

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

- 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
- 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

- 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
- 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
- 7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$\cos^2 x + \cos 3x + \sin^2 x + \sin 3x + \cos 4x = 0$$~~

~~2 cos~~

~5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ [(x-8)^2 + (y-15)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x+y+8+x-y+8=16 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x+y+8 < 0 \\ x+y+8-x+y-8=16 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y+8+x-y+8=16 \end{cases} \end{aligned}$$

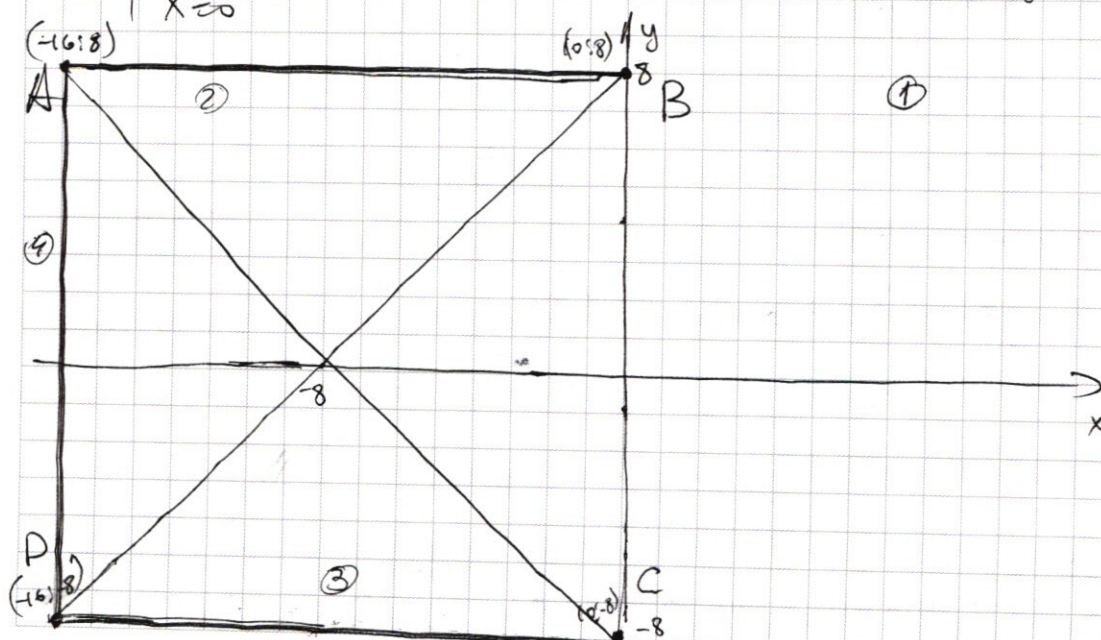
$$\begin{aligned} 4) \quad & \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 < 0 \\ -x-y-8-x+y-8=16 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y > x+8 \\ 2y=16 : y=8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & \begin{cases} y < -x-8 \\ y \leq x+8 \\ -y=16 : y=-8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & \begin{cases} y < -x-8 \\ y > x+8 \\ -2x=32 : x=-16 \end{cases} \end{aligned}$$



Получим:

