МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

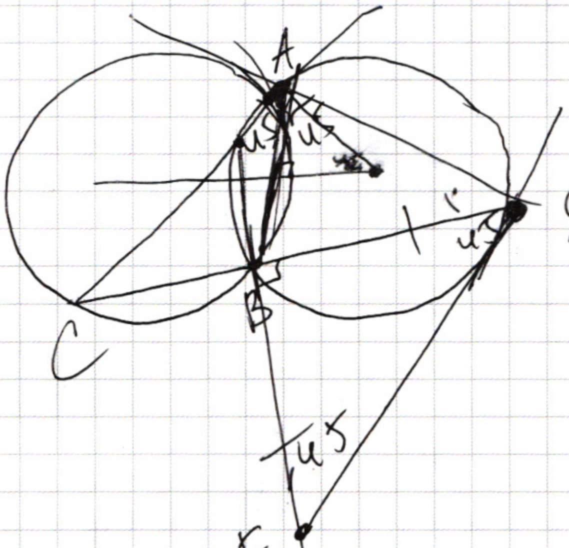
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

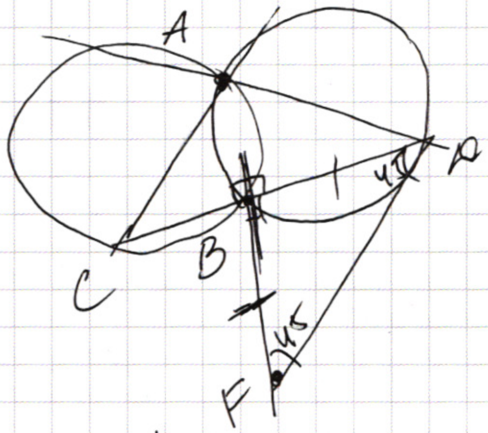
   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

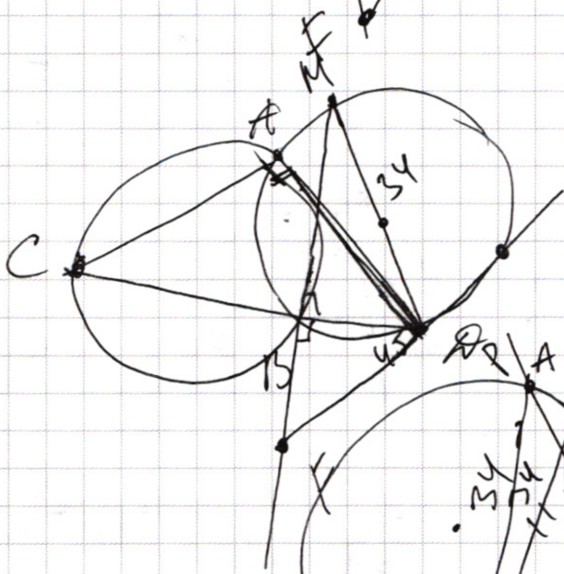
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

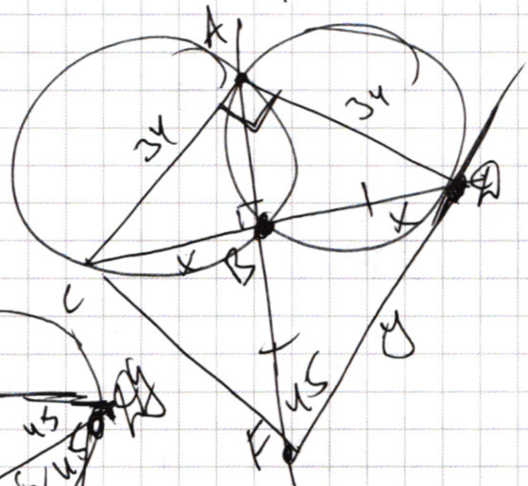
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

