МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Ответ: 280

Кол-во восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827

$b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5 \cdot b_6 \cdot b_7 \cdot b_8 = 64827.$

Разложим 64827 на простые множители:

$64827 : 9 = 7203$; $7203 : 3 = 2401$; $2401 : 7 = 343$; $343 : 7 = 49$

$\Rightarrow 64827 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7^2$

$\boxed{64827 = 3^3 \cdot 7^4}$

Т.к. в разложении 64827 на простые множители есть только 7 цифр, то восьмая цифра ~~при всех~~ числа может быть только 1

~~$b_1\ b_2\ b_3\ b_4\ b_5\ b_6\ b_7\ b_8$~~

~~1 1 1 1 1 1 1 1~~

~~3 3 3 3 3 3 3 3~~

всех всех

(3, 7, 1)

В числе из 8 цифр должно обязательно быть $\boxed{\text{три (~~две~~) — „3", четыре — „7", одна — „1"}}$

Сколько таких чисел?

(1, 7, 3)

1

$N = 8 \cdot$ (сколько способов есть переставить три „3" и четыре „7") $=$

„1" стоит на 8ми местах

Выбираем из 7 мест 4, остальные заполняем тройками

~~кол-во способов переставить „3", „3", „3", „7"~~

~~В каждой три, сте ... о 3х местах могут стоять одна из двух цифр~~

$$N = 8 \cdot C_7^4 = 8 \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 280$$

выбираем 4 места из 7, остальные заполняем

№2

$$\underbrace{\cos 7x + \cos 3x}_{\downarrow} + \underbrace{\sin 7x - \sin 3x}_{\downarrow} + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$$

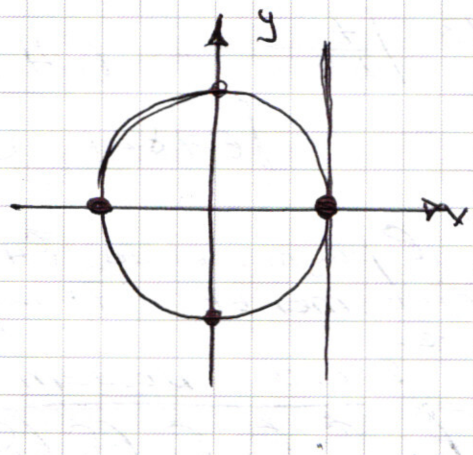
$$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x\,(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\,(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2\cos 5x\,(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\,(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)\,\big(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)\big) = 0$$

(1) $\cos 2x + \sin 2x = 0.$



~~$\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ ...~~

$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$2x + \frac{\pi}{4} = \pi k \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}}, \ k \in \mathbb{Z}$

(2) $\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0.$

~~$\sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}(\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)) = 0$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0.}$

$$\sqrt{2}\cos 5x + \cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$2\cos\left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

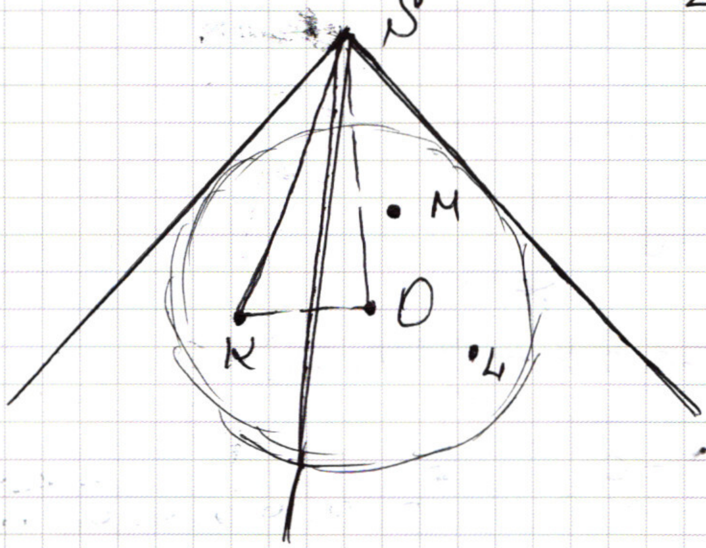
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, \ k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, \ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$; $\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$; $k \in \mathbb{Z}$

№4.