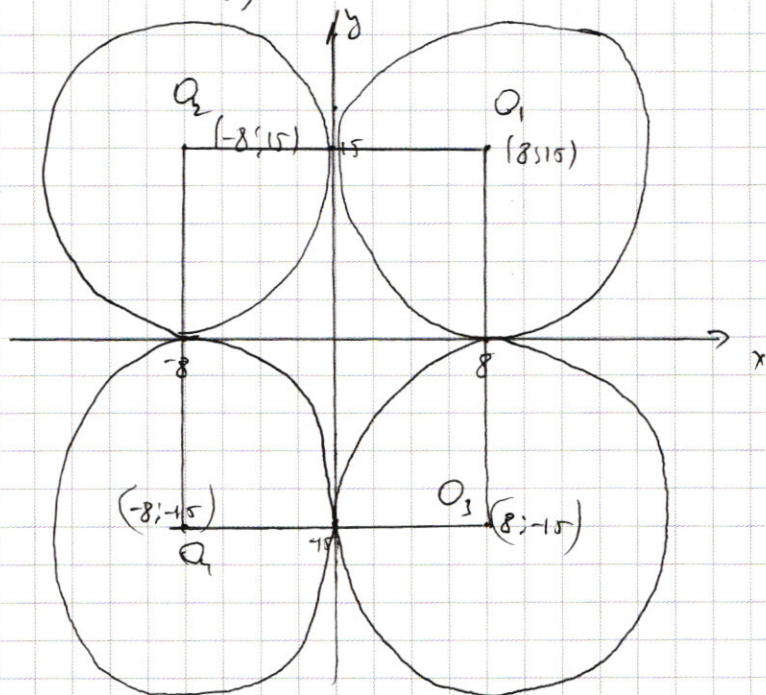
$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = R^2 = a$$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (x-8)^2 + (y-15)^2 = R^2 = a \quad (1)$

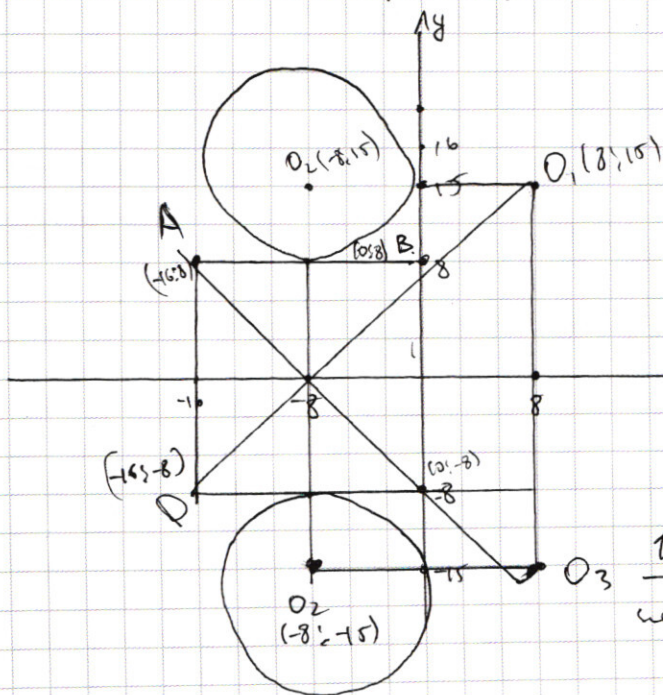
$\begin{cases} x < 0; y \geq 0 \\ (x+8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0; y < 0 \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = a \end{cases}$

$\begin{cases} x < 0; y < 0 \\ (x+8)^2 + (y+15)^2 = a \end{cases}$



Что схематически нарисовать график:



$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = R^2 = a \quad \text{Значение}$$

1 случай: Окруж. с центром O_1 и O_4 касаются
на $y_1 = 8$ и $y_2 = -8$

$$R_{O_1 O_2} = 15 - 8 = 7$$

$$a_1 = R_1^2 = 49$$

2 случай: с центром O_1 и O_3 окружностей касаются на вертикали $A(-16, 8)$ и $D(-16, -8)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a_2 = b_2 = (8 - (-6))^2 + (15 - (-8))^2 = 576 + 528 = 1105$$

Order: $a = 49$

$a = 1105$

$$\left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln f-y} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

переписать второе уравнение как квадратное

$$y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16$$

$$= 4(x^2 - 2x + 1) = 4(x-1)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{-2x-4 \pm 2(x-1)}{2}$$

$$y_1 = \frac{-2x-4+2x-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$y_2 = \frac{-2x-4-2x+2}{2} = \frac{-4x-2}{2} = -2x-1$$

