МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1. $64827 = 3^3 \cdot 7^4$

$\Downarrow$

число состоит из 1, трех 3 и четырёх 7

Число способов составить эти числа равно

$$\frac{8!}{4!\,3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{6} = 5\cdot 7\cdot 8 = 280 \leftarrow \text{Ответ}$$

№ 2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x\cos 2x + 2\cos 5x\sin 2x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$\sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\cos 2x = -\sin 2x$

$\Downarrow$

$\operatorname{tg} 2x = -1$

$\Downarrow$

$x = \frac{3\pi}{8} + \pi k;$

$\frac{5\pi}{8} + \pi k$

$k \in Z$

$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

из этого находим ещё одно решение

$\cos x = \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Downarrow$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \ k \in Z$

Ответ: $\frac{3\pi}{8} + \pi k, \ \frac{5\pi}{8} + \pi k, \ \frac{\pi}{4} + \pi k; \ k \in Z$

№ 3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \quad (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

(1) $\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

если $y<0$, то в $\ln(-y)$ ОДЗ выполняет ⇓ $y<0$ обязат. ус.

$\ln(-y)\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(xy^2)\ln x$

$\ln(xy^2)$ ⟶ $>0 \Rightarrow x>0$

$7\ln(-y)\ln(x) - \ln(-y)^2 =$

$= 2\ln(x)^2 + 4\ln(-y)\ln(x)$

⇓ $-\frac{x^7}{y}>0 \quad x>0$

⇓ можем брать логарифм от обеих половин ($x>0, y<0$)

⇓

$2\ln(x)^2+\ln(-y)^2-3\ln(-y)\ln x=0$

$(2\ln(x)-\ln(y))(\ln(x)-\ln(y))=0$

⇕

$$\left[\begin{array}{l} 2\ln(x)=\ln(-y) \\ \ln(x)=\ln(-y) \end{array}\right.$$

(2) $y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \Leftrightarrow (y+3x)(y-x+4)=0$

Получаем систему эквивалентную начальной

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2\ln x=\ln(-y) \\ \ln x=\ln(-y) \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=-3x \\ y=4-x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=-x^2 \\ y=-x \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=-3x \\ y=4-x \end{array}\right. \\ y\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-9 \\ x=3 \end{cases}$$

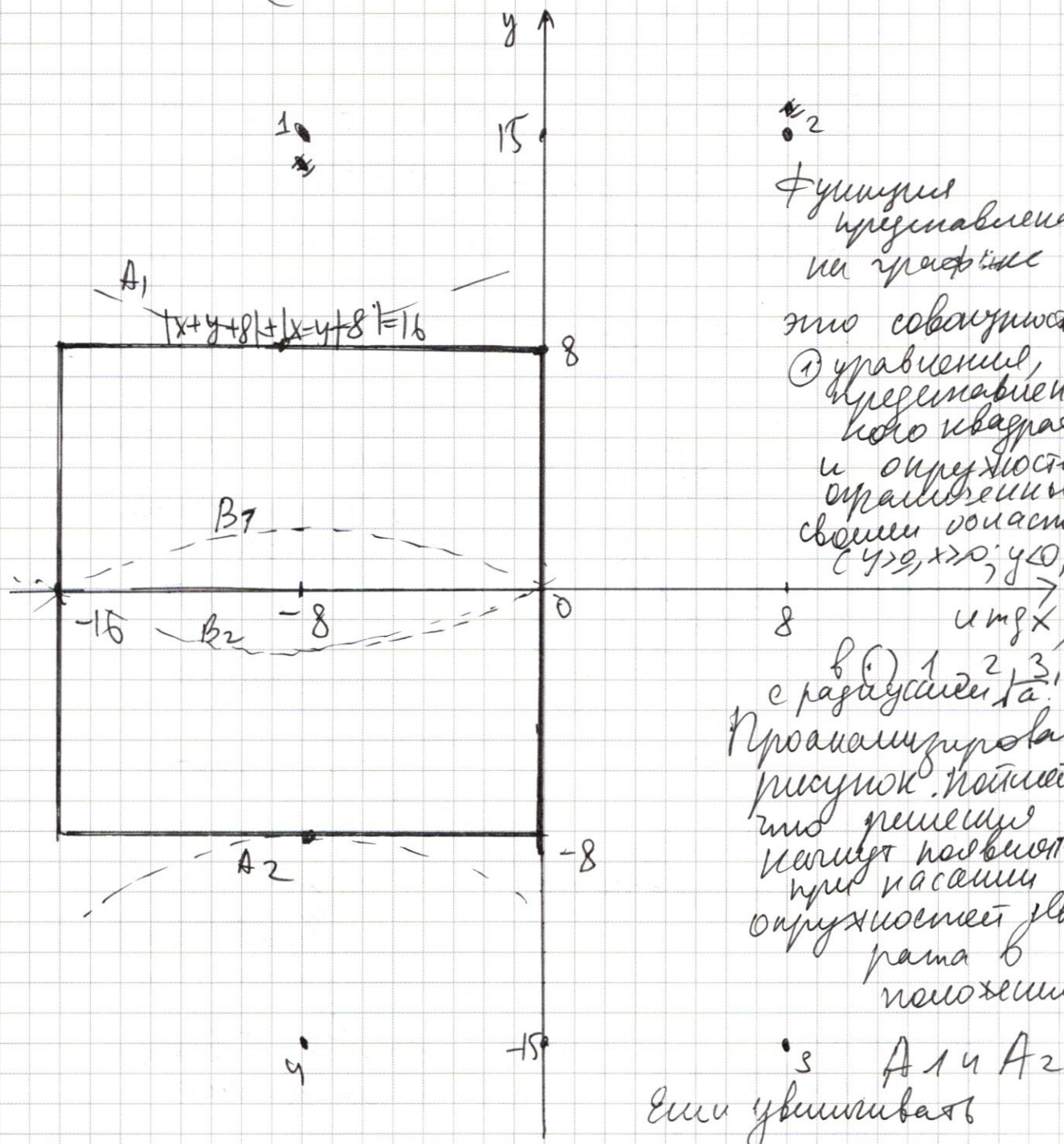
Ответ: $(3;-9)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a \end{cases}$$



