

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1)$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \quad (2)$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases} \Rightarrow x+y+8 - x+y-8 = 16 \Rightarrow y=8$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases} \Rightarrow x+y+8 + x-y+8 = 16 \Rightarrow x=0$$

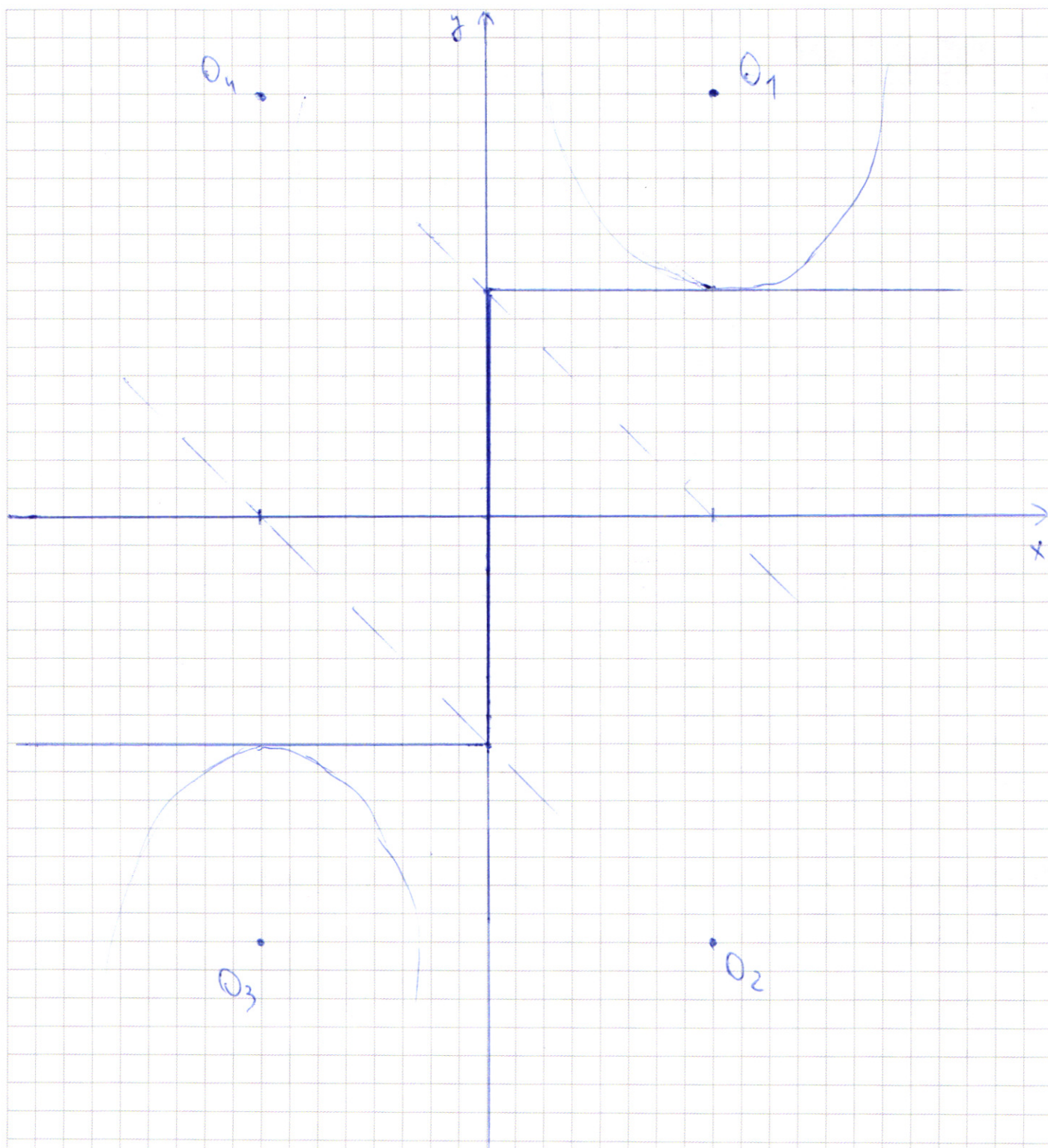
$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases} \Rightarrow -x-y-8 + x-y+8 = 16 \Rightarrow y=-8$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad O_1(8; 15) \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad O_2(8; -15)$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad O_3(-8; -15) \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad O_4(-8; 15)$$

1сл) O_1 и O_3 касаются прямой $y=8$ и $y=-8$,
 O_2 и O_4 не касаются ни того, ни того, тогда 2 решения
 $R=7 \quad a=R^2=49$