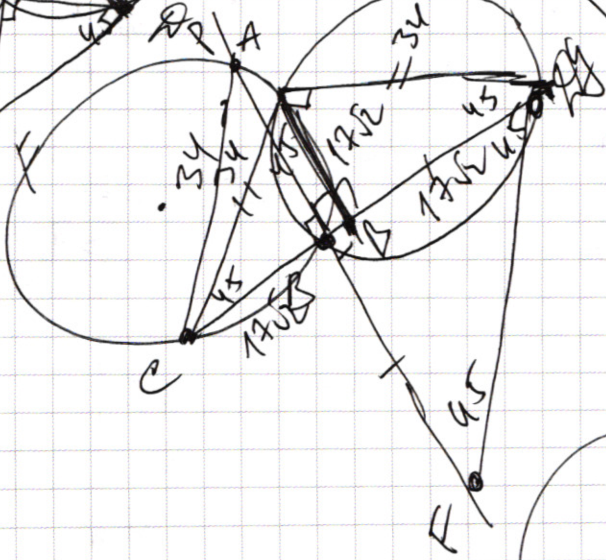
Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

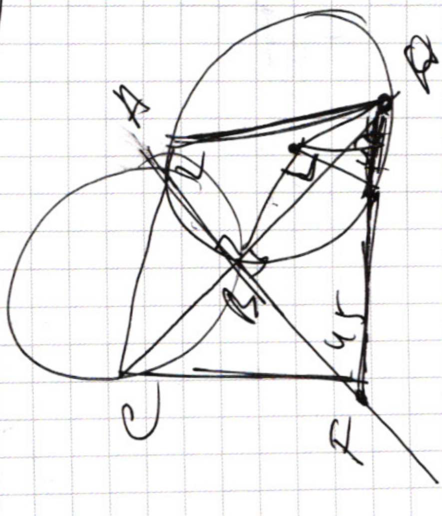












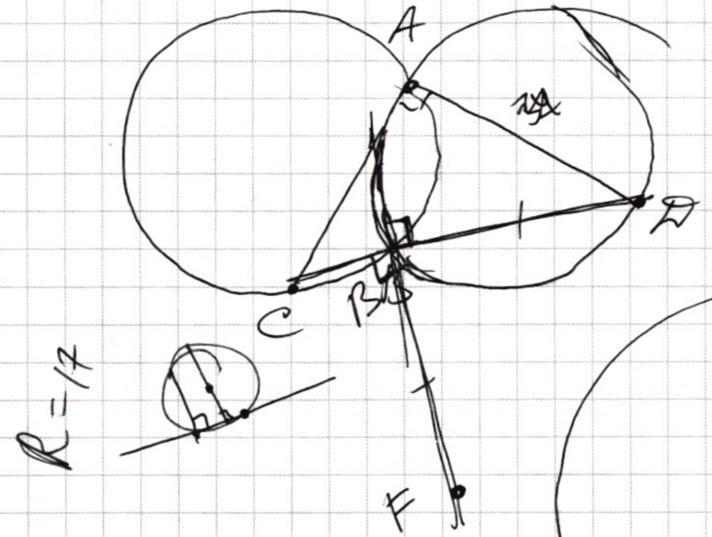
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