$\angle KSO - ?$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

Ответ:
(2; −2)
(3; −9)
$\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$

(1) $\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

ОДЗ: $\begin{cases} -y>0 \\ xy^2>0 \\ -\frac{x^7}{y}>0 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y<0 \\ xy^2>0 \text{ (верно)} \\ \frac{x^7}{y}<0 \text{ (верно)} \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ y<0 \end{cases}$

Прологарифмируем обе части уравнения:

$$\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\ln(-y)\left(\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)\right) = 2\ln(xy^2)\ln x$$

$$\ln(-y)(7\ln x - \ln(-y)) = 2(\ln x + 2\ln(-y))\ln x$$

Пусть (замена): $\underbrace{\ln(-y)=a, \ln x = b}$

$a(7b-a) = 2(b+2a)b$

$7ab - a^2 = 2b^2 + 4ab$

$2b^2 - 3ab + a^2 = 0$

$2b^2 - 2ab - ab + a^2 = 0$

$2b(b-a) - a(b-a) = 0$

$(b-a)(2b-a)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=2b \end{array}\right.$

Обратная замена:

$$\left[\begin{array}{l} \ln(-y) = \ln(x) \\ \ln(-y) = 2\ln(x) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -y = x \\ -y = x^2 \end{array}\right.$$

(2) $y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$$y^2 + y(2x+4) + (12x - 3x^2) = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(12x - 3x^2) = 4x^2 + 16x + 16 -$$

$$- 48x + 12x^2 = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= 16(x-1)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{-(2x+4) \pm 4(x-1)}{2} = -(x+2) \pm 2(x-1) =$$

$$= \left[\begin{array}{l} y_1 = -x - 2 + 2x - 2 = x - 4 \\ y_2 = -x \cancel{-2} - 2x \cancel{+2} = -3x \end{array}\right.$$

Тогда исходная система принимает вид:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -y \\ x^2 = -y \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x = y + 4 \\ 3x = -y \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -y \\ x = y + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -y \\ 3x = -y \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 = -y \\ x = y + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 = -y \\ 3x = -y \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -y \\ -y = y + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -y \\ 3(-y) = -y \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + x - 4 = 0 \\ x = y + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ 3x = -y \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -y \\ 2y + 4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -y \\ 2y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = y + 4 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -3x \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \notin ОДЗ \; (2) \\ \begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} y = -3x \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \to y = 0 \notin ОДЗ \\ x = 3 \to y = -9 \end{array}\right. \end{cases} (4) \end{array}\right.$$

(3) $\begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 + x - 4 = 0. \end{cases}$

$D = 1 + 16 = 17$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}; \in ОДЗ$

$y = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$

Ответ на пред. стр.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

N5.