2сл) ~~ОК~~ при дальнейшем увеличении радиуса
 окружности O_1 и O_2 будут иметь по 2 общие
 точки с прямой 2, поэтому общее ~~2~~ число случаев с 2 решениями тем



Ответ: $a = 99$

N7

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 3^{28}(4 - x) < 93 - 3x$$

$x < 0$ не подходит
 $x = 0, x = 1, x = 2, x = 3$
 не подходит

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x=4$ $93-3x=81$, $3^x + 3^{28} |4-x|=81$ не подходит
 $x \geq 5$ подходит м.к левая часть убывает
 быстрее

$$y \in (3^x + 4 \cdot 3^{28}, 93 + 3(3^{27} - 1)x]$$

$$S = 93 + 3(3^{27} - 1)x - (3^x + 4 \cdot 3^{28}) = 93 - 3x + 3^{28}(x-4) - 3^x$$

$$x=28 \quad S_{28} > 0$$

$$x=29, x=30 \quad S_{29} > 0$$

$$x=31 \Rightarrow S_{31} = 93 - 93 + 3^{31} - 3^{31} = 0 \Rightarrow S_{31} = 0 \text{ и } x \leq 30$$

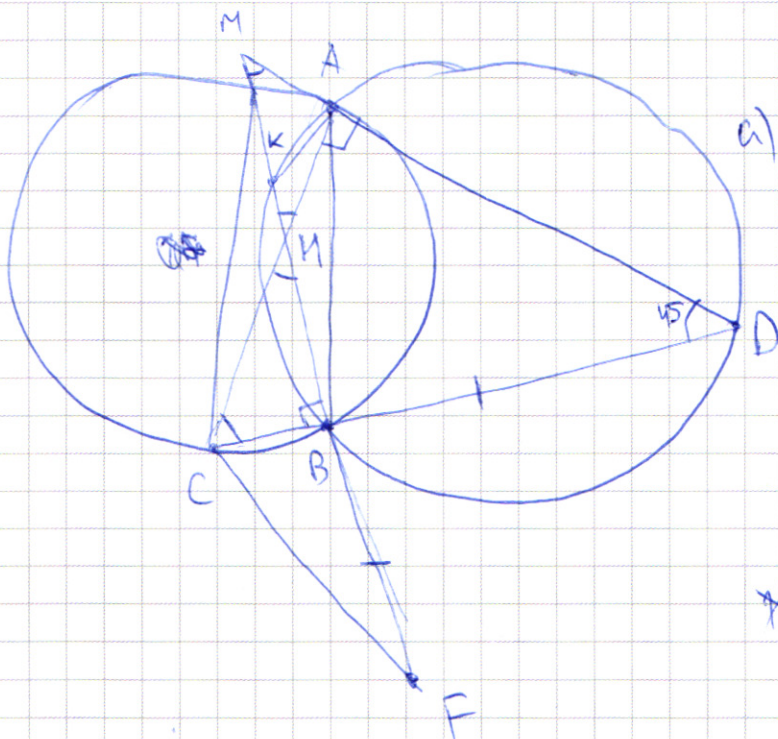
м.к далее S будет уменьшаться

для $x \in [5, 30]$ кал-во y это $S-1$, м.к
 точка $3^x + 4 \cdot 3^{28}$ выкаем, на норму числа

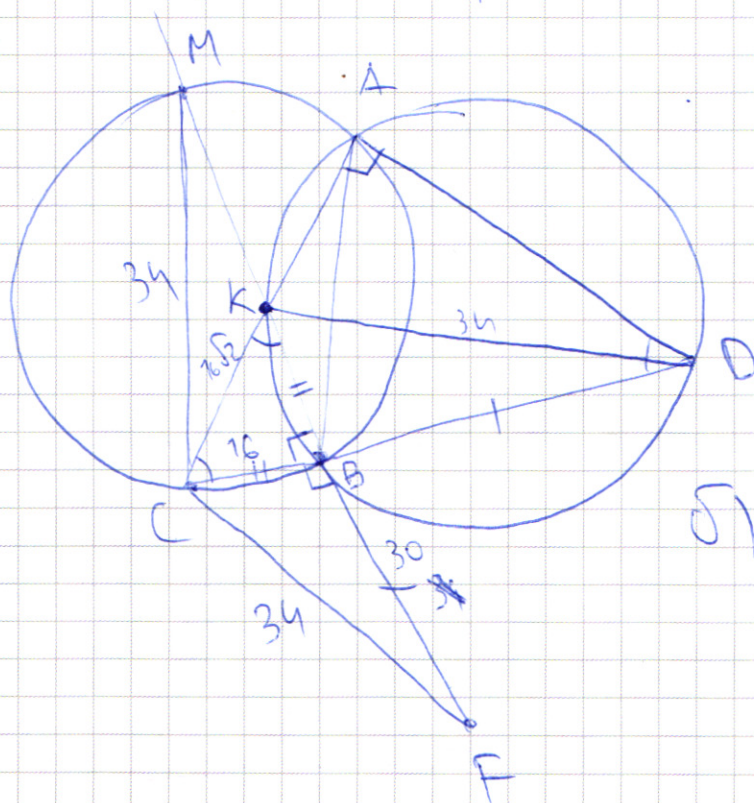
решений будет равно:

$$\begin{aligned} S_5 + \dots + S_{30} - 26 &= 93 \cdot 26 - 3(5 + \dots + 30) + 3^{28}(1 + \dots + 26) - \\ &- (3^5 + \dots + 3^{30}) - 26 = 92 \cdot 26 - 3 \cdot \frac{35 \cdot 26}{2} + 3^{28} \cdot \frac{27 \cdot 26}{2} - \\ &- 3^5 \cdot \frac{3^{26} - 1}{2} = 92 \cdot 26 - 35 \cdot 39 + 3^{31} \cdot 13 - \frac{3^{31}}{2} + \frac{243}{2} = \\ &= 1270,5 + 3^{31} \cdot 12,5 \end{aligned}$$

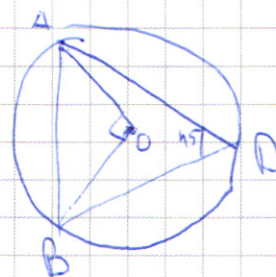
NG



а) $\angle ADB = \angle ACB = 45^\circ$ м.к.
 Опираются на $\sphericalangle AB$
 $\triangle AKB$ - вписанный
 $\angle AKB = 135^\circ \Rightarrow \angle KAH =$
 $= 0^\circ \Rightarrow$ не может быть
 К диагональ



м.к. $\angle ACB = 45^\circ$
 $KB = BC$
 $KD = d = 34$ м.к. $\angle KBD = 30^\circ$
 max $\angle C$ ($M = 34$)
 $\triangle KDB = \triangle CBF \Rightarrow CF = 34$



$$\angle AOB = 2\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow AB = 17\sqrt{2}$$

$$KB = BC = 16 \quad \angle AKB = 135^\circ$$

$$\triangle AKB: AB^2 = AK^2 + KB^2 - 2 \cdot AK \cdot KB \cdot \cos 135^\circ$$

$$17^2 \cdot 2 = 16^2 + AK^2 + 2 \cdot 16 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot AK$$

$$AK^2 + 16\sqrt{2}AK + 16^2 - 2 \cdot 17^2 = 0$$

$$D = 2 \cdot 16^2 - 4 \cdot 16^2 + 8 \cdot 17^2 = 2(4 \cdot 17^2 - 16^2) = 2(34 - 16)(34 + 16)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 2 \cdot 18 \cdot 50 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2$$

$$AK = \frac{-16\sqrt{2} \pm 30\sqrt{2}}{2}$$

$$AK > 0 \Rightarrow AK = 7\sqrt{2}$$

$$BF = \sqrt{34^2 + 16^2} = 2 \sqrt{17^2 + 8^2} = 2 \sqrt{289 + 64} = 2 \sqrt{353} = 2 \sqrt{353}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{16}{2\sqrt{353}} \quad \cos \angle BCF = \frac{34}{2\sqrt{353}}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{8}{\sqrt{353}} \quad \cos \angle BCF = \frac{17}{\sqrt{353}}$$

$$\sin(\angle BCF + 45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{8}{\sqrt{353}} + \frac{17}{\sqrt{353}} \right) = \frac{25}{17\sqrt{2}} = \sin \angle ACF$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{17\sqrt{2}} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 =$$

$$= 23^2 \cdot 23^2 = 529$$

②: $y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$

①: $4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16(x-1)^2$

$$y = \frac{-2(x+2) \pm 4(x-1)}{2} = -x-2 \pm (2x-2)$$

I $y = x-4, y = 3x$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln 3x} = \frac{2}{x} \cdot x^{2 \ln 3x}$$