Функция представлена на графике

это совокупность (1) уравнения, представленного квадратом и окружностей ограниченными своими областями ($y\geq 0, x\geq 0$; $y<0, x\geq 0$ и т.д.)

в (.) 1, 2, 3, 4 с радиусами $\sqrt{a}$.

Проанализировав рисунок, поймем, что решения начнут появляться, при касании окружностей квадрата в положениях A_1 и A_2.

Если увеличивать радиусы, то решений будет больше,

чем два до пересечения радиусов в положениях B_1 и B_2. После этого решений снова станет 0, т.к. окружности выйдут из ~~пого~~ областей, в которых они должны находиться (точнее, не окружности, а точки пересечения окружностей с квадратом)

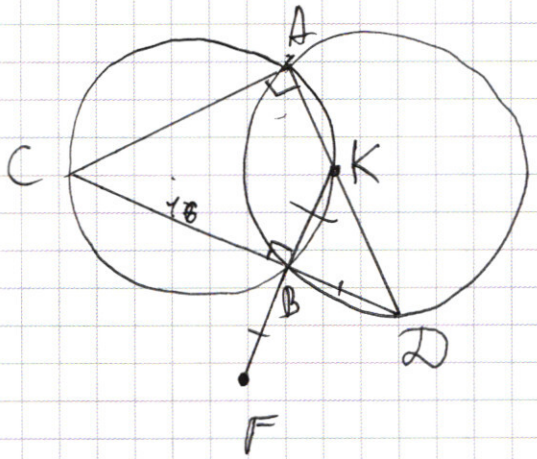
Рассмотрим положения A_1, A_2 и B_1, B_2.

В A_1, A_2 $\sqrt{a} = 15 - 8 = 7 \Rightarrow a = 49$

в B_1, B_2 $\sqrt{a} = \sqrt{64 + 225} = 17 \Rightarrow a = 289$

Ответ: $a = 49$; $a = 289$.

№ 6



Докажем, что (с) K, B и F лежат на одной прямой.

$\angle CAK$ - прямой

$\Downarrow$

CK - диаметр

$\Downarrow$

$\angle CBK$ - прямой.

$\angle CBK = 90^\circ$

$\angle CBF = 90^\circ$ по условию $\Rightarrow$ вместе они составляют развернутый

$\Downarrow$

(с) K, B, F лежат на одной прямой

Т.к. окружности одинаковые, то углы ACB и ADB, опирающиеся на одну и ту же хорду равны.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Downarrow$

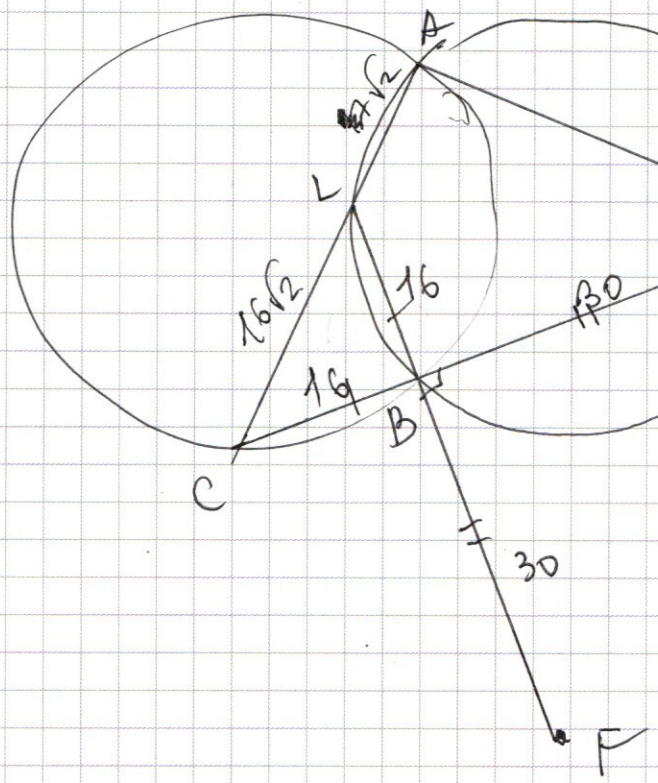
$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow \angle BKD = 90^\circ - \angle KDC = 15^\circ$