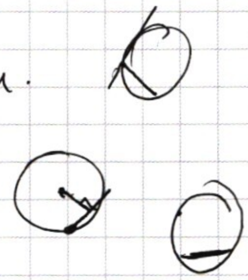
$R=17$

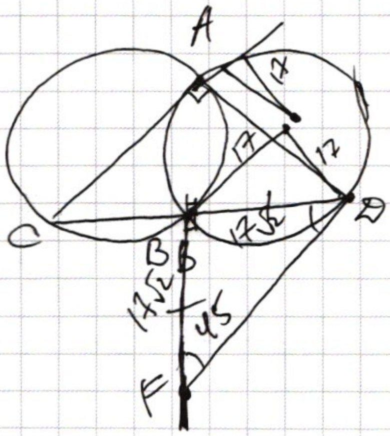
$\angle CAD = 90^\circ$

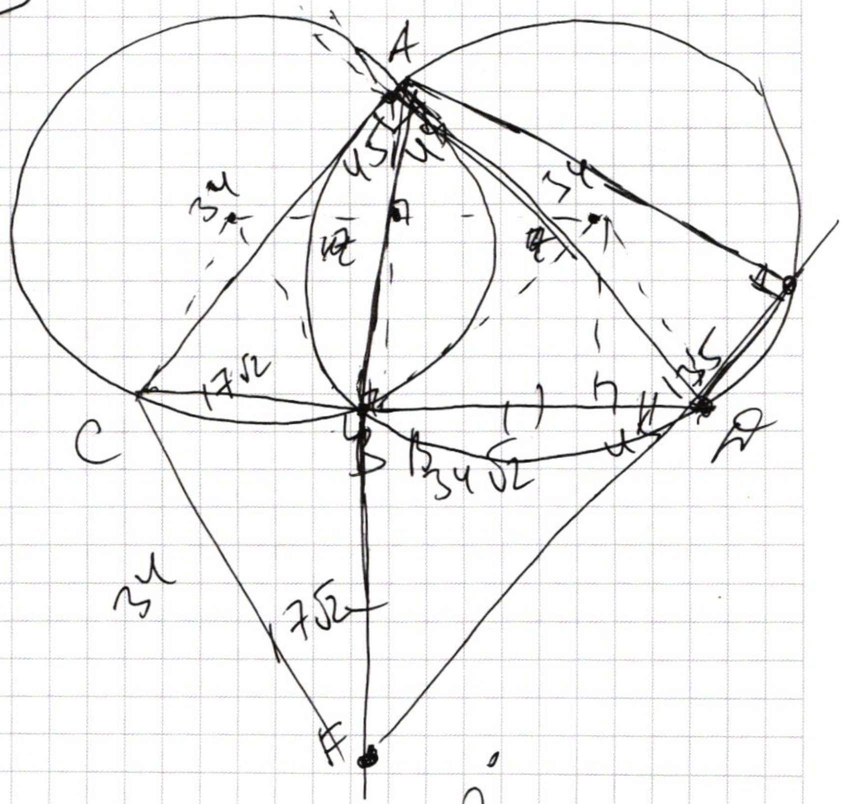
AD – диам.

$CF = ?$

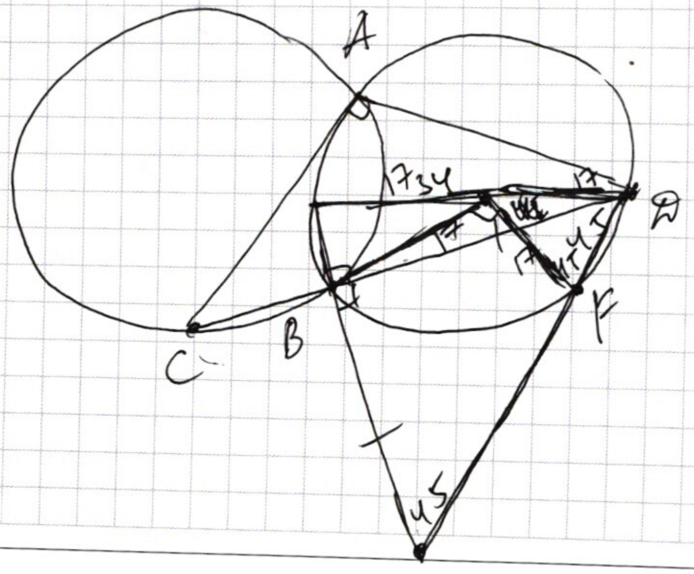








$\angle BF = 90^\circ$



$x=4$ $\quad y>p \quad y \le p \quad y-0$
$x=5$ $\quad y>3^5+4\cdot 3^{28}$
$x=6$
$x=7$
$x=8$
$x=9$
$x=10$
$x=11$
$x=12$
$x=13$
$x=14$
$x=15$

2 - 1.