$$x^6 \ln 3 + 6 \ln x - 6 \ln 3 - 6 \ln x = 3 \ln 3x$$

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3x}$$

$$x=1 - \text{не подходит}$$

$$x \neq 1: \ln \log_x x^{2 \ln 3} = \log_x 3^{\ln 3x}; \quad 2 \ln 3 = \ln 3x \cdot \ln 3$$

$$\ln 3x = 2$$

$$3x = e^2$$

$$x = \frac{e^2}{3}$$

$$\text{II } y = x-4 ; x-4 < 0 \Rightarrow x < 4$$

$$\left(\frac{x}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x)}$$

$$x^{3\ln(4-x) - 2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \quad (\text{по осн. } e)$$

$$\underbrace{\ln x}_a (3\ln(4-x) - 2\ln x) = \underbrace{\ln^2(4-x)}_b$$

$$3ab - 2a^2 = b^2$$

$$b=a \Rightarrow x=4-x \Rightarrow x=2$$

$$b=2a \Rightarrow \ln(4-x) = \ln x^2 \Rightarrow x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1+16$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad \text{не ур. } x > 0$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} < 4 \quad \text{ур.}$$

$$\text{Ответ: } (1, 3) \quad \left(\frac{e^2}{3}, e^2\right) \quad (2, -2)$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 9}{2}\right)$$

N1

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4 \Rightarrow \text{число состоит из } \{3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1\}$$

$$\text{Ответ: } C_8^3 \cdot C_5^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot 5 = \underline{280}$$

для перест

для единиц

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~2005~~

N2

$$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 9x = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

I $\cos 2x = -\sin 2x$

$$\operatorname{tg} 2x = -1 \quad 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

II $\cos 2x \neq -\sin 2x$

$$2\cos 5x = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\cos 5x = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x\right)$$

$$\cos 5x = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5x = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{3\pi}{4} - 2x + 2\pi k \\ 5x = -\frac{3\pi}{4} + 2x + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

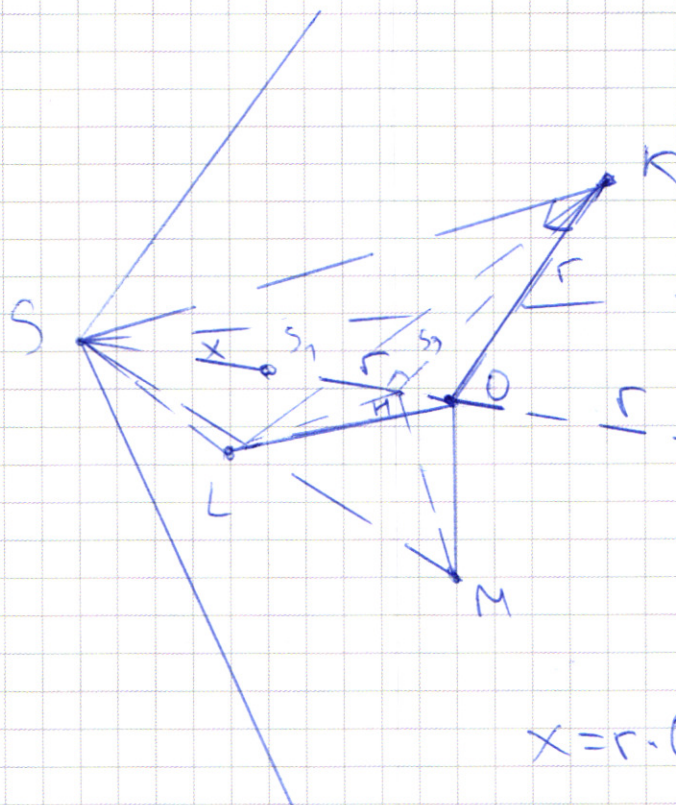
Ответ:

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3} \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

N4



2 массы при
пересечении с поверхностью
превратились углом
образуют подобие
\$S_2\$ пирамиды, поэтому

$$\left(\frac{x}{x+2r}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{16}$$

$$\frac{x}{x+2r} = \frac{3}{4}$$

$$4x = 3x + 6r$$

$$x = r \cdot 6, \text{ откуда } \sin \angle KSO = \frac{r}{4r} = \frac{1}{4}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{4}$$

$$SK = \sqrt{49r^2 - r^2} = r\sqrt{48} = 4\sqrt{3} \cdot r$$

$$KH \cdot 7r = r \cdot 4\sqrt{3} \cdot r \quad KH = r \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$HO = \sqrt{r^2 - r^2 \cdot \frac{48}{49}} = \frac{r}{7} \quad \frac{S_3}{S_2} = \left(\frac{7r - \frac{r}{7}}{8r}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{48}{56}\right)^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$$

$$S_3 = \frac{36}{49} \cdot 16 = \boxed{\frac{576}{49}}$$

$$\cancel{2\cos 5x} \quad 2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\text{I} \quad \cos 2x = -\sin 2x$$