$\Downarrow$

$BK = BD = BF$

$\left.\begin{array}{l} BK = BF \\ CB - \text{высота} \end{array}\right| \Rightarrow CF = CK = 2r = 34$

б) перерисуем (в процессе вычислений значения, по $BD > BC$)



(·) L по тем же соображениям, что и точка (·) K лежит на одной прямой с (·) B и (·) F

$BD = \sqrt{LD^2 - LB^2} = \sqrt{LD^2 - CB^2} = 30$

диаметр (так же как и KC)

$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(30+16) = \sqrt{2}\,23$

$AL = AC - LC = AC - \sqrt{2}BC = 23\sqrt{2} - 16\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

AF по т. косинусов равно

$$\sqrt{AL^2+(LF)^2-2\cos(135^\circ)\,AL\cdot LF}=\cancel{\sqrt{289\cdot 2+46^2+2\cdot 17\cdot 46}}=$$

$$\cancel{=\sqrt{2(289+46\cdot 23+17\cdot 46)}=\sqrt{2(289+46\cdot 40)}=\sqrt{2\cdot 2129}}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{S=\sqrt{p(p-\sqrt{2\cdot 2129})(p-34)(p-\sqrt{2}\cdot 23)}}$$

$$\cancel{\text{где } p=\frac{\sqrt{2\cdot 2129}+34+\sqrt{2}\cdot 23}{2}}$$

$$=\sqrt{49\cdot 2+46^2+2\cdot 7\cdot 46}=\sqrt{2(49+23\cdot 46+7\cdot 46)}=$$

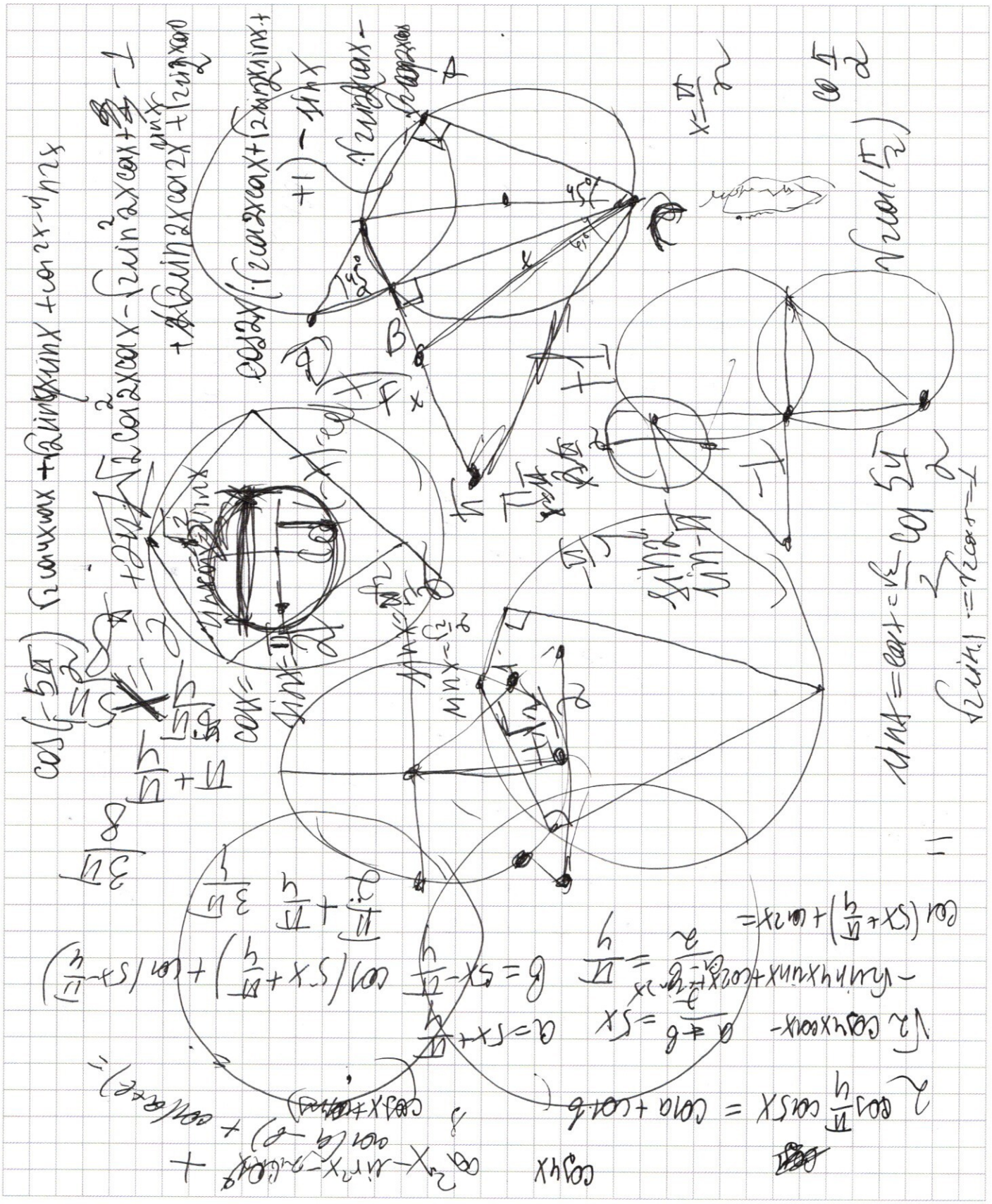
$$=\sqrt{2(49+46\cdot 30)}=\sqrt{2(49+1380)}=\sqrt{2\cdot 1429}$$

