МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\sin 2x \cos 5x + 2\cos 5x \cos 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x\,(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}\,(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2\cos 5x\,(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}\,(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\sin 2x + \cos 2x)\big(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)\big) = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} ① & \sin 2x + \cos 2x = 0 \\ ② & 2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0 \end{array}\right.$$

①: $\sin 2x + \cos 2x = 0$

$\cos 2x = 0$ – не~~к~~ решение. Разделим на $\cos 2x \neq 0$

$\operatorname{tg} 2x + 1 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = -1 \Rightarrow$ ~~$2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$~~

$\Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}, \quad x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2},\ k \in \mathbb{Z}.$

②: $2\cos 5x + \sqrt{2}\,(\sin(\pi/2 - 2x) - \sin 2x) = 0$

$$2\cos 5x + \sqrt{2}\,(2\sin(\pi/4 - 2x)\cos \pi/4) = 0$$

$$2\cos 5x + \sqrt{2}\cdot 2\cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot \sin(\pi/4 - 2x) = 0$$

$$2\cos 5x + 2\sin(\pi/4 - 2x) = 0.$$

$$\cos 5x + \sin(\pi/4 - 2x) = 0.$$

$$\cos 5x + \overset{\cos}{\cancel{\sin}}\big(\pi/2 - (\pi/4 - 2x)\big) = 0$$

$$\cos 5x + \overset{\cos}{\cancel{\sin}}(\pi/4 + 2x) = 0$$

$$2\cos\left(\frac{5x + \pi/4 + 2x}{2}\right)\cos\left(\frac{5x - \pi/4 - 2x}{2}\right) = 0$$

$$2\cos\left(\frac{7x}{2} + \pi/8\right)\cos\left(\frac{3x}{2} - \pi/8\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)=0\\ \cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}+\pi/8=\pi/2+\pi n,\ n\in Z\\ \frac{3x}{2}-\pi/8=\pi/2+\pi s,\ s\in Z\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}=\frac{3\pi}{8}+\pi n,\ n\in Z\\ \frac{3x}{2}=\frac{5\pi}{8}+\pi s,\ s\in Z\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7},\ n\in Z\\ x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2\pi s}{3},\ s\in Z\end{array}\right.$$

Ответ: $x=\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z;\ x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7},\ n\in Z;$
$x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2\pi s}{3},\ s\in Z.$

№5

$$\begin{cases}|x+y+8|+|x-y+8|=16 & (1)\\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a & (2)\end{cases}$$

Рассмотрим (1) уравнение. Раскроем модули.

1) $\begin{cases}x+y+8\geq 0\\ x-y+8\geq 0\end{cases} \mapsto \begin{cases}y\geq -x-8\\ y\leq x+8\end{cases}$

$x+y+8+x-y+8=16$

$2x+16=16 \mapsto x=0.$

2) $\begin{cases}x+y+8<0\\ x-y+8<0\end{cases} \mapsto \begin{cases}y<-x-8\\ y>x+8\end{cases}$

$-x-y-8-x+y-8=16$

$-2x-16=16 \mapsto x=-16.$

3) $\begin{cases}x+y+8\geq 0\\ x-y+8<0\end{cases} \mapsto \begin{cases}y\geq -x-8\\ y>x+8\end{cases}$

$x+y+8-x+y-8=16$

$2y=16 \mapsto y=8.$

4) $\begin{cases}x+y+8<0\\ x-y+8\geq 0\end{cases} \mapsto \begin{cases}y<-x-8\\ y\leq x+8\end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-x-y-8+x-y+8=16$