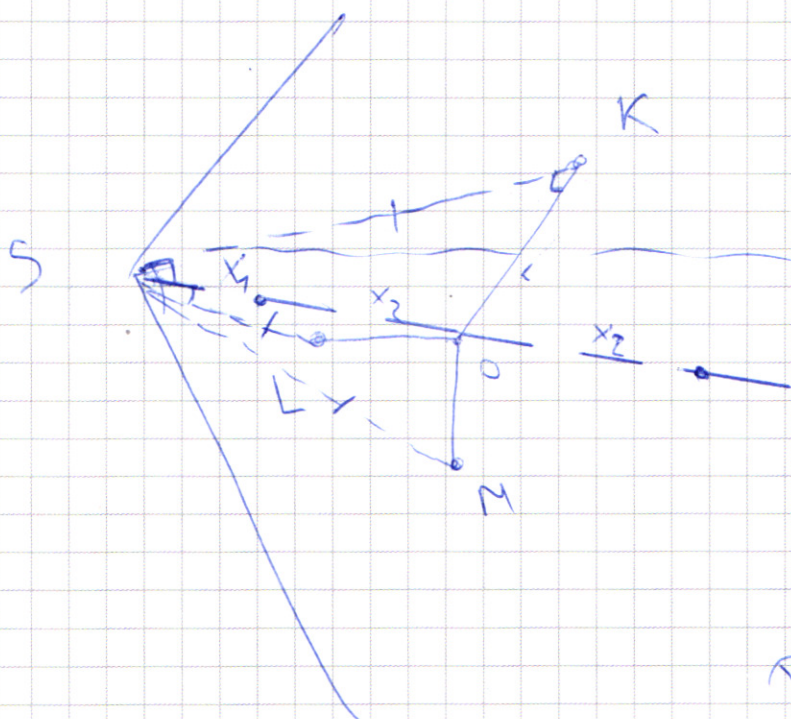
$$\text{II} \quad 2\cos 5x = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\cos(4x+x)$$

HO

$$\frac{HK}{r} = \frac{5K}{4r}$$

$$HK = \frac{5K}{4}$$



$$\left(\frac{x_1}{x_1+2x_2} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{x_1}{x_1+2x_2} = \frac{3}{4}$$

$$4x_1 = 3x_1 + 6x_2$$

$$x_1 = 6x_2$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \leftarrow 16 \\ \hline 216 \\ 36 \\ \hline 576 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos$$~~

$$7x \cdot k = 3x + k$$

$$k = 2x$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = -\cos 4x$$

$$2 \cos(-2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(5x) = -\cos 4x$$

$$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} (2 \cos^2 2x - 1) = 0$$

$$\cos(6x + x) = \cos 6x \cos x - \sin 6x \sin x$$

~~$$\cos 4x (\sin 7x + \cos 2x) + \cos 4x (\cos 3x - \sin 3x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x)$$~~

$$\cos 4x \sin 7x + \cos 4x \cos 7x +$$

$$2 \cos 7x \cos 2x + 2 \cos 3x \cos 2x + 2 \sin 7x \cos 2x -$$

$$- 2 \sin 3x \cos 2x + 2 \sqrt{2} \cos 4x \cos 2x$$

$$\cos 9x + \cos 5x + \cos 5x + \cos x + \sin 9x + \sin 5x -$$

$$- \sin 5x - \sin x$$

$$\cos 8x + \cos 6x + \cos 4x + \cos 2x + \sin 8x + \sin 6x -$$

$$- \sin 4x - \sin 2x + \sqrt{2} (\cos 6x + \cos \sqrt{2} \cos 4x \cdot \cos 2x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 18 \\ \underline{12} \\ 27 \\ \underline{21} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ \underline{7} \\ 203 \\ \underline{21} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 343 \\ \underline{28} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$6427 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{c} 33377771 \\ C_8^3 \cdot C_5^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot 5 = 565 = \\ = 280 \end{array}$$

$$\begin{aligned} -2 \sin 5x \cdot \sin 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ 2 \sin 2x (\cos 5x - \sin 5x) &= -\sqrt{2} \cos 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k + 8x &= 7x - k \\ k &= 5x \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} 2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x &= -\sqrt{2} \cos 4x \\ 2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) &= -\sqrt{2} \cos 4x \end{aligned}$$