$$\Downarrow$$

$$S=\sqrt{p(p-\sqrt{2\cdot 1429})(p-7\sqrt{2})(p-46)}=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2\cdot 1429}+7\sqrt{2}+46}{2}\right)\left(\frac{7\sqrt{2}+46-\sqrt{2\cdot 1429}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2\cdot 1429}+7\sqrt{2}-46}{2}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{2\cdot 1429}+46-7\sqrt{2}}{2}\right)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

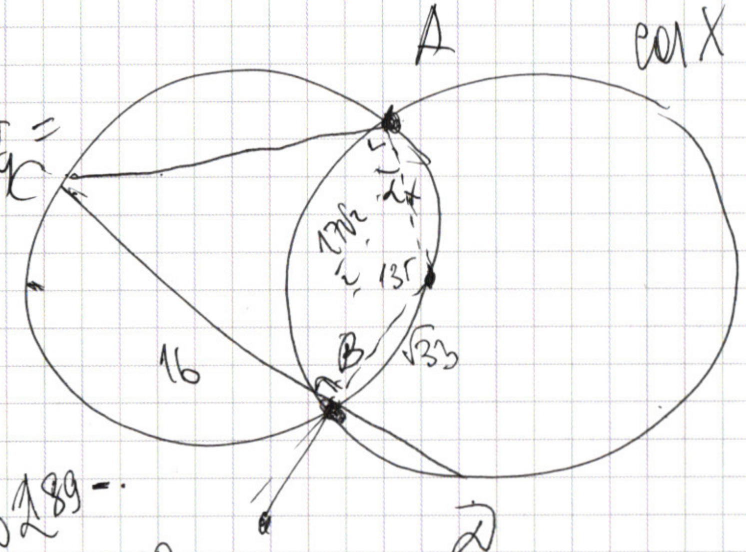


☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\cos 4x \sqrt{2}$

$2\cos 4x \cos\frac{\pi}{4} =$



$\cos x$

$\sin = \frac{\sqrt{33}}{17}$

$a + b = 4x$

$a + b = \frac{\pi}{4}$

$17 \cdot 17$

$\frac{289}{2} = 33 + x^2 + 2 \cdot$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{33}}{17}$

$\cos\alpha = \frac{16}{17}$

$a = 2x + \frac{\pi}{8}$

$(\cos 2x + \cos$

$\cos^2 2x - \sin^2$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - 1)$

$\sin B = \sin(45^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 17}(16 - \sqrt{33})$

$\sin 2x$

$17 = \frac{x \cdot 2(16 - \sqrt{33})}{\sqrt{2}}$

$\frac{17}{\sqrt{2}(16 - \sqrt{33})}$

$(\sin 2x + \cos 2x)$

$170 \; 289 -$

$49 + 70$

119

$17 \cdot 17$

$16 \cdot 16$

$289 - 256$

$89 - 56 = 33$

$\frac{34}{\sqrt{2}} \quad \frac{17\sqrt{2}}{2}$

$\frac{a+b}{2} = x$

$\frac{a-b}{2} = y$

$a = x + y$

$b = x - y$

$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$\sin a - \sin b = 2\sin\frac{a-b}{2}\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x \cos y$

$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2\sin y \cos x$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cdot 2\cos^2 2x - 1 = 0$

$2\cos 5x(\sin y + \sin x)$

$\sqrt{2}\cos 2x(\cos 5x + \sqrt{2}\cos x)$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos(x+y)$ $x+7$ $x+9$ $x>-7$ $x=0$ $x<-7$

$\cos(x+y)\cos(x-y) =$ $\quad |x+7|+|x+9|=16$ $\quad x>-9$

$-x-7+x+9$

$y>-a$ $\quad \cos(x+y)+\cos(x-y)= \cos x\cos y - \sin y\sin x + 2\cos x\cos y$

$y+a>0$ $\quad \cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$

$a-y>0$ $\quad \cos^2 x - \sin^2 x$ $\quad \cos x$

$y<a$

$x+y=a \Rightarrow x=a-y=b+y$

$x-y=b$ $\quad y=\frac{a-b}{2}$

$|y+a|+|a-y|=16$ $\quad \cos(a)+\cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$x=a-\frac{a-b}{2}=\frac{a+b}{2}$