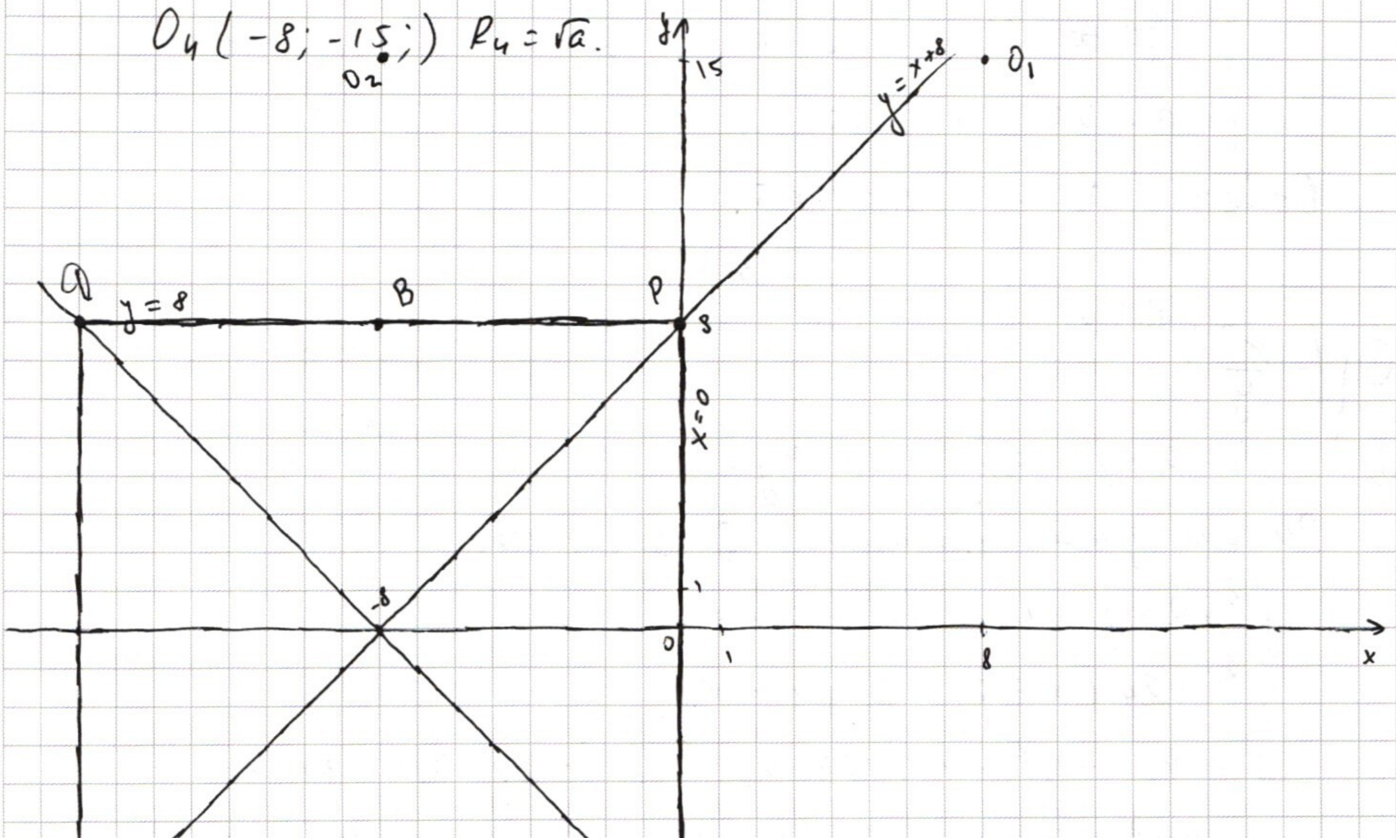
$-2y-\overset{0}{\cancel{16}}=\overset{16}{\cancel{16}}\,8 \Rightarrow -2y=\overset{16}{\cancel{32}} \Rightarrow y=-\cancel{16}.8$

Рассмотрим уравнение 2.

Это уравнение задаёт четыре окружности с коорд-ми и ~~центра~~ радиусами: $O_1(8;15)$; $R_1=\sqrt{a}$; $a>0$

$O_2(-8;15)$; $R_2=\sqrt{a}$; $O_3(8;-15)$ $R_3=\sqrt{a}$;

$O_4(-8;-15;)$ $R_4=\sqrt{a}$.



~~Ал~~ Множество было построено на координатной плоскости. ~~Видно, что если $R_2 = R_4 = 7$, то система имеет два решения.~~

Начнём постепенно увеличивать a.

~~$0<a<$~~ $0 < \sqrt{a} < 7$: Нет решений

$\sqrt{a} = 7$: Два решения... Далее два решения

~~$7 < \sqrt{a} < \sqrt{113}$: Четыре решения~~ возможны только

~~$\sqrt{a} = \sqrt{113}$: Шесть решений~~. При $\sqrt{a} =$

~~$\sqrt{113} < \sqrt{a} \leq \sqrt{640}$: Восемь решений~~. $= \sqrt{23^2 + 24^2} =$

$= \sqrt{1105}$

~~$\mapsto a$~~ При a больших решений нет (больших 1105).