$$\cos(4x+3x) + \cos 3x + \sin(3x+4x) - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x + \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 4x +$$

$$+ \cos 3x \cdot \sin 4x - \sin^3 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$- \sin 3x (\sin 4x + 1) + \cos 3x (\sin 4x + 1) +$$

$$+ \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2}) = 0$$

$$(\cos x + i \sin x)^3 = (\cos^3 x + 3i \cos^2 x \sin x - 3 \cos x \sin^2 x - i \sin^3 x =$$

$$= \cos x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) + i 3 \sin x (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\cos 3x = \cos x (4 \cos^2 x - 3) \cos 3x$$

$$\sin 3x = \sin x (3 - 4 \sin^2 x)$$

$$8 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6}$$

003: $y < 0$

~~$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$~~

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$

$D = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x =$

$= 16x^2 - 32x + 16 = 16(x-1)^2$

~~$y = \frac{-2x-4 \pm \sqrt{16x^2-32x+16}}{2}$~~

$y = \frac{-2x-4 \pm (4x-4)}{2} = -x-2 \pm (2x-2)$

$y = x-4$

$y = -3x$

I $y = -3x$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(xy^2)}$

$x^{6 \ln 3x - 2 \ln(xy^2)} = 3^{\ln 3x}$

$x^{6 \ln 3x - 2 \ln(9x^3)} = 3^{\ln 3x}$

$x^{6 \ln 3x - 4 \ln 3 - 6 \ln x} = x^{6 \ln 3 + 6 \ln x - 4 \ln 3 - 6 \ln x} = x^{2 \ln 3}$

$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3x} \quad x \neq 1$

$2 \ln 3 = \ln 3x \cdot \ln 3$

$\ln 3x = 2$

$3x = e^2 \quad x = \frac{e^2}{3}$

II

$y = x-4$

$x-4 < 0$

$0 < x < 4$

$\left(\frac{x^3}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x) + 4 \ln(\frac{4-x}{x-4})}$

$= x^{2 \ln(x) + 4 \ln(\frac{4-x}{x-4})}$

~~$3 \ln(4-x) - 2 \ln x = \ln^2(4-x)$~~
 $= \ln(4-x)$

$x^{3 \ln(4-x) - 2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln x \cdot (3 \ln(4-x) - 2 \ln x) = \ln^2(4-x)$$

$$\ln x = a \quad \ln(4-x) = b$$

$$3ab - 2a^2 = b^2$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3\frac{b}{a} + 2 = 0$$