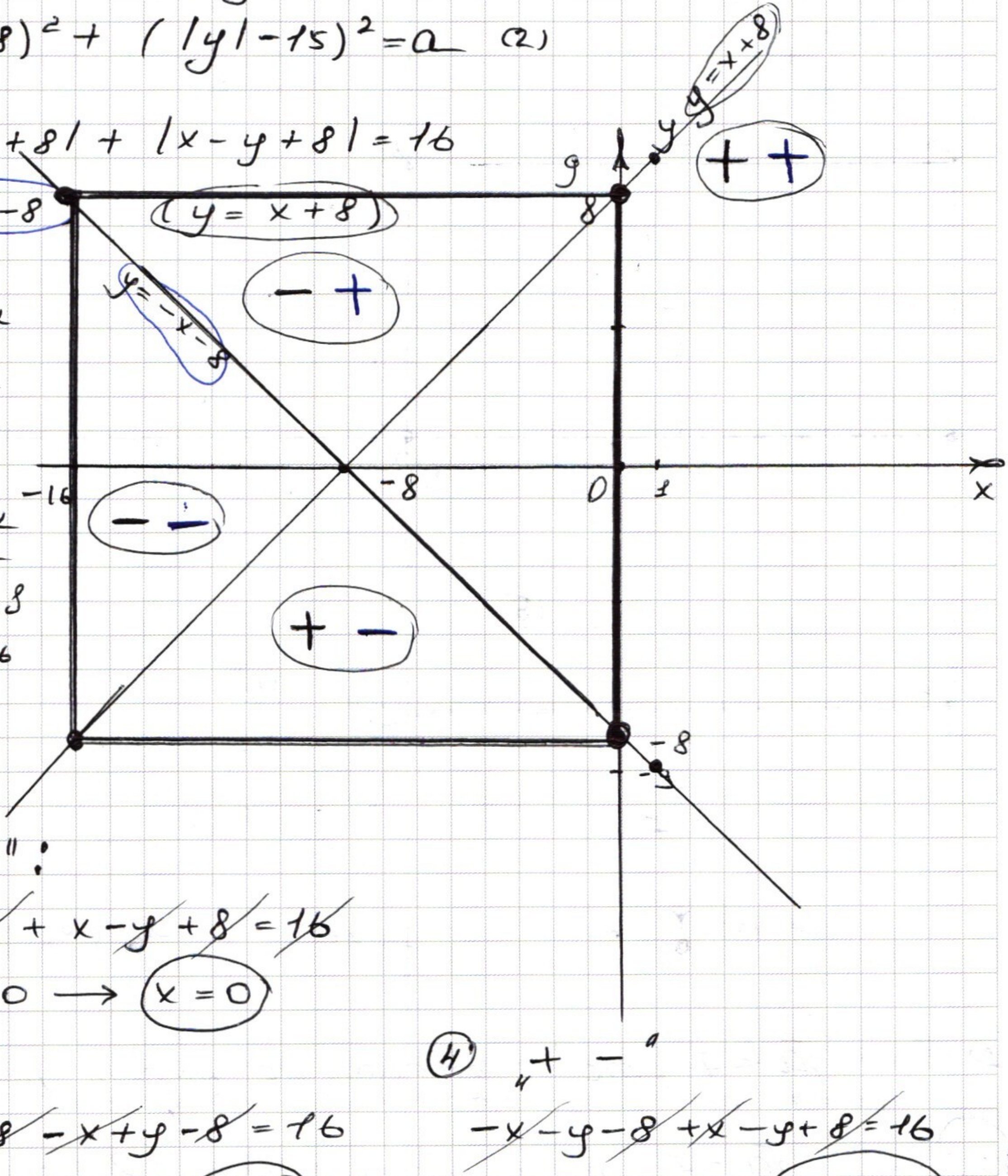
a – ? (2 решения)

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 & (1) \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a & (2) \end{cases}$$

(1) $|x+y+8|+|x-y+8|=16$

$y=-x-8$ $\quad$ $y=x+8$

Первый знак на рисунке отвечает за второй модуль, второй знак на рисунке — за первый модуль



① „++":

$x+\cancel{y}+\cancel{8}+x-\cancel{y}+\cancel{8}=\cancel{16}$

$2x=0 \rightarrow x=0$

② „–+"

$\cancel{x}+y+\cancel{8}-\cancel{x}+y-\cancel{8}=16$

$2y=16 \rightarrow y=8$

③ „––"

$-x-\cancel{y}-8-x+\cancel{y}-8=16$

$-2x=32 \Rightarrow x=-16$

④ „+–"