$\mapsto a = 49$; $a = 1105$.

Ответ: $a = 49$; $a = 1105$.

№3

$$\begin{cases} ① \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ ② \; y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \qquad \text{ОДЗ: } \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение ② системы.

$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0$

$y^2 + 2y(x+2) + 3x(4-x) = 0.$

$D = 4(x+2)^2 - 4\cdot 3x(4-x) = 4(x^2 + \cancel{2}^{4}x + 4) - 4\cdot 3x(4-x) =$

$= 4x^2 + \cancel{8}^{16}x + 16 - 12x(4-x) = 4x^2 + \cancel{8}^{16}x + 16 - 48x + 12x^2 =$

$= 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = (4(x-1))^2.$

$y_{1,2} = \dfrac{-2(x+2) \pm 4(x-1)}{2} = \left\{\dfrac{-2x-4+4x-4}{2}; \dfrac{-2x-4-4x+4}{2}\right\} =$

$= \left\{\dfrac{2x-8}{2}; \dfrac{-6x}{2}\right\} = \{x-4; -3x\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим уравнение ① системы.

1) Пусть $y=-3x$. Тогда:

$$\left(\frac{x^7}{3x}\right)^{\ln(3x)}=x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{6}\right)^{\ln 3x}=x^{\ln 81x^6}$$

$$\ln 3x \ln\frac{x^6}{6}=\ln 81x^6 \ln x$$

$$\ln 3x(\ln x^6-\ln 6)=(\ln 81+\ln x^6)\ln x$$

$$(\ln 3+\ln x)(6\ln x-\ln 6)=(\ln 81+6\ln x)\ln x$$

Пусть $t=\ln x$, тогда:

$$(\ln 3+t)(6t-\ln 6)=(\ln 81+6t)t.$$

$$6t^2+t\ln 81=(6t\ln 3-\ln 6\ln 3+6t^2-t\ln 6)$$

$$6t^2+2t\ln 9=6t\ln 3-\ln 6\ln 3+6t^2-t\ln 6.$$

$$2t\ln 9-6t\ln 3+\ln 6\ln 3+t\ln 6=0.$$

$$t(2\ln 9-6\ln 3+\ln 6)=-\ln 6\ln 3.$$

$$t(4\ln 3-6\ln 3+\ln 3+\ln 2)=-\ln 3\ln 6.$$

$$t(\ln 2-\ln 3)=-\ln 3\ln 6$$

$$t=\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3-\ln 2}\mapsto \ln x=\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3-\ln 2}\mapsto x=e^{\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3-\ln 2}}$$

$$\mapsto y=-3e^{\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3-\ln 2}}$$

2) Пусть $y=x-4$, тогда:

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)}=x^{2\ln(x(x-4)^2)}$$

$$\ln(4-x)\ln\left(\frac{x^7}{4-x}\right)=2\ln(x(4-x)^2)\ln x$$

$$\ln(4-x)(\ln x^7-\ln(4-x))=2(\ln x+\ln(4-x)^2)\ln x$$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x)) = 2\ln x(\ln x + 2\ln(4-x))$.

$7\ln x\ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2\ln^2 x + 4\ln x\ln(4-x)$.

$2\ln^2 x + \ln^2(4-x) - 3\ln x\ln(4-x) = 0$.

$\cancel{(2\ln^2 x - 2\sqrt{2}\ln x\ln(4-y) + \ln^2(4-x)) + 2\sqrt{2}\ln x\ln(4-y) - 3\ln x\ln(4-x) = 0}$

$\cancel{(\sqrt{2}\ln x - \ln(4-y))^2 = 3\ln x\ln(4-x) - 2\sqrt{2}\ln x\ln(4-y)}$.

$\cancel{(\sqrt{2}\ln x - \ln(4-x))^2 = (3-2\sqrt{2})\ln x\ln(4-x)}$.

Пусть $\ln x = a$, $\ln(4-x) = b$, тогда:

$2a^2 + b^2 - 3ab = 0$.

$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$. Решим уравнение отн-но a:

$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2 \Rightarrow a = \frac{3b \pm b}{4} = \{b; \frac{1}{2}b\}$.

$$\left[\begin{array}{l} \ln x = \ln(4-x) \\ \ln x = \frac{1}{2}\ln(4-x) \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 4-x \\ x = \sqrt{4-x} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 = 4-x \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$$ Т.к $x > 0$, то

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = -2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \end{array}\right.$$

Вернёмся к изн-й системе и напишем её решение:

$\left(e^{\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3 - \ln 2}}; -3e^{\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3 - \ln 2}}\right); (2;-2)\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$.