$$b = a$$

$$x = 4 - x$$

$$x = 2$$

$$b = 2a$$

$$\frac{\ln x}{\ln(4-x)} = 2$$

$$\ln_{4-x} x = 2$$

$$x = (4-x)^2$$

$$y \geq -x+8$$

$$y \leq x+8$$

$$x+y+8 \leq x+y+8$$

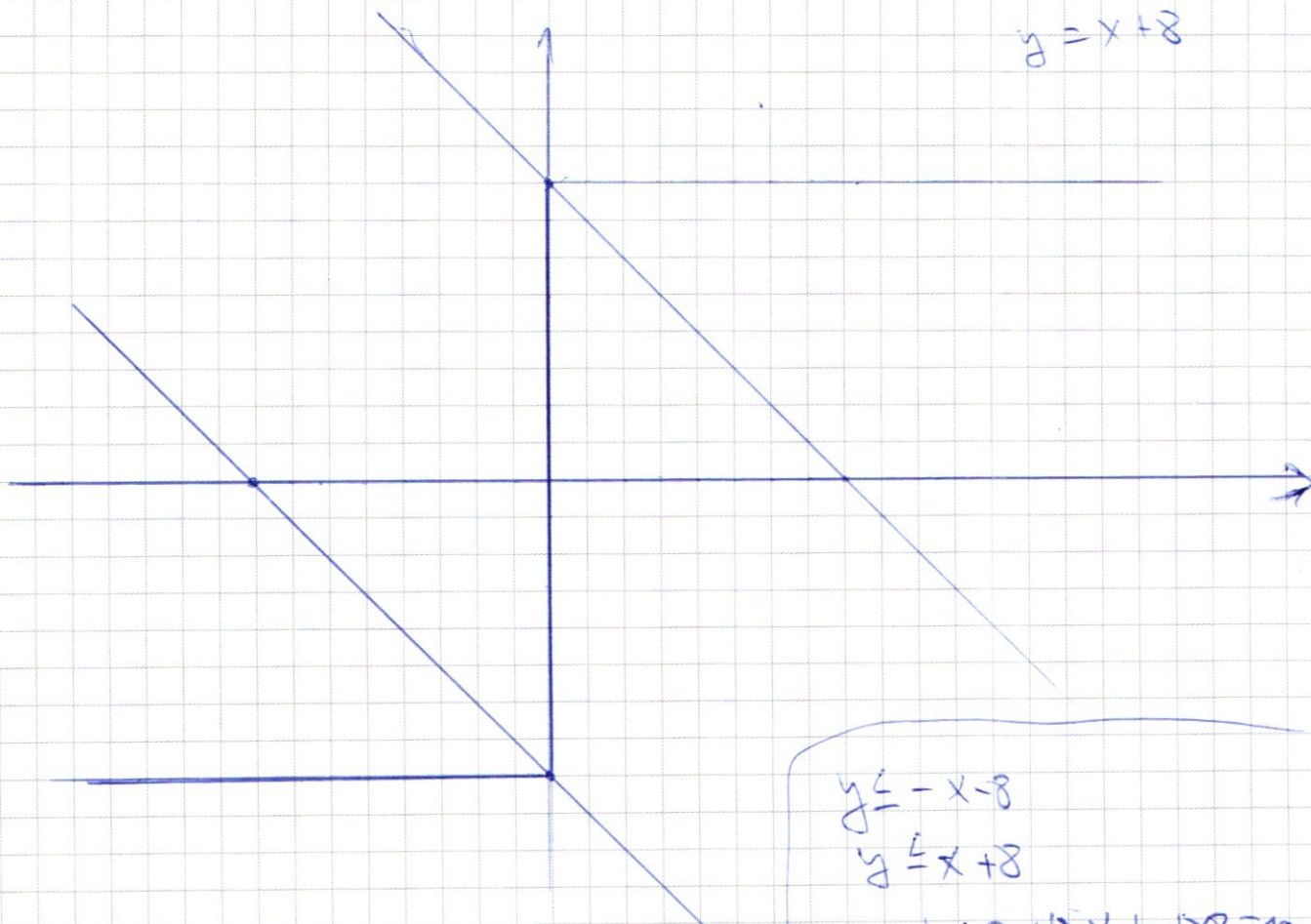
$$x=0$$

$$4-x \neq 1$$

$$x \neq 3$$

$$y = -x-8$$

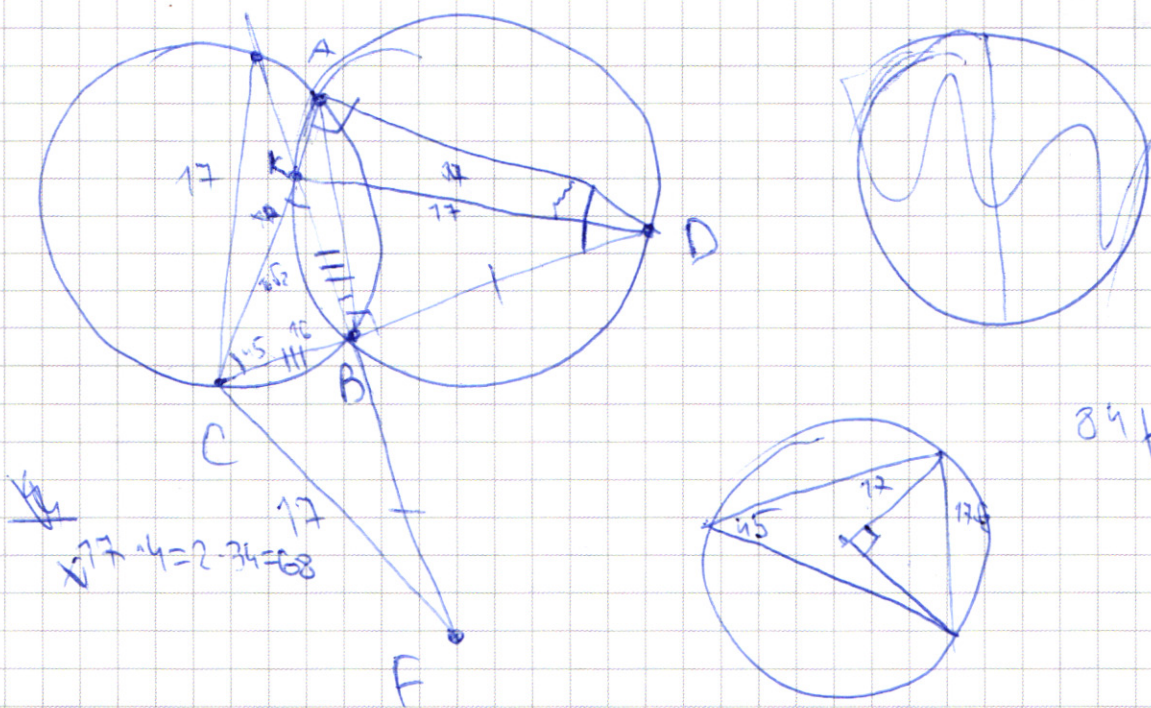
$$y = x+8$$



$$y \leq -x-8$$

$$y \leq x+8$$

$$-x-y+8 \leq -x-y+8=10$$



$\sqrt{17 \cdot 4} = 2 \cdot 34 = 68$

$84 \overline{) 121}$

$AB = 17\sqrt{2}, KB = 16, \angle AKB = 135^\circ, \cos \angle AKB = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$17^2 \cdot 2 = AK^2 + 16^2 + AK \cdot 16 \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

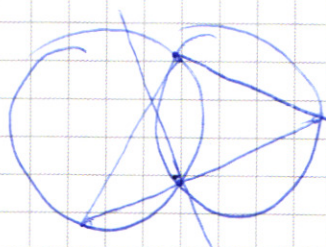
$AK^2 + 16AK \cdot \sqrt{2} + 16^2 - 2 \cdot 17^2 = 0$

$D = 16^2 \cdot 2 - 4 \cdot 16^2 + 18 \cdot 17^2 =$
 $= 8 \cdot 17^2 - 2 \cdot 16^2 = 2(4 \cdot 17^2 - 16^2) =$

$= 2 \cdot (2 \cdot 52 \cdot 84) = 2 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 3$

$(20^2 - 1)^2 =$
 $= 400 - 40 + 1 =$
 $= 361$

$225 \times 15 = 3375$
 $250 + 63 = 313$



$23 \overline{) 23}$
 67
 46
 529

$$5 \leq x \leq 30$$

5... 30 - 26 terms

$$93 \cdot 26 - 26 - 3(5 + \dots + 30) + 3^{28}(1 + \dots + 26) - (3^5 + \dots + 3^{30}) =$$

$$= 92 \cdot 26 - 3 \cdot \frac{35 \cdot 26^{13}}{2} + 3^{28} \cdot \frac{27 \cdot 26^{13}}{2} - 3^5 \cdot \frac{3^{26} - 1}{2} =$$