⋮

$x=31 \quad y>p \quad y\le p \quad y-0$

$y > 3^5+4\cdot 3^{28}$

$y \le 83 + 3^{28}\cdot 5 - 5$

$3^{28}\cdot 5 - 5 + 83 - 3^5 \cdot 4 \cdot 3^{28} =$

$= 3^{28} + 88 - 243$

$= 3^{28} - 155.$

83

$83 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4\cdot 3^{28}$

$S = 3^{28}(x-4) + 3(31-x - 3^{x-1})$

$S(5) = 3^{28} + 3\cdot(26 - 3^4$

$S(6) = 2\cdot 3^{28} + 3(25 - 3^5)$

⋮

$S(30) = 26\cdot 3^{28}\cdot 26 + 3(1-3^{29})$

$3(26-81) =$

$= 3\cdot 55 =$

$=$

$81 \cdot 3 = 243$

$243 - 88 = 155$

$126 - 81 = 55$

$55 \cdot 3 = 165$

$165 + 88 = 253$

$263^{28} - 3^{30} \cdot =$

$30 - 4 = 26$

$S \quad \sum_{i=5}^{30} S(i) = 3^{28}\cdot(1+2+3+\ldots+26) + 3(26+25+\ldots+1 -$

$-(3^4+3^5+\ldots+3^{29}) =$

$=$

$3^{28}(x-4+3^{x-28}) = 3^{28}(1+2+3+\ldots+26+3^2+3+3^{-1}+\ldots+3^{-23})$

$S = 3^{-23}\left(\frac{3^{263}-1}{2}\right) = 4.$

$27 \cdot 13 = 81 + 27 = 351$

$351 \cdot 3 = 1053$

$3^{28}\left(351 + \frac{9}{2} - \frac{1}{2\cdot 3^{23}}\right) + 3\cdot 351 =$

$= 3^{28}(355{,}5) - \frac{3^5}{2} + 1053$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$R = \sqrt{a}$

"++": $2x+16=16$

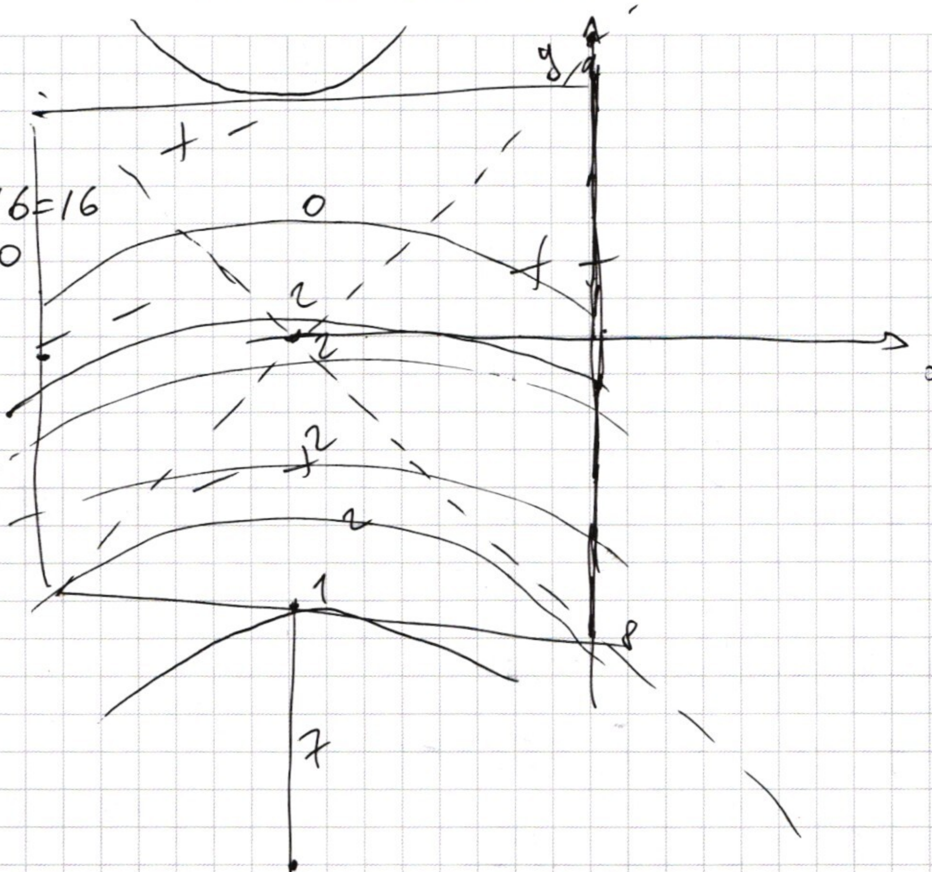
$x=0$

"−−":

$-2x = 32$

$x=-16$

$a = 49$



$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27}-1)x \end{cases}$$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 4\cdot 3^{28} + 9$

$93 = 3\cdot 31$

$y \le 3(31 + 3^{27}x - x)$ $\quad x<0$ $\quad 4\cdot 3^{28} + \frac{1}{3}$

$x<0$ – реш. нет.