$-\cancel{x}-y-\cancel{8}+\cancel{x}-y+\cancel{8}=16$

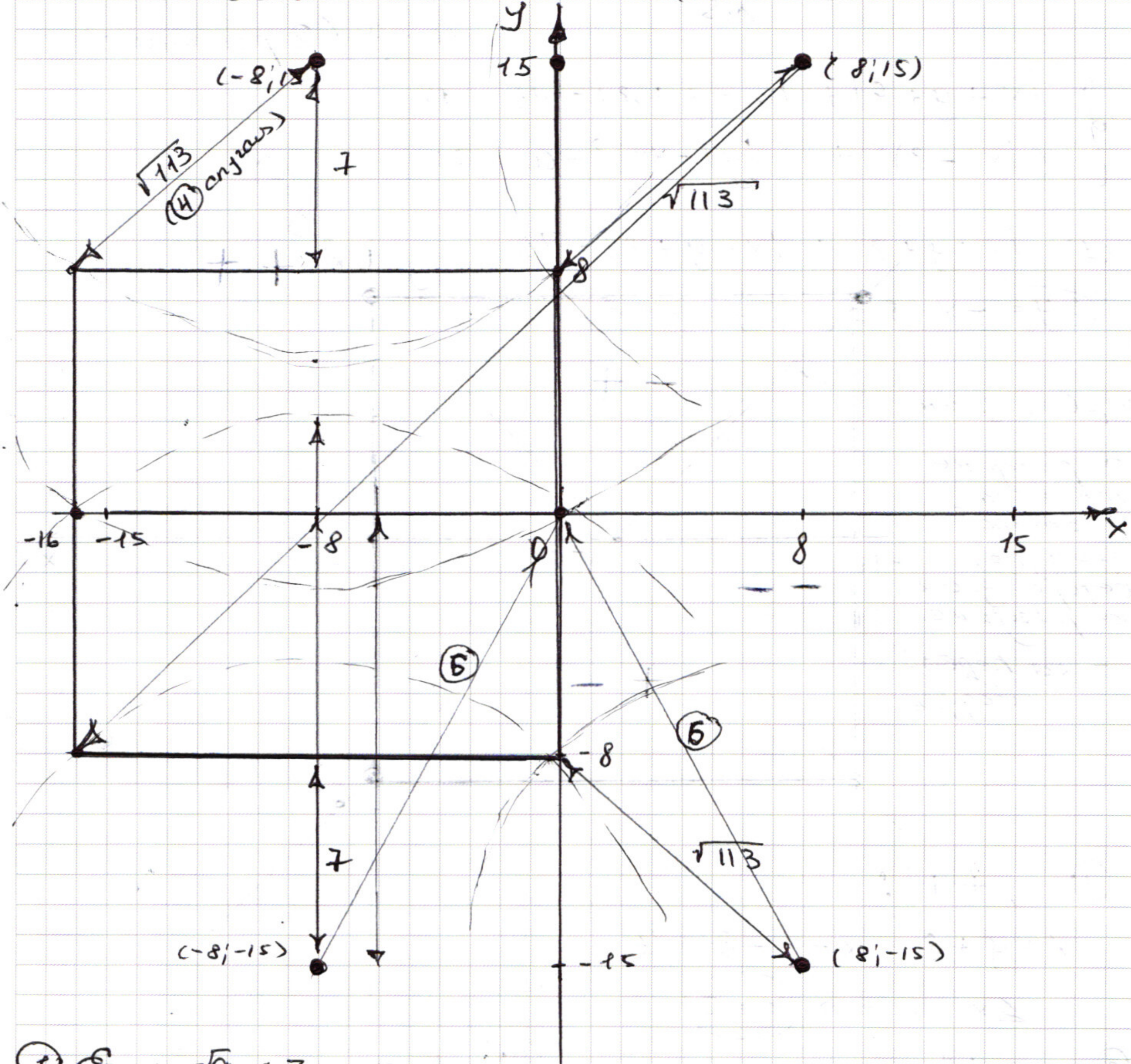
$-2y=16 \rightarrow y=-8$

Получили квадрат со стороной 16 и центром в (·) $(-8;0)$

(2) $(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a$

— четыре окружности с радиусом $\boxed{R=\sqrt{a}}$!

(1) ω_1: (·) $(8;15)$, ω_2: (·) $(-8;15)$ } координаты центров
ω_3: (·) $(8;-15)$; ω_4: (·) $(-8;-15)$



(1) Если $\sqrt{a}<7$, то система не имеет реш.
(нет ни одного касания квадрата)

(2) Если $\sqrt{a}=7$, то система имеет (2) решения
(2 касания окр. с центрами $(-8;15)$ и $(-8;-15)$)

(3) при $7<\sqrt{a}<\sqrt{113}$ система имеет (4) решения

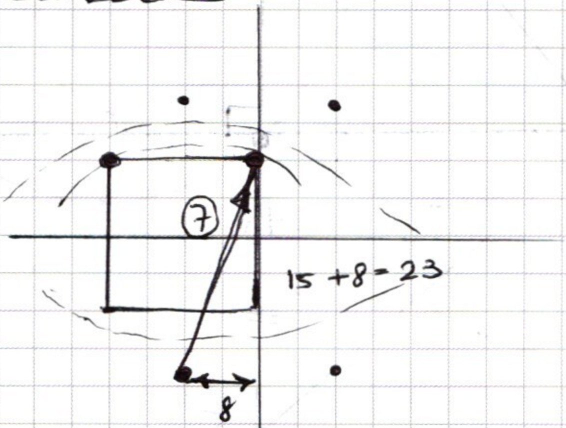
(4) при $\sqrt{a}=\sqrt{113}$ система имеет (4) решения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Далее система будет иметь (≥ 4) до

6) при $R=\sqrt{225+64}$ — 4 решения

7) Рассмотрим случай, когда две "левые" окружности проходят через две вершины квадрата каждая!



