(3; -9)$ - решение

2) рассмотрим случай $y = x - 4$

$$x \ln\left(\frac{(x-4)^3}{x^2}\right) = (4-x) \ln(4-x)$$

$$e^{\ln x \ln\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)} = e^{\ln^2(4-x)}$$

$$\ln x (\ln(4-x)^3 - \ln(x^2)) = \ln^2(4-x)$$

$$3 \ln x \ln(4-x) - 2 \ln^2(x) = \ln^2(4-x)$$

Пусть $\ln(4-x) = a$, $\ln(x) = b$

$$3ab - 2b^2 = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b$$

$$a = \frac{\pm b + 3b}{2}$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = 2b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ln(4-x) = \ln x \\ \ln(4-x) = \ln(2x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4-x = x \\ 4-x = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{8}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(3; -9)$

$(2; -2)$

$(\frac{4}{3}; -\frac{8}{3})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(ay + bx + c)(dy + ex + f) = 0$$

$$ady^2 + aeyx + fady + bdx + becx^2 + bfx + cdy + cex + f$$

$$\begin{cases} cf = 0 \\ af = 1 \\ be = -3 \\ bf + ce = 12 \\ cd + fa = 4 \\ ae + bd = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ bf = 12 \\ fa = 4 \\ be = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} f = 4 \\ a = 1 \\ b = 3 \\ d = 1 \\ e = -1 \end{cases}$$

$$(y + 3x)(y - x + 4)$$

$$y^2 - xy + 4y - 3x^2 + 3xy$$

$$y^2 - xy + 4y + 3xy - 3x^2 + 12x$$

$$y = -3x$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)$$

$$(y + 3x)(y - x + 4)$$

$$\frac{x^6}{3} \ln 3x = x^2 \ln 9x^2$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^4 \ln 3x$$

$$z^3 \ln x = z^{\ln z} \cdot x$$

$$\ln x \ln \frac{z^3}{x^2} = \ln^2 z$$

$$\ln \left(\frac{z^3}{x^2}\right)^{\ln x} = z^{\ln z}$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

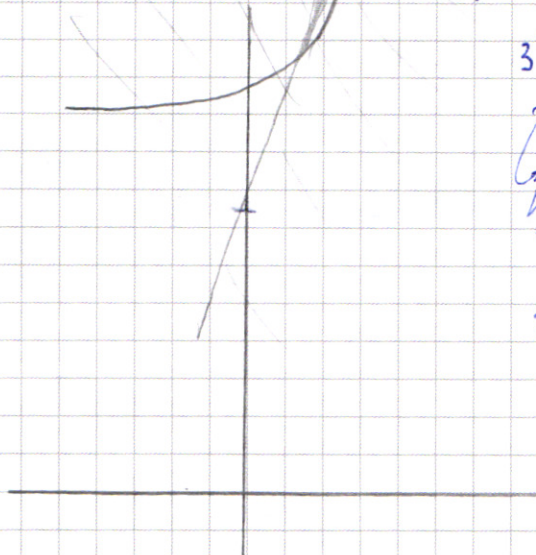
$$\left(\frac{x^7}{z}\right)^{\ln z} = x^{\ln x^2 z^4}$$

$$z^{\ln x} = \ln 3x \quad \frac{x^{\ln z^3}}{x^{\ln x^2 z^4}} = z^{\ln z}$$

$$\log_z x = \frac{\ln x}{\ln z}$$

$$e^{\ln x \ln x} = e^{\ln 3 \ln 3x} \quad x^{\ln \frac{z^3}{x^2}} = \frac{z^{\ln z}}{x^{\frac{\ln z \ln z}{\ln x}}} = x^{\frac{\ln z \ln z}{\ln x}}$$

$$7. \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$



$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3^{28} - 3x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 3x + 3^{28} + 93$$

$$3^x - 3^{28} = 3x + 93$$

$$3^{28} - 3^{28} = 3(x + 31)$$

$$3^{28}(3 - 1) = ($$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} + 3x$$

$$3^x + 3^{28} = 3(x + 31)$$

$$3^x + 3^{28} = 3(31 - x)$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} - 3x$$

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16 \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

1)

$\oplus$

$\oplus$

$$\begin{cases} x + y + 8 \geq 0 \\ y \geq -x - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + 8 \geq 0 \\ y \leq x + 8 \end{cases}$$

$$x + y + 8 + x - y + 8 = 16$$

$$2x + 16 = 16$$

$$x = 0$$

$$8^2 + (|y| - 15)^2 = a$$

$$y \geq -8$$

$$y \leq 8$$

$$y \geq -8, y \leq 8$$

2)