$x=0$:

$4\cdot 3^{28}+1$

$93 + 3^{28} - 3$

$4\cdot 3^{28}+1 \underset{>}{\vee} 93 + 3^{28} - 3$

$4 + \frac{1}{3^{28}} \underset{>}{\vee} \frac{93}{3^{28}} - \frac{3}{3^{27}} + 1$

$4\cdot 3^{28} \le 3^x + 4\cdot 3^{28} = 93 + 3(3^{27}-1)x$

$3^{28}(3^{x-28}+4) = 3^{28}\left(\frac{31}{3^{27}} + x - \frac{1}{3^{27}}x\right)$

$4 < 3^{x-28} + 4 = \frac{1}{3^{27}}(31-x) + x.$ $\quad x=3$ нет

$3^{-24} + 4 = 3^{-27}(27) + 4.$ $\quad x=4$: ✓

$1 + 4 = \frac{1}{3^{26}} + 28$ $\quad x=28$:

$3^3 + 4 = 0 + 31$ $\quad x \in [4;31].$ $\quad x=31$ ✓

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{D}{4} = (2(x-1))^2$

$y = -x-2 \pm (2x-2) = x-4; -3x$

1) $y = -3x$

$\left(-\frac{x^{7}}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x \cdot 9x^2)}$ $\qquad \ln 3x \cdot (\ln x^7 - \ln 3x) =$

$= \ln x \cdot 2\ln(9x^3)$

$\parallel$

$\ln x^2 \ln 9x^3$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$

$\log_x\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = \log_x x^{2\ln(9x^3)}$

$6\ln 3x - \ln 3x \log_x 3 = 2\ln(9x^3)$

$\ln 3^6 x^6 - \ln 3^4 x^6 - \ln 3x \log_x 3 = 0$

$\ln 9 - \ln 3x \log_x 3 = 0.$

ОДЗ:

$-\frac{x^2}{y} > 0$

$y < 0$

$x > 0$

$\frac{\log_3 9}{\log_3 e} - \frac{\log_3 3x}{\log_3 e} \cdot \frac{\log_3 3}{\log_3 x} = 0$

$2\ln 3 - \ln 3 \cdot \log_x 3x$ $\qquad (x^2 - 8x + 16)x =$

$\ln 3(2 - \log_x 3x) = 0.$ $\qquad = x^3 - 8x^2 + 16$

2) $y = x-4.$ $\qquad$ ОДЗ: $x > 0$ $\qquad x > 0$

$y < 0.$ $\qquad x - 4 < 0$

$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln((x-4)^2 x)}$ $\qquad 0 < x < 4$

$\ln(4-x)(7 - \log_x(4-x)) = 2\ln((x-4)^2 x)$

$\ln(4-x)$ $\qquad = 2(\ln x + 2\ln(x-4)) = 2\ln x + 4\ln(4-x)$

$\ln(4-x)(7 - \log_x(4-x) - 4) = 2\ln x$

$\frac{\log_x(4-x)}{\log_x e}(7 - \log_x(4-x) - 4) = \frac{\log_x x^2}{\log_x e}$

$\times \frac{169}{64}$ $\quad 15,8$ $\quad 285$ $\quad 64$ $\quad 167$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$64827 : 9 = 7203$, $\quad 7203 : 3 = 2401$

$27 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7^4$

$2401 : 7 = 343$

$49 \cdot 49 = 2401$

33377771.
93777711.