Преобразуем и напишем ответ:

~~Ответ:~~ $\cancel{\left(e^{\frac{\ln 3\ln 6}{\ln 3 - \ln 2}}\right.}$

Ответ: $\left(3^{\frac{\ln 3+\ln 2}{\ln 3-\ln 2}}; -3\cdot 3^{\frac{\ln 3+\ln 2}{\ln 3-\ln 2}}\right)(2;-2)\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Отметим, что $64827 = 3^3 \cdot 2401$.

$2401 \not\vdots 2$; $2401 \not\vdots 3$ (по признаку); $2401 \not\vdots 4$; $2401 \not\vdots 5$.

$2401 \not\vdots 6$; ~~$2401 \not\vdots 7$ (т.к $7 \cdot 342 =$~~

$2401 \vdots 7$: $2401 = 7 \cdot 343 = 7 \cdot 7^3 = 7^4$.

Значит: $64827 = 3^3 \cdot 7^4$. В таком случае, цифрами данного числа могут являться: 3; 7; 1.

~~Троек может быть~~. Троек должно быть три, а семёрок 4. Тогда должна быть одна единица.

Способов переставить цифры, чтобы каждый раз получалось новое число: $\frac{8!}{3!\,4!\,1!} = \cancel{\frac{8!}{3!}} =$

$= \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 4! \cdot 1} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 8}{1} = 280$

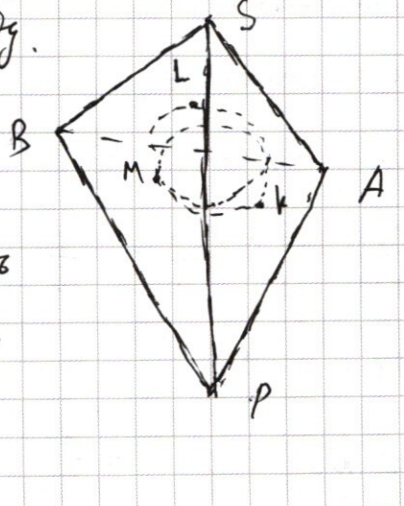
Ответ: 280.

№4

1) Т.к сфера вписана в трёхгранный угол, то она может быть вписана в пирамиду.

Т.к сфера вписана в пирамиду, то $SO \perp (ABP)$.

Значит $S_{ABP} = 16$, а площадь параллельной ей плоскости (EFI) 9.



☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

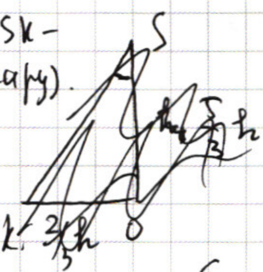
~~Понятно, что пирамиды, образованные плоскостями (EFI)~~

Отметим, что пирамида, образованная плоскостью (BAP) и вершиной S, подобна пирамиде, образованной плоскостью (EFI)∥(BAP) и вершиной S. В таком случае, пусть высота h_1 пирамиды SEFI равна h, тогда из подобия следует, что h_2 – высота пирамиды SBAP равна $h + \frac{4}{3}h = \frac{7}{3}h$.

Диаметр шара в таком случае равен:

$d = h_2 - h_1 = \frac{7}{3}h - h = \frac{4}{3}h$ → $r = \frac{d}{2} = \frac{2}{3}h$.

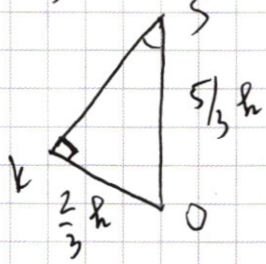
$SO = h_1 + r = h + \frac{2}{3}h = \frac{5}{3}h$. ($\angle SKO = 90°$ – т.к. SK – касат-я к шару).