$R=\sqrt{a}=\sqrt{64+23^2}$

В этот момент система имеет больше 4^x решения.

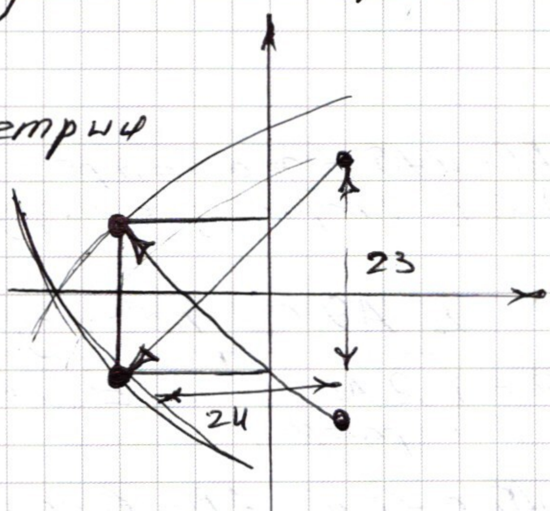
при $R>\sqrt{64+23^2}$ две левые окружности больше не будут пересекать квадрат!

8) Остаются только две правые!

Проследим, когда они обе будут пересекать квадрат ровно в двух точках при

$R>\sqrt{64+23^2}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждая в силу симметрии должна пройти через 1 вершину квадрата:



$R=\sqrt{a}=\sqrt{23^2+24^2}$,

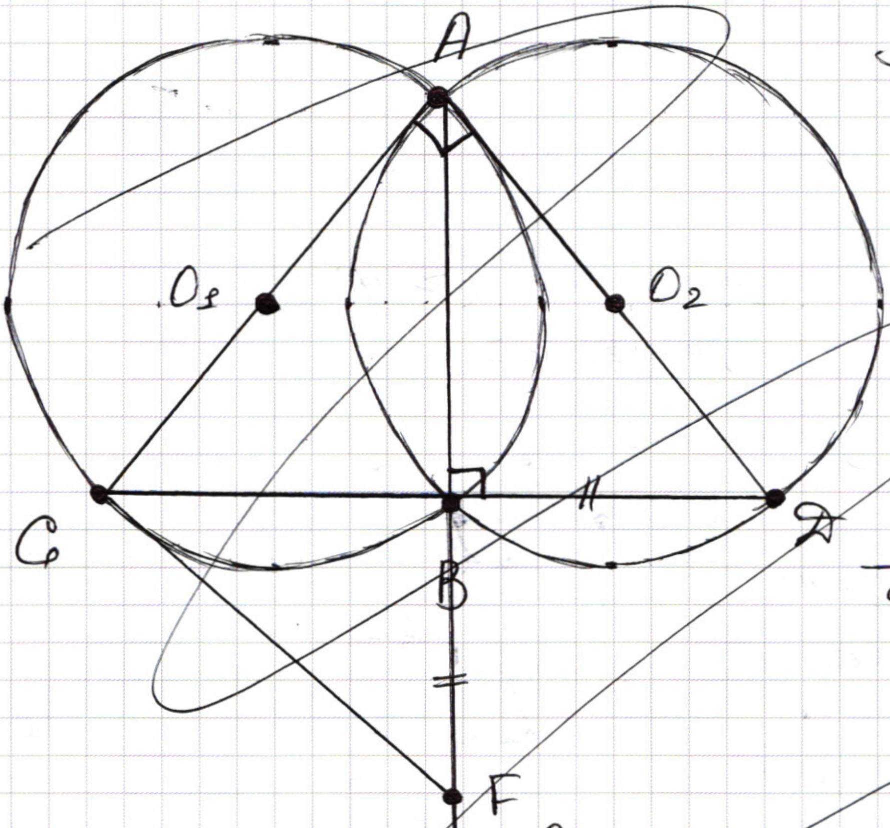
при $R>\sqrt{23^2+24^2}$ решения не будет.

$R=\sqrt{a}=\sqrt{1095}$

$a=1095$.

Ответ: при $a\in\{7;1095\}$

№6.