$\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{6} + \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{2} =$

$32 \cdot 35 = 1120$

$35(8+24) = 35 \cdot 32 =$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$

$2\cos 5x\cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt2\cos 4x = 0.$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt2(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$

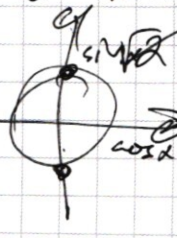
$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt2(\cos 2x - \sin 2x)) = 0.$

$\cos 2x + \sin 2x = 0$ или $2\cos 5x + \sqrt2\cos 2x - \sqrt2\sin 2x = 0$

$\sqrt2\left(\frac{1}{\sqrt2}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt2}\sin 2x\right) = 0$ $\quad \sqrt2\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0.$

$\sqrt2\left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0.$ $\quad \sqrt2\cos 5x + \sqrt2\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$

$\sqrt2\left(\cos 2x\frac{1}{\sqrt2} + \sin 2x \sin\frac{1}{\sqrt2}\right)$ $\quad \cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0.$



$\left[\begin{array}{l}\cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0.\end{array}\right.$ $\quad \sqrt2\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$

$\cos 2\left(\frac{1}{\sqrt2}\cos 2x - \frac{1}{\sqrt2}\sin 2x\right)$

$y^2 + 2xy + x^2$ $\quad y^2 + 2(x+2)y - 3x^2 + 12x = 0$

$\frac{D}{4} = (x+2)^2 \ldots = 4(x+2)^2 - 4(-3x^2 + 12x) = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x =$
$= 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = (2(x-1))^2$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\sum_{i=5}^{30} S(\overset{i}{\cancel{x}}) = 3^{28}\left(351 + 4{,}5 - \frac{1}{2\cdot 3^{23}}\right) + 3\cdot 351 =$$

$$= 3^{28}\cdot 355{,}5 + 1053 - \frac{3^5}{2} = 3^{28}\cdot 355{,}5 + 1053 - \frac{243}{2} =$$

$$= 3^{28}\cdot 355{,}5 + 1053 - 121{,}5 = 3^{28}\cdot 355{,}5 + 931{,}5.$$

Ответ: $3^{28}\cdot 355{,}5 + 931{,}5.$

$\boxed{6}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{7}$ Количество $(x;y) \in \mathbb{Z}$:

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27}-1)x. \end{cases}$$

Замечу, что при $x \le 0$ и $x > 100$ $3^x + 4\cdot 3^{28}$ точно больше, чем $93 + 3(3^{27}-1)x$. => при отрицательных и больших x не найдется ни одного такого y. Попробую найти точки, в которых $93+3(3^{27}-1)x \ge 3^x+4\cdot 3^{28}$. Для этого решу уравнение:

$$3^x + 4\cdot 3^{28} = 93 + 3(3^{27}-1)x.$$

Слева стоит показательная функция (которая выпуклая вниз и монотонно растет), а справа простая линейная функция => это уравнение не может иметь более 2 решений.

Замечу, что при $x=4$ и $x=31$ выполняется равенство. => нужно рассмотреть только $x \in [4;31]$.

$$y \in (3^x + 4\cdot 3^{28}; 93+3(3^{27}-1)x].$$

Количество целых y тогда вычисляется по формуле:

$$S(x) = 93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4\cdot 3^{28} = 3^{28}(x-4) + 3(31 - x - 3^{x-1}) =$$
$$= 3^{28}(x-4-3^{x-28}) + 3(31-x)$$