~~$tg\angle KSO = \frac{2}{3}h \cdot \frac{3}{5}h^{-1} =$~~
~~$= \frac{2}{5} \Rightarrow \angle KSO = arctg\frac{2}{5}$~~

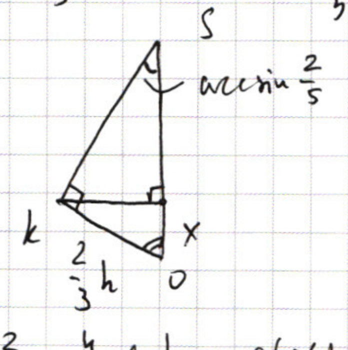
$\sin\angle KSO = \frac{2}{3}h \cdot \frac{3}{5}h^{-1} = \frac{2}{5}$.

→ $\angle KSO = \arcsin\frac{2}{5}$



2) Пирамида SKLM подобна SBAP; $\rho(S;(BAP)) = h_2 = \frac{7}{3}h$.

$\rho(S;(KLM)) = \cancel{h_1 + x}$
$= SO - x = \frac{5}{3}h - x$.



△KSO – прямоугольный →
→ $\angle SOK = \arccos\frac{2}{5}$.

$x = \frac{2}{3}h \cdot \cos\angle SOK = \frac{2}{3}h \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}h$ → $\rho(S(KLM)) = \frac{5}{3}h - \frac{4}{15}h = \frac{21}{15}h$.

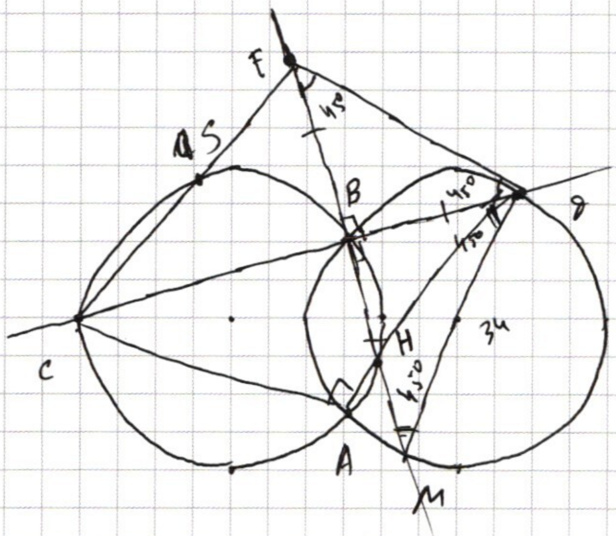
$\frac{\rho(S;(KLM))}{\rho(S;(BAP))} = \frac{21}{15}\cdot\frac{3}{7} = \frac{3}{5}$ → $S_{KLM} = \frac{9}{25}S_{BAP} =$
$= \frac{9}{25}\cdot 16 = \frac{144}{25}$.

Ответ: $\angle KSO = \arcsin\frac{2}{5}$; $S_{KLM} = \frac{144}{25}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$R = 17$.



$FB \perp CD \Rightarrow MB \perp CD \mid \angle MBD = 90° \Rightarrow MD$ - диаметр.

$MD = 2R = 34$. т. к $\triangle MBD$ - прямоуг-й, ~~то BD~~ = и равнобедренный, то $BD = BM = \frac{MD}{\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2} = \cancel{FD} \cdot FB$.

$\angle MDF = 90° \Rightarrow FD$ - касательная. $FD^2 = FC \cdot FS$ (теор-ма о кас-й и секущей).

$FD^2 = FC \cdot FS$; $FD = FB\sqrt{2} = 34$.

~~FC+F~~ $\angle CBH = 90° \Rightarrow CH$ - диаметр.

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \underline{\sin 7x - \sin 3x} + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\sin 5x \cos 2x + 2\cos 5x \cos 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 2x(\sin 5x + \cos 5x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 2x(\sin 5x + \sin(\pi/2 - 5x)) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 2x(2\sin \pi/4 \cos(5x - \pi/4)) + \sqrt{2}\cos 4x$

$\cancel{2\sqrt{2}\cos 2x \cos(5x}$

$2\cos 2x(\sin 5x + \cos 5x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$2\sin 2x \cos 5x + 2\cos 5x \cos 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$(\sin 2x + \cos 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin 2x + \cos 2x = 0 \\ 2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0 \end{array}\right.$

$\cancel{2\cos 5x + \sqrt{2} \cdot (\cos(\pi/2}$

$2\cos 5x + \sqrt{2}(\sin(\pi/2 - 2x) - \sin 2x) = 0$

$2\cos 5x + \sqrt{2} \cdot 2\sin(\pi/4 - 2x)\cos \pi/4 = 0$

$2\cos 5x + 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(\pi/4 - 2x) = 0$

$2\cos 5x + 2\sin(\pi/4 - 2x) = 0$

$\cos 5x = \sin(2x - \pi/4)$.