1)

$$y = -3$$

$$\left(\frac{x}{-3} \right)^{\ln(3)} = x^2 \ln(3x)$$

$$\ln\left(\frac{x}{-3}\right)^{\ln(3)} = \ln x^2 \ln(3x)$$

$$2 \ln 3 \cdot \ln x = \ln x \cdot 2 \ln(3x)$$

$$\ln 3 \cdot (2 \ln x - \ln 3) = 2 \ln x \cdot (\ln 3 + \ln x)$$

$$4 \ln 3 \ln x - \ln^2 3 = 4 \ln x \ln 3 + 2 \ln x^2$$

$$2 \ln x^2 - 3 \ln x \ln 3 + \ln^2 3 = 0$$

$$\ln x ; z = \frac{3 \ln 3 \pm \sqrt{9 \ln^2 3 - 8 \ln^2 3}}{4} = \frac{3 \ln 3 \pm \ln 3}{4} ;$$

$$\ln x = \ln 3$$

$$x = 3$$

$$\ln x = \frac{\ln 3}{2} = \ln \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3} ;$$

$$\begin{pmatrix} 3; -3 \\ \sqrt{3}; -3 \end{pmatrix}$$

2)

$$y = -2x - 1$$

$$\left(\frac{x^2}{2x+1} \right)^{\ln(2x+1)} = x^2 \ln(x(2x+1)^2)$$

$$\ln(2x+1) \ln \left(\frac{x^2}{2x+1} \right) = 2 \ln(x(2x+1)^2) \cdot \ln x$$

$$\ln(2x+1) (2 \ln x - \ln(2x+1)) = 2 (\ln x + 2 \ln(2x+1)) \cdot \ln x$$

$$2 \ln(2x+1) \ln x - \ln^2(2x+1) = 2 \ln^2 x + 4 \ln(2x+1) \ln x$$

$$\ln(2x+1) - 3 \ln(2x+1) \ln x + 2 \ln^2 x = 0$$

$$\ln x ; z = \frac{3 \ln(2x+1) \pm \sqrt{9 \ln^2(2x+1) - 8 \ln^2(2x+1)}}{4} = \frac{3 \ln(2x+1) \pm \ln(2x+1)}{4} ;$$

$$\ln x = \ln(2x+1) ;$$

$$x = 2x+1$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$y = 1$$

$$\begin{pmatrix} -1; 1 \end{pmatrix}$$

$$\ln x_2 = \frac{\ln(2x+1)}{2} = \ln(\sqrt{2x+1})$$

$$x = \sqrt{2x+1}$$

$$x^2 = 2x+1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 ; x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

$$y = -2 - 2\sqrt{2} - 1$$

$$(1 + \sqrt{2}; -3 - 2\sqrt{2})$$

$$x = 1 - \sqrt{2}$$

$$y = -2 + 2\sqrt{2} - 1$$

$$(1 - \sqrt{2}; -3 + 2\sqrt{2})$$

$$; \text{ условие } x \geq -\frac{1}{2}$$

$$1 - \sqrt{2} \geq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} \sqrt{2}$$

$$\frac{3}{4} \sqrt{2} ; 3\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Предположительно:~~

$$\frac{-3+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \sqrt{0}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{8} \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{9}$$

~~попробуем (1-\sqrt{2})-3+2\sqrt{2}~~ не подходит

~~Ans:~~

$$(3; -3)$$

$$(\sqrt{3}; -3)$$

$$(1+\sqrt{2}; -3-2\sqrt{2})$$

~2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\cos 7x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos 3x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin 7x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin 3x}{\sqrt{2}} = -\cos 4x$$

$$\frac{\cos 7x + \sin 7x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos 3x - \sin 3x}{\sqrt{2}} = -\cos 4x$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos 4x$$

$$2 \cos\left(\frac{7x - \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{7x - \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = -\cos 4x$$

$$2 \cos(5x) \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos 4x$$

$$2 \cos(5x) \left(\cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cos(5x) (\cos 2x + \sin 2x) = -(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos(5x) + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$1) \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$2) \frac{\sqrt{2} \cos 5x}{\sqrt{2}} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$$

$$\cos 5x = -\left(\cos 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$-\cos 5x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\cos 5x = -\left(\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n ;$$