$\sqrt{8-x}$ $\quad \sqrt{2}$

$y>a$ $\quad 2\cos 5x\cos 2x + 2\sin x\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$x+8=a$ $\quad y>-a$

$y+a>0$ $\quad y\in[-a;a]$ $\quad \sin(x+y)-\sin(x-y)=$

$a-y<0$ $\quad y>a$ $\quad y+a<0$ $\quad y<-a$ $\quad = \sin x\cos y - \sin y\cos x - \sin x\cos y + \sin y\cos x =$

$a-y>0$ $\quad y<$ $\quad = 2\sin y\cos x$

$a=8$ $\quad \sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x+\sin 2x+1)$ $\quad \cos 4x$

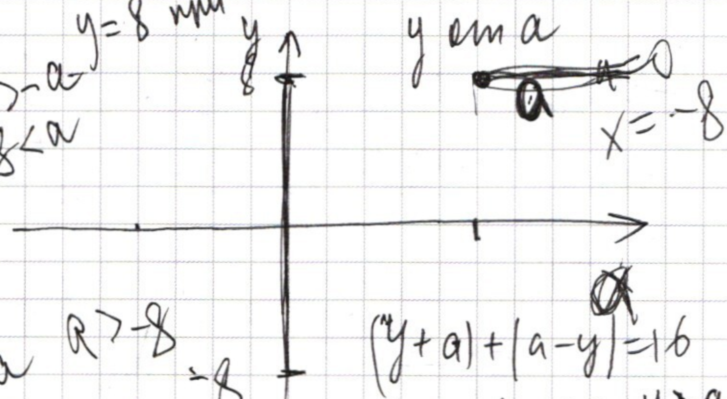
$x=0$ $\quad x+y=a$

$y>-8$ $\quad 8<y$ $\quad \sin(a)-\sin(b) = 2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$

$y+8>0$ $\quad |x+y+8|+|x-y+8|=16$ $\quad y=8$ при $\quad y$ от a

$y-8<0$ $\quad (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a$ $\quad 8>-a$ $\quad 8<a$ $\quad x=-8$