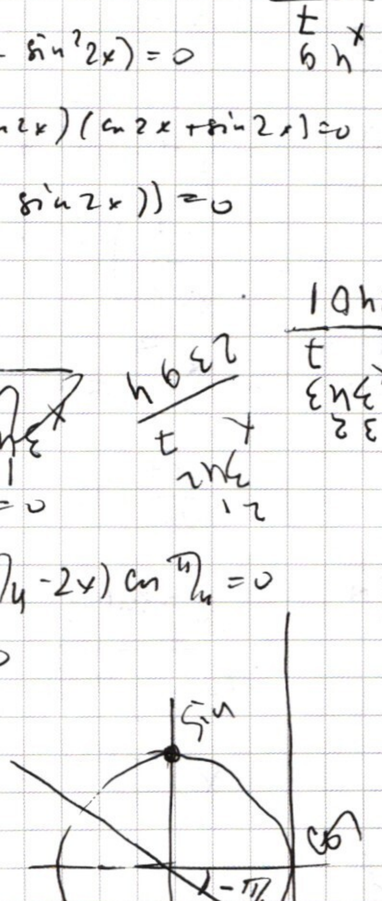
$\cos 5x = \cos(\pi/2 - 2x + \pi/4)$

$t \cdot 42 = 2996$

$t \cdot 300 = 2100$

$\frac{x}{t+1} = \frac{1}{(t+1)}$

$t+1 = x \cdot y + 1$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

$3-2\sqrt2 \overset{>}{\vee} 0$

$3 \overset{>}{\vee} 2\sqrt2$

$9 \vee 4\cdot 2 = 8$

$>$

$y^2+2xy+4y-3x^2+12x=0$

$y^2+(2x+4)y-3x^2+12x=0$

ОДЗ

$y^2+2y(\cancel{2x}\, x+2)+3x(4-x)=0$

$48 - 16 = 32$

$D=4(x+2)^2-4\cdot 3x(4-x)=$

$=4(x^2+4x+4)-12x(4-x)=$

$=4x^2+16x+\underline{\underline{16}}-48x+12x^2=$

$=16x^2-32x+16=16(x^2-2x+1)=$

$=16(x-1)^2.=4^2(x-2)^2.$

$(\sqrt2 a-b)^2=(3-2\sqrt2)ab$

$2a^2-2\sqrt2 ab+b^2=3ab-2\sqrt2 ab$

$2a^2-3ab+b^2=0$

$D=9b^2-8b^2=$

$=$

$y=\frac{-2(x+2)\pm 4(x-2)}{2}=\left\{\frac{-2x-4+4x-8}{2};\ \frac{-2x-4-4x+8}{2}\right\}=\left\{\frac{2x-12}{2};\ \frac{-6x+4}{2}\right\}=$