$$\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{2}{7} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \pi + 2\pi n + \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + 2\pi n$$

$$x = \frac{2}{7} \left(\frac{3\pi}{8} + \pi n \right)$$

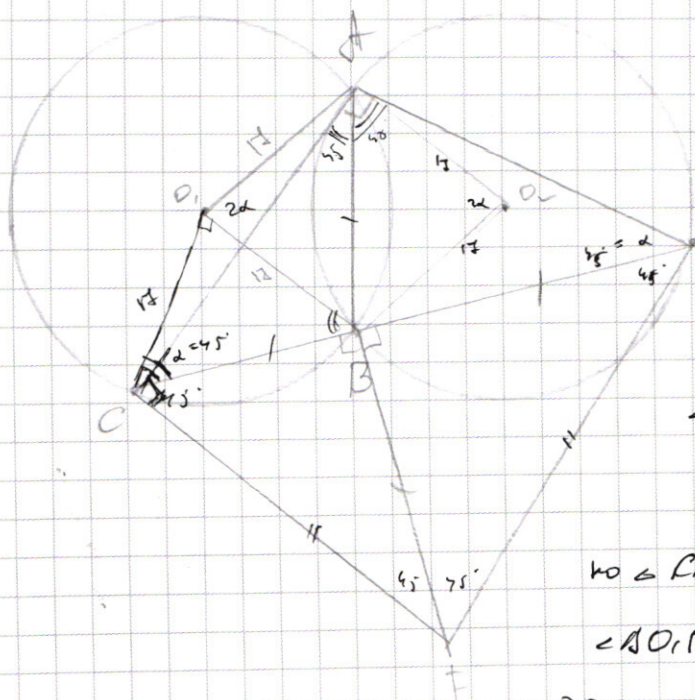
$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7} \left(\frac{3\pi}{8} + \pi n \right) = 3\pi$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

~6.

Найти: $\angle F$ - ?



а) т.к. окружности диаметральные, то

$$\angle AOB = \angle AOB = 2\alpha - \text{центральный}$$

угл., опр. на $\cup AB$

$$\angle ACB = \angle APB = \alpha - \text{вписанные углы}$$

опр. на $\cup AB \Rightarrow$

$$\triangle ACP - \text{равнобедренный} \Rightarrow AC = AP$$

$$CB = BP, AB - \text{перпенд. дис. и высот}$$

$$\text{т.к. } \triangle ACP - \text{прямоуг.} \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\angle AOB = \angle APB = 90^\circ$$

$$\triangle BPF = \triangle BCF \text{ и они } \text{прямоугольные и равнобедренные} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BCF = \angle BFC = \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$

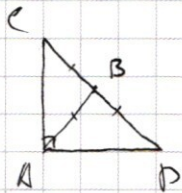
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из $\triangle AOB$: $AB = \sqrt{17^2 + 17^2} = 17\sqrt{2}$ (по г. Пифагора)

$\triangle CAP$: $\angle CAP = 90^\circ$, $AC = AP$, AB — медиана из прямого угла —

$AB = CP = AP \Rightarrow$ ~~$AB = AP$~~ AB — медиана бис. и высота —

$\angle CAB = \angle DAB = 45^\circ$



$\angle CAP = 45^\circ$ — отпр. к CB (высоте)

$\angle COB$ отпр. к CB и он перпендикулярен — $\angle COB = 90^\circ$ —

$CB = AB = DP = BF = 17\sqrt{2}$; (по г. Пифагора)

$\triangle CBF$: $CB = BF = 17\sqrt{2}$; $\angle CBF = 90^\circ$ —

$CF = \sqrt{17^2 + 17^2 \cdot 2} = 34$

Ответ: 34.