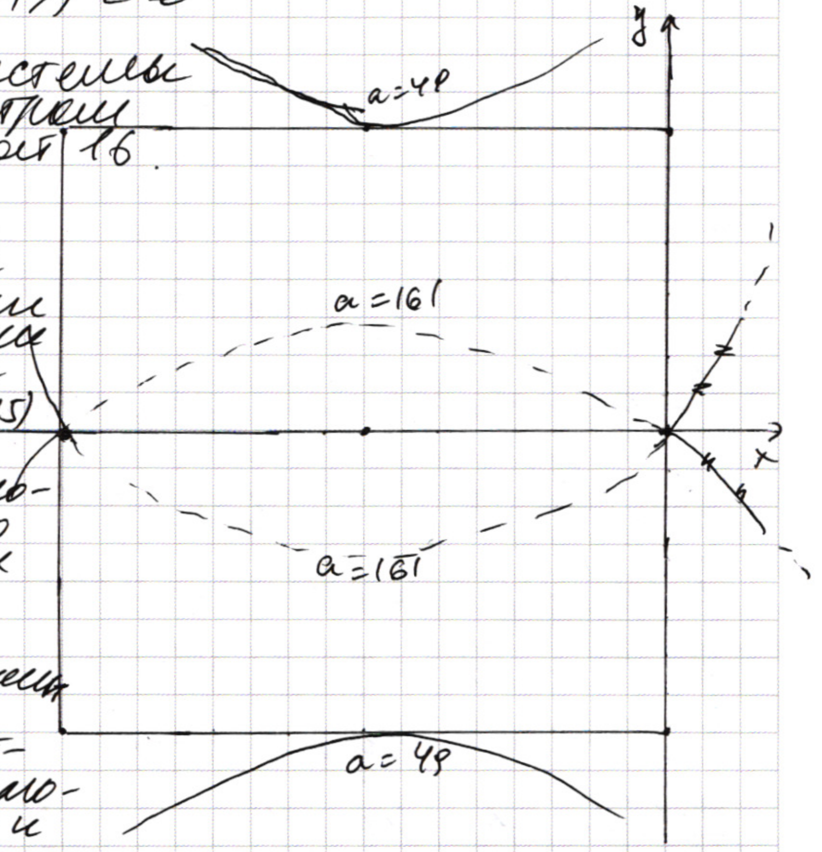
При $x = 4; 31$ эта сумма равна 0. => нет таких $y \in \mathbb{Z}$. => Количество таких пар считается по формуле:

$$\sum_{i=5}^{30} S(i) = 3^{28}(1+2+3+\ldots+26 + 3^{-23} + 3^{-22} + \ldots + 3^2) + 3(26+25+$$
$$+24+\ldots+1)$$

$$(1+2+3+\ldots+26) = \frac{1+26}{2}\cdot 26 = 27\cdot 13 = 351$$

$$(3^{-23}+3^{-22}+\ldots+3^2) = 3^{-23}\left(\frac{3^{26}-1}{2}\right) = \frac{9}{2} - \frac{1}{2\cdot 3^{23}}$$

15 $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$ a: ровно 2 решение



Первое уравнение системы задает квадрат с центром в т. (−8;0) и стороной 16.

Второе же уравнение системы при $a<0$ не имеет решений, а при $a \geq 0$ оно задает 4 точки или 4 окружности с центрами (8;15); (8;−15) (−8;15); (−8;−15) и $R=\sqrt{a}$. Причем эти окружности находятся только в четвертях, в которых лежит их центр.

Т.к. наш квадрат лежит в II и III четвертях, то мы будем рассматривать только окружности с центрами (−8;15) и (−8;−15), ведь окружности с центрами в I и IV четв. могут иметь общие точки с квадратом при $x=0$, но на границе раскрытие модуля не важно с каким знаком раскрывать.

Т.к. рассматриваемые окружности лежат симметрично относительно т. (−8;0), то и имеют равные радиусы => все решения будут парными относительно оси абсцисс. => Окружность с центром в т (−8;15) или (−8;−15) должна иметь 1 общую точку с квадратом.

А это возможно ~~только~~ в случае касания окружностями квадрата. Т.к. стороны квадрата имеют ординату ±8, а центры лежат ±15, то $R=\sqrt{a}=7 \Rightarrow a=49$. При $a<49$ решений нет; а при $49<a<169$ решений 4. При $a=161$ окружности проходят через т (−16;0); (0;0) и имеют соответственно 2 решение. При $a>161$ решений нет.

Ответ: 2 решение при $a=49; 161$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $y = x - 4$.

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln((4-x)^2x)}$$

Логарифмирую по основанию x.

$$\log_x\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = \log_x x^{2\ln((4-x)^2x)}$$

$$\ln(4-x)(7-\log_x(4-x)) = 2(2\ln(4-x)+\ln x)$$

$$\ln(4-x)(7-\log_x(4-x)) = 4\ln(4-x)+2\ln x$$

$$\ln(4-x)(7-\log_x(4-x)-4) = 2\ln x$$

$\frac{\log_x(4-x)}{\log_x e}(3-\log_x(4-x)) = 2\frac{\log_x x}{\log_x e}$, т.к. $\log_x e \neq 0$ домножу.