$=\{x-6;\ 2-3x\}.$

$3^{\frac{\ln 3+\ln 2}{\ln 3-\ln 2}}$

$3^{\frac{\ln 6}{\ln 3-\ln 2}}=$

$\sqrt{17}-4=\frac{\sqrt{17}-1}{2}-\frac{8}{2}$

$\left(-\frac{x^7}{x-6}\right)^{\ln(6-x)}=x^{2\ln(x(x-6)^2)}$

$-\frac{x^7}{x-6}=1$

$\frac{x^7}{x-6}=-1$ $\quad x^7=6-x$

$x^7+x-6=0$

$-y>0$ $\quad y<0$

$xy^2>0$ $\quad \cancel{x>0}$

$y\neq0$ $\quad x\geq0$

$=2\ln^2x-2\cdot\sqrt2\ln x\ln(4-x)+\ln^2(4-x)$

$a^{\ln} \quad -2\sqrt2$

$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}}=x^{2\ln(xy^2)}$

$x^{7\ln(-y)}-x^{\ln(x^2y^4)}(-y)^{\ln(-y)}=0$

$3^{\ln 3}=\cancel{\varphi}\,\varphi$

$\cancel{\varphi^{\ln\varphi}}$

$x^2=4-x$

$x^2+x-4=0$

$D=1+4\cdot4$

$-2x-4$

$2x+4$

$\ln(4-x)(7\ln x-\ln(4-x))=$

$=2(\ln x+2\ln(4-x))\ln x$

$(\sqrt2\ln x-\ln(4-x))^2=$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

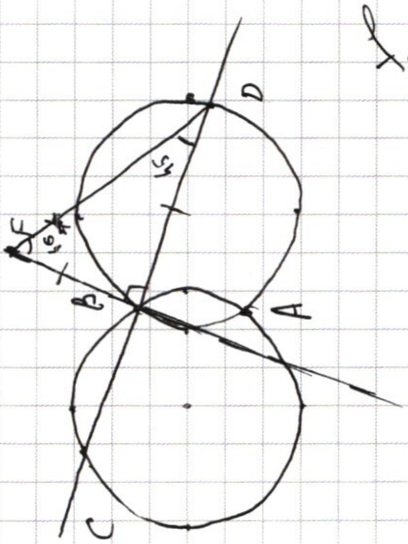
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$f_1 > 4\cdot 3^{28}$

$f_2 > 9^{\dots}$



$S = 9$

$S_{осн} = 16$

$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$.

$\frac{\cancel{3}\cdot \cancel{7}}{5\cdot \cancel{3}}\cdot\frac{3}{\cancel{7}} = \frac{3}{5}$

~~$h: d = 2r = \frac{4}{3}h \cdot \frac{3}{4}h.$~~

~~h высота~~;

$h_1 = h$ $\quad h_0 = \frac{7}{3}h.$

$\frac{3^2}{5^2}\cdot 4^2$

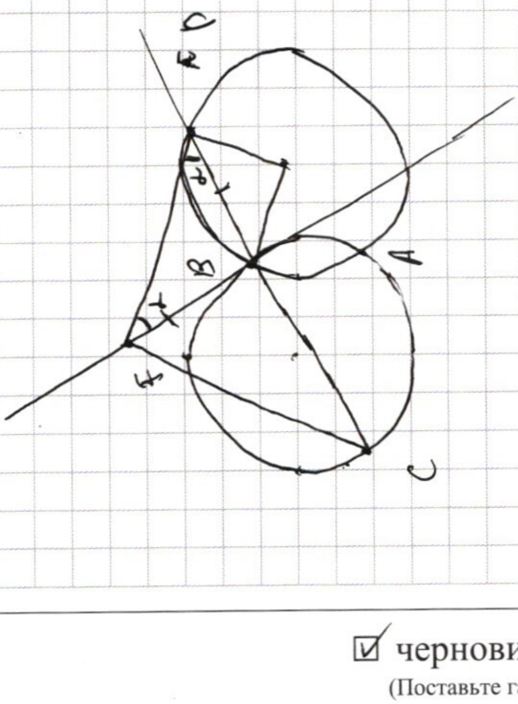
$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$

$2r = h_2 = \frac{4}{3}h;$

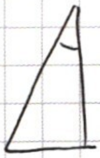
$4^2\cdot 3^2 = (12)^2$

$r = \frac{2}{3}h.$

$SO = \frac{2}{3}h + h = \frac{5}{3}h.$



tg



$\frac{5}{3}h$

$\frac{2}{3}h$

$tg\,\angle SO = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^7}{6-x}\right)^{\ln(6-x)} = x^{2\ln(x(x-6)^2)}$$

$$\begin{cases} 6-x>0 \\ x>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<6 \\ x>0 \end{cases}$$

$$x^{7\ln(6-x)}$$

$$\left(\frac{x^7}{6-x}\right)^{\ln(6-x)} = (x^2)^{\ln x + 2\ln \cancel{(x-6)}(6-x)}$$

$x=1$ ⊗ $\qquad \ln(6-x)=0=\ln 1$

$x=5.$ ⊗

$$\ln(6-x)\ln\frac{x^7}{6-x} = 2\ln(x(x-6)^2)\ln x.$$

$$\ln(6-x)\ln\left(\frac{x^7}{6-x}\right) = 2(\ln x + 2\ln(6-x))\ln x$$

$$\ln(6-x)(7\ln x - \ln(6-x)) = 2\ln^2 x + 4\ln(6-x)\ln x$$

$$7\ln x\ln(6-x) - \ln^2(6-x) = 2\ln^2 x + 4\ln x\ln(6-x).$$

$$2\ln^2 x - 3\ln x\ln(6-x) + \ln^2(6-x) = 0$$

$$(\sqrt{2}\ln x)^2 - 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2}\cdot 3\ln x\ln(6-x) + \ln^2(6-x) = 0$$

$$(\sqrt{2}\ln x) - 6\ln x(\ln(6-x)) + \ln^2(6-x) + 3\ln x\ln(6-x) = 0$$

$$(\sqrt{2}\ln x - \ln(6-x))^2 = -3\ln x\ln(6-x).$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sqrt{2}\ln x = \ln(6-x) \\ \left[\begin{array}{ll} \ln x = 0 & x=1 \\ \ln(6-x)=0 & x=5 \end{array}\right. \end{array}\right. \quad ⊗$$