8) ~~$\triangle ACF$: $AF = 2AB = 2BC$. $BC = 16 \Rightarrow \angle ACB$, $2R \sin \alpha = 16$;~~

$R = \frac{8}{\sin \alpha}$

$\sin \alpha = \frac{8}{17} \Rightarrow$

$\cos \alpha = \sqrt{\frac{289 - 64}{289}} =$

$= \frac{15}{17}$;

$\triangle BCF$: $\cos BCF = \frac{CB}{CF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$, $\angle \sin \alpha \Rightarrow$ ~~$\angle BCF = 90^\circ - \alpha$~~ $\angle BCF = 90^\circ$

1. продолжение

номер не от 10.

$64827 = 3^2 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7^4$

всего цифр 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9; 0 — не может быть в начале числа,

т.к. произведение не будет равно 64827.

в начале числа 4 цифры, раз оставшихся четырех цифр

1) 3331 в различных перестановках цифр

2) 9311 в различных перестановках

в 1) - 4 сугров.

способов перевозки металла 4 сепарии:

в 2) - $3 \cdot 4 = 12$ сугров.

$$C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 70$$

где коэфф у сугров 1 и 2)

соотвечает его количество сепарии =

$$\text{всего меш.: } 70 \cdot 4 + 70 \cdot 12 = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120

~3.

$$\left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\text{ДДЗ: } \begin{matrix} y < 0 \\ x > 0 \end{matrix}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad - \text{представим как квадратное}$$

$$y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x =$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2+12x) = 4((x+2)^2 + 3x^2 - 12x) = 4(x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x)$$

$$= 4(4x^2 - 8x + 4) = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$$

$$y_1 = \frac{-2x+4 \pm 4(x-1)}{2} = x-4$$

$$y_2 = \frac{-2x+4 - 4(x-1)}{2} = -3x$$

$$1) \quad y = x-4$$

$$\left(\frac{-x^2}{x-4} \right)^{\ln(-x+4)} = x^2 \ln(x(x-4)^2)$$

дифференцируем по осн. e :

$$\ln(-x+4) \ln\left(\frac{x^2}{x-4}\right) = 2\ln(x(x-4)^2) \ln x$$

$$\ln(-x+4) (2\ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x + 2\ln(x-4)) \ln x$$

$$2\ln(4-x) \ln x - \ln^2(4-x) = 2\ln^2 x + 4\ln(x-4) \ln x$$

$$\ln^2(4-x) - 3\ln(4-x) \ln(x) + 2\ln^2 x =$$

$$\ln(4-x) = \frac{3\ln(x) \pm \sqrt{9\ln^2(x) - 8\ln^2 x}}{2} = \frac{3\ln x \pm \ln x}{2} = \ln x; 2\ln x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln(4-x) = \ln x$$

$$4-x=x$$

$$x=2$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$\ln(4-x) = \ln x^2$$

$$4-x=x^2$$

$$x^2+x-4=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{-9+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{-9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

не годятся, так как $x < 0$

2) $y = -3x$

$$\left(\frac{-x^2}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x \cdot 3x^2)}$$

логарифмируем:

$$\ln(3x) \ln\left(\frac{x^2}{3x}\right) = 2\ln(3x^3) \cdot \ln x$$

$$\ln 3x (2\ln x - \ln 3x) = 2\ln x (2\ln 3x + \ln x)$$

$$2\ln 3x \ln x - \ln^2 3x = 4\ln 3x \ln x + 2\ln^2 x$$

$$2\ln x^2 - 3\ln 3x \ln x + \ln^2 3x = 0$$

$$\ln 3x_{1,2} = \frac{3\ln x \pm \sqrt{9\ln^2 x - 8\ln^2 x}}{2} = \frac{3\ln x \pm \ln x}{2} = 2\ln x; \ln x$$

$$\ln 3x = \ln x^2$$

$$\ln 3x = \ln x$$

$$3x = x^2$$

$$3x = x$$

$$x=0 \quad \text{не подходит}$$

$$x=0 \quad x=3$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases}$$

Ответ: $(2; -2) \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{-9+\sqrt{17}}{2}\right)$
 $(3; -9)$

Продолжим ~ 6 5)

$$CD = 2R(\sin \alpha + \cos \alpha) = 2 \cdot 15 \cdot \left(\frac{8}{15} + \frac{15}{15} \right) = 46$$