$|y+8|+|8-y|=16$ $\quad y$



$y+8>0$ $\quad y>-8$

$y+$ $\quad x=a$ $\quad a>-8$

$|y+a|+|a-y|=16$

$y+a<0$ $\quad y+a>0$ $\quad y>a$

$a-y>0$ $\quad a-y>0$ $\quad y<a$

$8<a$

288-

216

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$|a+y|+|y-a|=16$

$a+y>0 \quad y>a$

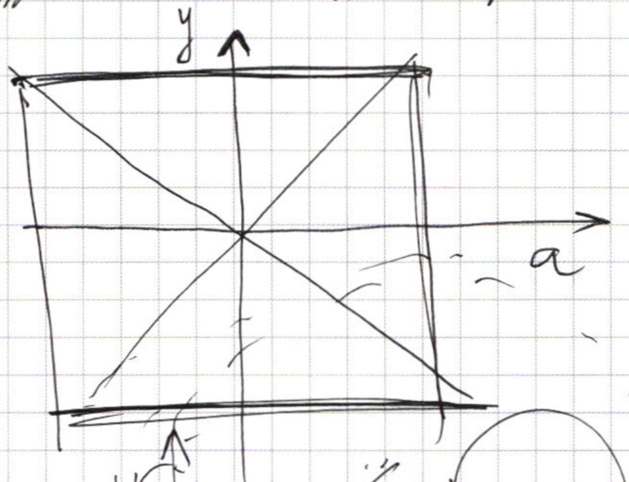
$y-a>0 \quad y>-a$

$y=8$

$a+y<0 \Rightarrow y<-a$

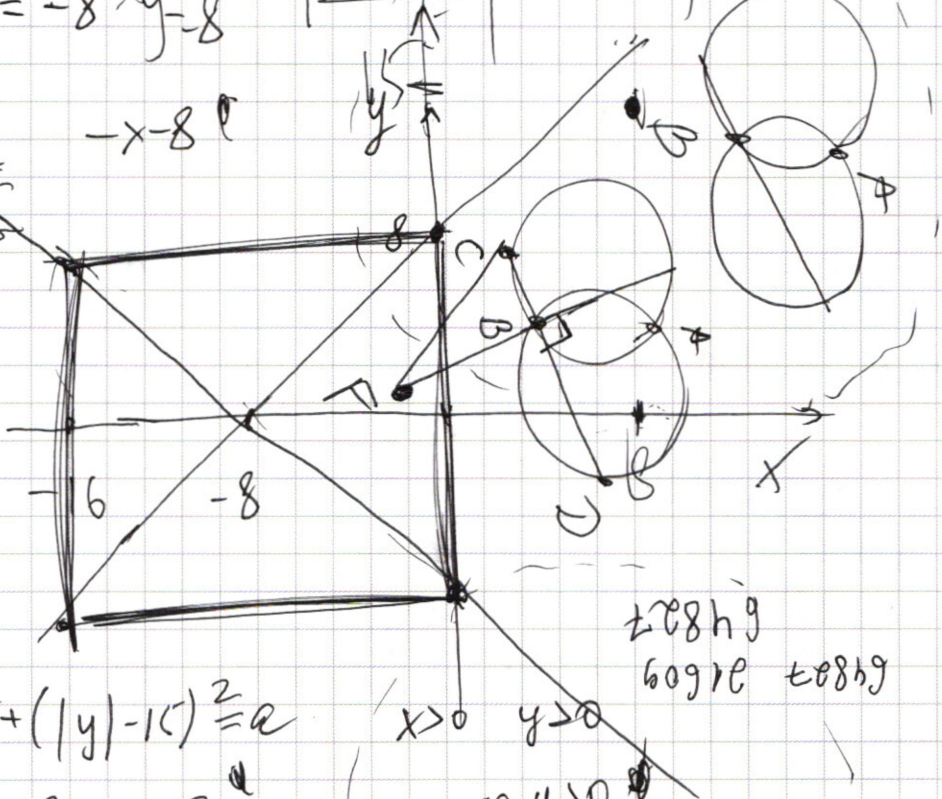
$y-a>0 \quad y>a$

$a=-8 \quad y=8$



$-x-8$

$-2x-16=16$



$(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a$

$(x-8)^2+(y-15)^2=a$

$(x+8)(y-15)^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y^2+2xy-3x^2+12x+y=0$

y^2+2xy+

$\ln(9x^3)=$

$=\ln(9x^2\cdot x)=$

$=\ln(x)+\ln(9x^2)$

$2\ln(x)+8\ln($

$y=2x$

$x=4$

$y=3x$

$4x^2+4x^2-3x^2+12x+8x$

$y=-3x$

$9y^2-6xy$

$e^{\ln a}=ay=-3x$

$y=-3x$

$\log_c a=\ln a$, $y=4-x$

$(y+3x)(y-x+4)=0$

$y^2+3xy-3x^2+4y+12x-$

$-yx$

$\ln 3\cdot x$

$a^{b\log_a c}$

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)}=x^{2\ln(xy)^2}$

$\log_x\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)}$

$\ln(-y)\log_x\left(-\frac{x^7}{y}\right)=2\ln(xy)^2$

$\left(-\frac{x^7}{\sqrt[3]{6}}\right)^{6\ln 3x}=x^{2\ln(9x^3)}$

$\left(-\frac{1}{\sqrt[6]{3}}\right)^{6\ln 3x}$

$\left(-\frac{1}{3}\right)^{\ln 3}$

$a^{\ln a}=c$

$\ln a=\log_a c$

$\left(-\frac{1}{3}\right)^{\ln 3+\ln x}=x^{2\ln x}$

$e^{\left(-\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x}}$

$\left(3^{-1}\right)^{\ln 3}$

$-3^{-\ln 3x}=x^{2\ln x}$

$e^{\left(-\frac{1}{3}\right)^{\ln(3x)}}=c$

$a^{\ln b}=c$

$\log_a c=\ln b$

$\left(-\frac{1}{3}\right)^{\ln 3}$

$\ln a=$

$\left(-\frac{1}{a}\right)^{\ln a}=c=\log_{\left(-\frac{1}{a}\right)}c$

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)}$

c^c

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y=4-x$

$\ln(-y)\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)=2\ln(xy^2)\ln(x)$