$\log_x(4-x)(3-\log_x(4-x)) = 2$. Пусть $\log_x(4-x) = t$

$$t(3-t)=2$$

$$3t-t^2=2$$

$$t^2-3t+2=0$$

$\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=1. \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} \log_x(4-x)=2 \\ \log_x(4-x)=1 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} 4-x=x^2 \\ 4-x=x \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x^2+x-4=0 \\ x=2 \Rightarrow y=-2. \end{array}\right.$

$$x^2+x-4=0$$

$$D = 1-4\cdot(-4) = 17.$$

$x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ Замечу, что $\frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0 \Rightarrow$ не уд. ОДЗ.

$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$; $y = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$

Ответ: $(3;-9)$; $(2;-2)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$.

$$\left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi n\\ \frac{3x}{2}-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi n\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l}28x+\pi=4\pi+8\pi n\\ 12x-\pi=4\pi+8\pi n\end{array}\right.;\quad n\in Z.\quad \left[\begin{array}{l}28x=3\pi+8\pi n\\ 12x=5\pi+8\pi n\end{array}\right.\quad n\in Z.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi}{7}n\\ x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}n\end{array}\right.\quad n\in Z.$$

Ответ: $x=\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi}{2}n$; $x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi}{7}n$; $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}n$; $n\in Z$.

$\boxed{3}$ $\begin{cases}\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)}=x^{2\ln(xy^2)}\\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0\end{cases}$ ОДЗ: $\begin{cases}-\frac{x^7}{y}>0\\ -y>0\\ x>0\\ xy^2>0\end{cases}$

Преобразую второе выражение системы.

$y^2+(2x+4)y-3x^2+12x=0.$

По т. Виетта: ОДЗ: $\begin{cases}x>0\\ y<0\end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l}y=-3x\\ y=x-4.\end{array}\right.$$

1) $y=-3x$;

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x}=x^{2\ln(9x^3)}$$

Логарифмирую по основанию x.

$\log_x\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x}=\log_x x^{2\ln(9x^3)}$

$\ln 3x(6-\log_x 3)=2\ln(9x^3)$

$6\ln 3x-2\ln 9x^3-\ln 3x\log_x 3=0.$

$\ln 3^6x^6-\ln 3^4x^6-\ln 3x\log_x 3=0$

$\ln 9=\ln 3x\log_x 3.$

$\ln 9=\frac{\log_3 3x}{\log_3 e}\cdot\frac{\log_3 3}{\log_3 x}$

$2\ln 3=\ln 3\cdot\log_x 3x$, т.к $\ln 3\neq 0$ сокращу.

$2=\log_x 3x$

$x^2=3x\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0 - \text{не уд. ОДЗ.}\\ x=3\Rightarrow y=-9.\end{array}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{1}$ Замечу, что $64827 = 3^3 \cdot 7^4$. Из этих множителей должно состоять число. Замечу, что 7 нельзя объединить ни с 3, ни с 7 т.к получатся 2-х значные числа, а нам нужны цифры. 3 же можно объединить только с 3 и получить 9, но сделать это можно не более, чем один раз. Т.к в каноническом разложении 64827 всего 7 множителей => оставшиеся позиции должны быть заполнены 1. => нужно посчитать количество 8 значных чисел, состоящих из наборов

1) $\{3;3;3;7;7;7;7;1\}$ и 2) $\{3;9;7;7;7;7;1;1\}$

1) Переставить цифры можно $8!$ способами, но т.к 3 и 7 повторяются => нужно разделить на $3!$ и $4!$ => всего перестановок $\frac{8!}{3!4!}$

2) Аналогично с 1) переставить $8!$ способов, но в этом случае повторяются 7 и 1 => нужно разделить на $4!$ и $2!$ => всего $\frac{8!}{4!2!}$

Ответ: $\frac{8!}{3!4!} + \frac{8!}{4!2!} = 1120$.

$\boxed{2}$ $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0.$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0.$$

1) $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0.$

$2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z.$

$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z.$

$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in Z.$

2) $2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$2\cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8})\cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0.$

$$\left[\begin{array}{l} \cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{array}\right.$$

см. продол. на след. стр.