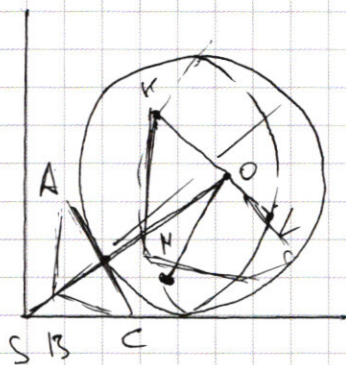
$\angle ACD = \angle ADB$ в вып. четырех. опр.

$$AC = \sqrt{2}, CD = \frac{46}{\sqrt{2}} = 23\sqrt{2}$$

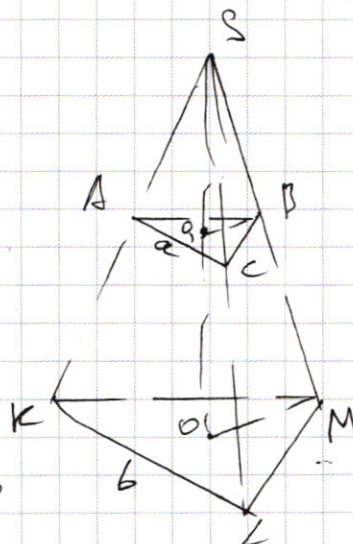
$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 34 = 39\sqrt{2}$$

Отв: $39\sqrt{2}$

~ 4.



в $\triangle ABC$ рисунок подобен к :



$\angle ADC = \angle KML$ -

равносторонние, т.к.

KL, LM, KM - радиусы
сферы.

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sin 60^\circ}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 9$$

$$S_{KML} = \frac{b^2 \sin 60^\circ}{2} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} = 16$$

$$a^2 = \frac{4 \cdot 9}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{3}} \quad b = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{BO}{MO} = \frac{SO}{SO} = k$$

$$k = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{8\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$MO = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$BO = \frac{2}{3} \cdot a \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$k = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Отв: 30°

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$64827 = 3^2 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ \underline{3} \\ 38 \\ \underline{21} \\ 17 \\ \underline{14} \\ 3 \end{array}$$

3 цифры дел. на 3 или 1 цифра дел. на 3 и на 3.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

на 7.

В числе четыре цифры, следовательно, это число делится на 7.

7 7 7 7

где оставшиеся перекрестки, тогда

Вспомогательная формула:

$$C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 4} = 35$$

1) 3 3 3 1 в разряд перестановки

2) 9 3 1 1 в разряд перестановки.

где кодовое поколение сепарат

1) 4 случая

2)

9 3 1 1

3 3 1 1

3 1 3 1

3 1 1 9

9 1 3 1

9 1 1 3

1 9 3 1

1 9 1 3

1 1 9 3

1 3 9 1

1 3 1 9

1 1 3 9

- 12 случаев

$$30 \cdot 4 + 10 \cdot 12 = 280 + 840 = 1120$$

$$PF = CF = a\sqrt{2}$$

$$\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} = a^2$$

~ 7

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3^{28}(4-x) < y \leq 93 - 3x - 3^x$$

$$3^{28}(4-x) < 93 - 3x - 3^x$$

$$16x^2 - 32x + 16$$

~2

$$4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 =$$

= 4

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \frac{7x-3x}{2} \cos \frac{7x+3x}{2} + 2 \sin \frac{7x-3x}{2} \cos \frac{7x+3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cos 5x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\frac{\cos 4x}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\cos 5x (\cos^2 2x + \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x)}{\cos 2x + \sin 2x} = -\frac{\cos 4x}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 5x (1 + 2 \sin 4x) + \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

~6

~3

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(x y^2)}$$

$$y < 0, x > 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 = 4(x^2 - 3x - y)$$

$$\frac{-x \mp \ln(-y)}{y \ln(-y)} = (x)^{2(\ln x + 2 \ln y)}$$

$$\frac{-x \mp \ln(-y)}{y \ln(-y)}$$