$\oplus$

$\oplus$

$$\begin{cases} y \geq -x - 8 \\ y \geq x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y + 8 \leq 0 \\ y \geq x + 8 \end{cases}$$

$$x + y + 8 + x + y + 8 = 16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$(|x| - 8)^2 + 7^2 = a$$

$$8 \geq -x - 8$$

$$8 \geq x + 8$$

$$x \geq -16$$

$$x \leq 0$$

3)

$\ominus$

$\oplus$

$$\begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \leq x + 8 \end{cases}$$

$$-x - y - 8 + x - y + 8 = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$

$$(|x| - 8)^2 + 7^2 = a$$

$$-8 \leq -x - 8$$

$$x \leq 0$$

4)

$\ominus$

$\ominus$

$$\begin{cases} y \leq -x - 8 \\ y \geq x + 8 \end{cases}$$

$$-x - y - 8 + x + y - 8 = 16$$

$$-2x - 16 = 16$$

$$x = -16$$

$$x \leq -16$$

$$y \leq 8$$

$$y \geq -8$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5. \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$$-3x^2 + 12x = 3x^2 - 12x$$

$$\frac{35}{8} = \frac{240}{40}$$

1) ~~выбор~~

$\oplus \oplus$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$2x + 16 = 16$$

$$x = 0$$

$$8^2 + (|y|-15)^2 = a$$

2) $\oplus \ominus$

$$x+y+8 - x+y-8 = 16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4xy + 12x + 4y = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^7}{y}\right) \ln(-y) &= x^2 \ln(xy^2) \\ \frac{7 \ln z}{z \ln z} &= x^2 \ln(xz^2) \end{aligned} \right.$$

$$z = -y$$

$$x \ln z^7 = x \ln x^2 z^4 \cdot \frac{1}{2} \ln z$$

$$x \ln z^6 + \ln z = x \ln x^2 z^3 + \ln z \cdot z \ln z$$

$$x \ln z^6 = x \ln x^2 z^3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$z = x \ln \frac{z^3}{x^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $abcdefgh$
 $abcdefgh = 64827$

$$64827 = 7^4 \cdot 3^3$$

$$77773331 = C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4$$

$$77779311 = C_8^1 \cdot C_7^4 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4$$

$$\frac{3^7}{3^5} = 3^2$$

$$3^5 \ln 3^2$$

$$3^2 \ln 3^5$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 13} \\ 63 \overline{) 21009} \\ 18 \overline{) 21} \overline{) 7203} \overline{) 2401} \overline{) 343} \overline{) 49} \overline{) 7} \end{array}$$

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(5x + 2x) + \cos(5x - 2x) = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(5x + 2x) - \sin(5x - 2x) = 2 \cos 5x \sin 2x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \sin 2x + \cos 5x \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos^2 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin^2 2x = 0$$

$$\cos 2x$$

$$\cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x = 0$$

$$3. \begin{cases} (-\frac{x^7}{y})^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\ln(-y) = \log_{(-\frac{x^7}{y})}(-y)^{\ln(-\frac{x^7}{y})}$$

$$2\ln(xy^2) = \ln(x^2y^4) = \log_{x^2}(x^2y^4)^{\ln x^2}$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 + 4x(-x+3) + 4y = 0$$

$$5. \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

2 решения

$$|(x+8)+y| + |(x+8)-y| = 16$$

$$x+8 > y$$

$$x+8 > -y$$

$$x+8 \leq y$$

$$x+8 \leq -y$$

$$x+8 > y$$

$$x+8 \leq -y$$

$$x+8 \leq y$$

$$x+8 > -y$$

~~27+13=40~~

~~27+13=40~~

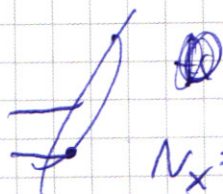
$$x+8+y+x$$

$$27+13=40 \neq 81-1$$

$$2 \cdot 8+1+30$$

$$27-13=14$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$



$$N_x = 93 + 3(3^{27}-1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28}$$

$$N_x = 93 + 3 \cdot 3^{29} - 3x - 3^x$$

$$\sum_{i=0}^n 2^i = \frac{n+1}{2} - (2-1)^{n+1}$$

$$\sum 3^n = 3^{n+1} - 2^{n+1}$$

$$1+3 = 9 - 3 \cdot 2^n$$

$$\begin{array}{r} 351 \overline{) 9} \\ 27 \overline{) 39} \\ 81 \overline{) 13} \end{array}$$