$25 \cdot 25 = 125 + 50 \ldots = 625$

$24 \cdot 24$: $96 + 48 = 576$; $576 + 64 = 640$

$23 \cdot 23$: $69 + 46 = 529$; $529 + 576 = 1105$

$576 + 529 = 1105$

$8^2+7^2 = 64+49 = \sqrt{113}$

$10 < \sqrt{113} < 11$

24^2+8^2

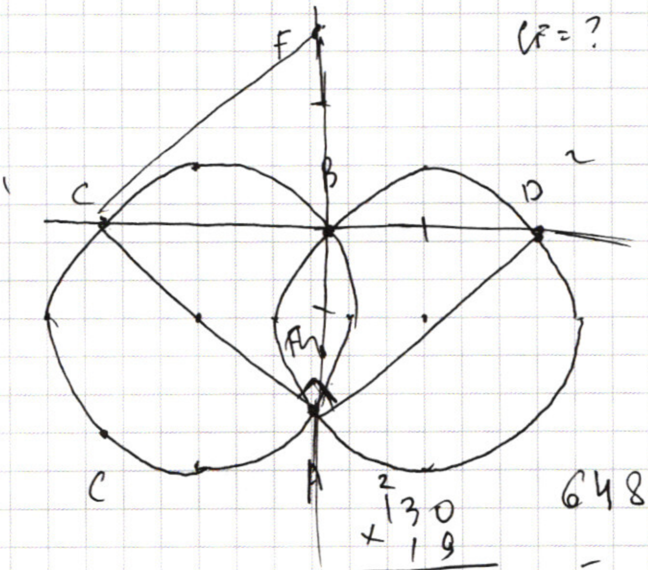
$\sqrt{24^2+24^2} = 24\sqrt{2}$

$$\sqrt{23^2+24^2} = \sqrt{576+529}\ \sqrt{1105}.$$

$|x+y+8|+|x-y+8|=16$

$\begin{cases} x-y+8\geq 0 \\ x+y+8\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\leq x+8 \\ y\geq -x-8 \end{cases} \rightarrow \cancel{x}+\cancel{y}+8+x-\cancel{y}+8=16$

$2x+16=16 \quad \underline{x=0}$



CF = ?

10 (37)
10
7

$1900 = 19\cdot 100$

$120 \times 19 = 1080 + 120 = 2280$

$64827 =$

(149)

$130 \times 19 = 1170 + 130 = 2470$

$3\cdot 700 = 2100$

$3\cdot 7000 = 21000$

$600 = 3\cdot 203$

$7000 + 203$

(7203)

$\cancel{\times 17}$

$150 \times 17 = 1050 + 150 = 2550$

64

$170-17 = 153$

$64827 \lfloor 3$ $\cancel{216039}$

$3\cdot 20000 = 60000$

$3\cdot 1000 = 3000$

63000

1827

$3\cdot 3 = 27$

$1800 \lfloor 3 \quad 600 \quad \cancel{\times 13}$

$21609 \times 3 = 64827$

$216039 \times 3 = 6480\cancel{9}$ 27

$\cancel{13\times 180}$

$180\times 13 = 540 + 180 = 2340$

$3\cdot 2000 = 6000$

$3\cdot 401 = 1203$

$13\times 5 = 65$

$64827 = 3^3\cdot 2401$

2401 - простое

abcdefgh1

$\cancel{\times 7}$

$7\times 300 = 2100$

$11\times 200 = 2200$

~~(301)~~

~~$7\times 50 = 350$~~

_ _ _ _ _ _ _ _ _

3 3 3

$18\times 11 = 18 + 18 = 198$

$17\times 11 = 17 + 17 = 187$

$201 \lfloor 11$

11×15

$15\times 11 = 15 + 15 = 165$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)