$$\frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$= 92 \cdot 26 - 35 \cdot 39 + 3^{31} \cdot 13 - \frac{3^{31}}{2} + \frac{3^5}{2} =$$

$$= 92 \cdot 26 - 35 \cdot 39 + \frac{243}{2} + 3^{31} \cdot 12,5$$

$$\begin{aligned} 92 \cdot 2 &= 184 \\ 35 \cdot 3 &= 105 \end{aligned}$$

$$92 \cdot 26 - 35 \cdot 39 = 13(92 \cdot 2 - 35 \cdot 3) = 13 \cdot 79$$

$$20 + 15 = 35$$

$$1024 + 243 = 1270$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \times 13 \\ \hline 237 \\ 79 \\ \hline 1027 \end{array}$$

$$\cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x + (\cos 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 3 \cdot 3^1 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$y \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3^x + 3^{28} < y - 3^{28} \leq 93 - 3x$$

$$3^{x-1} + 3^{28} < \frac{y - 3^{28}}{3} \leq 31 - x$$

$$31 - x > 3^{x-1} + 3^{28} \quad x \geq 0$$

$$31 + 3^{27} < 3^{28} < 3^{x-1} + 3^{28} \quad x < 0$$

$$31 - x - 3^{x-1} - 3^{28} > 0$$

$$[31 - x - 3^{x-1} - 3^{28}] = [31 - x - 3^{28}]$$

$$x = 3^{28} - 31$$

$$x = 3^{29}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 3^{28}(4 - x) < 93 - 3x$$

$$93 + 3(3^{27} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$$

$$= 93 - 3x + 3^{28}(x - 4) - 3^x =$$

$$= 81 + (3^{28} - 4)(x - 4) - 3^x$$

$$x < 0 -$$

$$x = 0, 1, 2, 3 -$$

$$x = 4 \quad 81 = 81$$

$$x \geq 5$$

$$x = 28 + \quad x = 27 - 0$$

$$x = 29 +$$

$$x = 30 +$$