$7\ln(-y)\cdot\ln(x)-\ln(-y)^2=2\ln(x)\ln(x)+4\ln(-y)\ln x$

$a=\ln(-y)$

$b=\ln(x)$

$2b^2+a^2-3ab=0$

$(a-2b)(a-b)=0$

$-y=x$

$\ln(-y)=2\ln(x)$

$-y=x^2$

$x-4=x^2$

$x^2-x+4=0$

$D=-1-$

$x^2=1-4$

$x^2-x+4=0$

$-x=4-x$

10

8

$\frac{\sqrt{2}}{a}=AC$

30

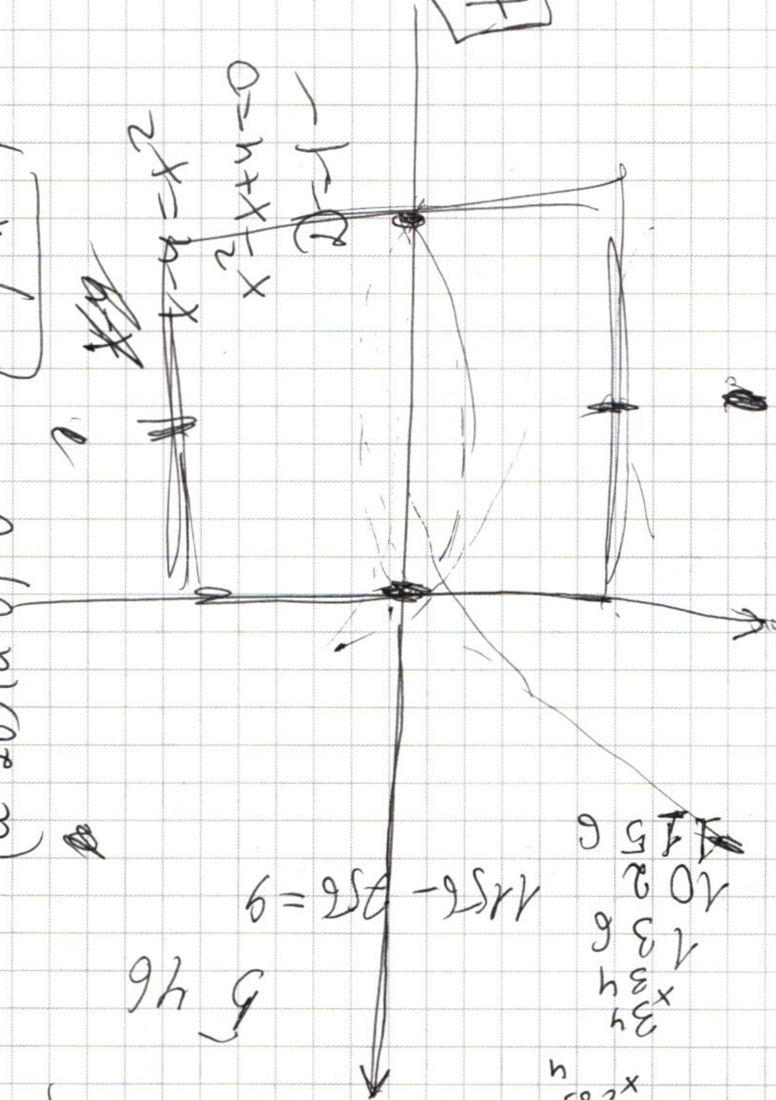
$30+\sqrt{6}$

17

288

$225+64$

$\sqrt{5}+8$



5 46

$1156-1156=9$

34
×34
136
102
1156

289×4

34
$1 \cdot 289 \cdot 4$

37
× 37
13
15

$2129 \mid 37$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

13+11

24.

$$\left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2(\ln x + y^2)}$$

$y = -3x$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln x} \cdot (x^3)^{4\ln 3x}$$

$$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln x}$$

$$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln x}$$

$$\frac{x^{2\ln 3x}}{x^{\frac{\ln 3x}{\ln x}}} = 3^{\ln 3x}$$

$\ln 3x = \frac{\ln(3x)}{\ln(x)}$

$x^{\frac{\ln(3x^2)}{\ln(x)} - 1}$

y - опр

x - опр

$$\ln\left(\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln 3x}\right) = \ln(x^{\ln x})$$

$x > 0$, $y < 0$

$$\ln 3x \ln\left(\frac{x^2}{3}\right) = \ln(x^2)\ln x$$

$$\ln 3x \ln x^2 - \ln 3x \ln 3 = \ln x^2 \ln x$$

$$\ln x^2 \ln 3 = \ln 3 \ln 3x$$

$x^2 = 3x \Rightarrow x = 3$

$x \in [0; 4]$, $x > 0$, $4 - x > 0$, $x < 4$

$y =$

$(y + 3x)(y - x + 4)$

$x = 0$ $x = 3$

$y = 4 - x$

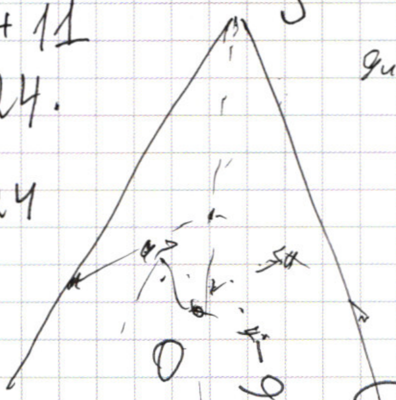
$x \in [0; 4)$, $4 - x < 0$, $x < 0$, $x > 0$

$$\left(\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(x-4)} =$$

$13 + 11 = 24$

$$16 + \sqrt{33} - \sqrt{33} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{16 - \sqrt{33}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{16 + \sqrt{33}}{\sqrt{2}}$$



S

O

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Downarrow$

$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow \angle BKD = 90^\circ - \angle KDC = 45^\circ$

$\Downarrow$

$BK = BD = BF$

$BK = BF$

CB - высота $\Rightarrow CF = CK = 2r = 3y$

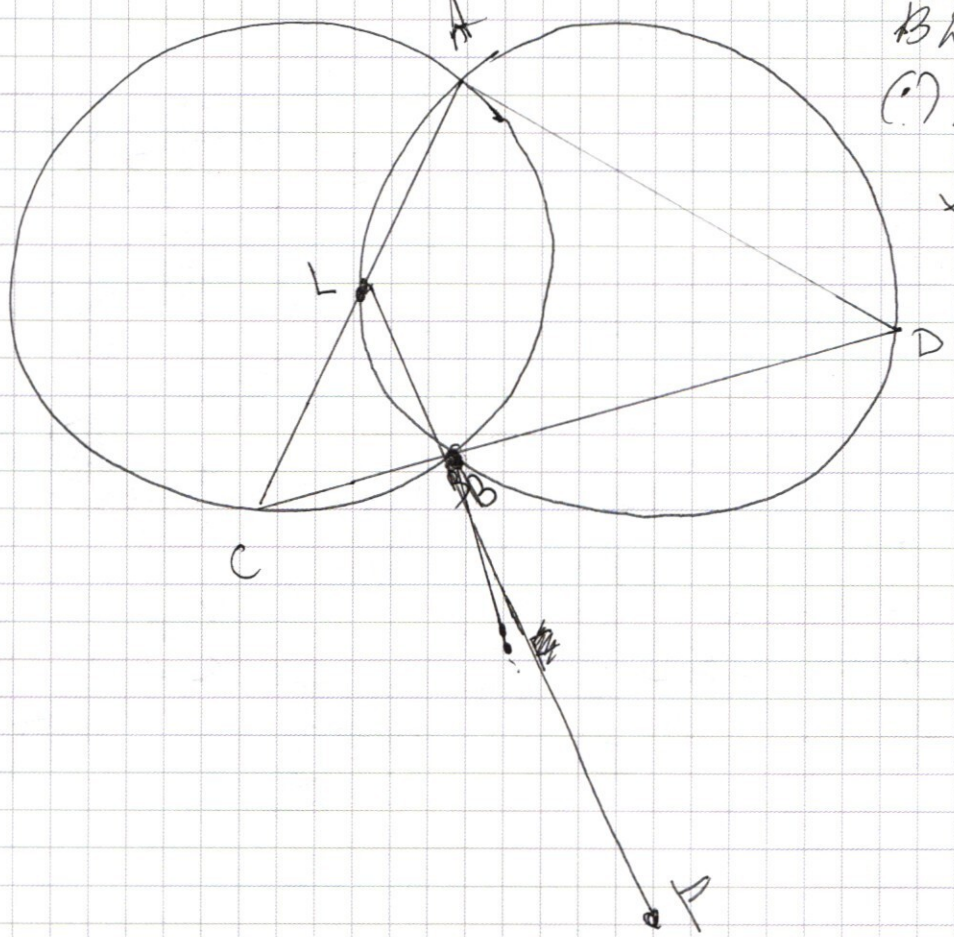
б) $AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} CD$

$BD = BF\sqrt{CF^2 - CB^2} = 30$

$\Downarrow$

$AC = \frac{\sqrt{2}}{2}(30+16) = 23\sqrt{2}$

$AK = AD - KD = AC - \sqrt{2}BF = 23\sqrt{2} -$



перерисуем (в процессе вычисление оказалось, что $BD > CB$)

(·) L по тем же соображениям, что и (·) K лежит на одной прямой с (·) B и F

☑ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

43 × 4

1712

172

212 − 172

47

160+28

2129 | 47

× 47

160+28

188

168

1212

2129 − 185 = 279 | 37

× 37 × 5

150+35

279

× 37 × 7

~~2129~~

210+49

2129 − 17 | 17, 42 − 34, 89

2129 − 19 | 19, 21 − 19, 31

× 37 × 7

37 ×

150+188

2129 − 13 − 82 | 13

212 − 85

2129 | 47

47 × 4

160+28

188

210+ 2129 − 185 = 249 | 43

47 × 7

2129 | 43

160+49

2129

2129 − 207 = 59 | 23

2129 − 185 = 279 | 37

43 × 4

172

× 37

43 × 9

212

23 × 9

37 ×

180+27

150

43 × 9

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Downarrow$

$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

$\Downarrow$

$\angle BKD = 90^\circ - \angle KDC = 45^\circ$

$\Downarrow$

$BK = BD = BF$

$BK = BF$
CB – высота $\Rightarrow CF = CK = 2r = 34$ ← а)

б) $AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} CD$

$BD = BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{33}$

$\Downarrow$

$AC = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{33}+16)$

$AK = AD - KD = AC - \sqrt{2}\, BF = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{33}+16) - \sqrt{33}\cdot\sqrt{2} =$

$= \frac{(16-\sqrt{33})}{2}\sqrt{2}$

т. косинусов для $\triangle AKF$

$AF^2 = AK^2 + KF^2 + 2AKFF\cos 45^\circ = \left(\frac{16-\sqrt{33}}{2}\right)^2 + 4\cdot 33 +$

$(-\cos(135^\circ))$

$+ 2(16-\sqrt{33})\sqrt{33} =$

$= \frac{256}{2} - 16\sqrt{33} + \frac{\sqrt{33}}{2} + 4\cdot 33 + 2\cdot 16\sqrt{33} - 2\cdot 33 =$

☑ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)