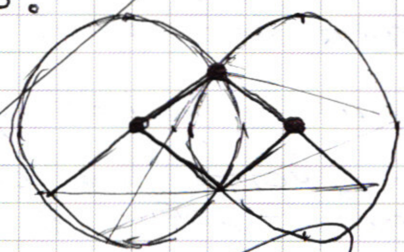


Дано:
две окр; $R = 17$
$\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$
(·) $C \in \omega_1$
(·) $D \in \omega_2$
(·) $B \in CD$
$\angle CAD = 90^\circ$
$l \perp CD$
(·) $B \in l$, (·) $F \in l$
$BF = BD$

а) ~~OD~~? CF − ?
б) $BC = 16$; S_{ACF} − ?

Решение:

① Докажем, что отрезки AC и AD проходят через центры окружностей:
Т.к. радиусы ок



! Т.к. AC и AD − диаметры окружностей, то (·) $A \in l$ (перпендикуляру к CD, проход. через (·)B)

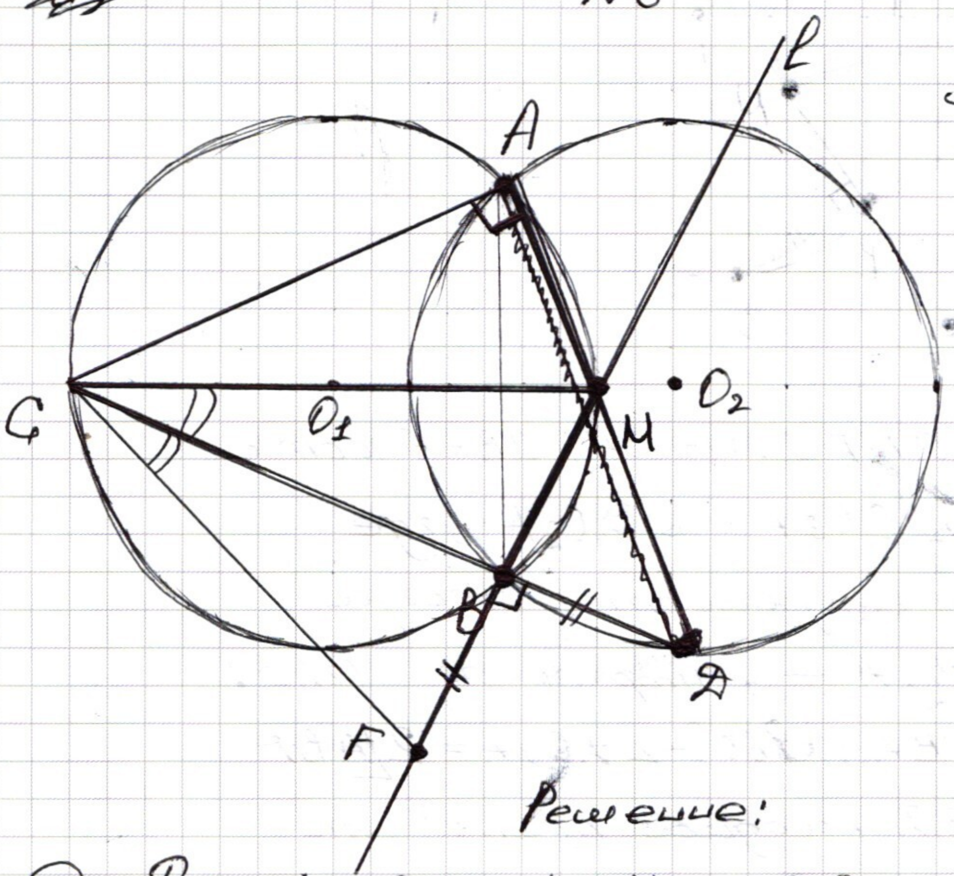
---

② Т.о. $\triangle ADC$ − прямоугольный и $AC = AD = 2R \Rightarrow$
$\Rightarrow CD = \sqrt{2AC^2}$ (по т. Пифагора) $= \sqrt{2(2R)^2} = 2\sqrt{2}R.$

Т.к $\triangle ADC$ − р/б, AB − высота в нем, то AB − медиана
$\Rightarrow CB = BD = \frac{CD}{2} = R\sqrt{2} \Rightarrow BD = BF = CB = R\sqrt{2}$, тогда
$CF = \sqrt{2} \cdot BC = 2R$ (по т. Пифагора в $\triangle CBF$) $\Rightarrow CF = 2R = 34$ Ответ: а) 34

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

№6



Дано:
две окр., $R=17$
$\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$
(.) $C \in \omega_1$
(.) $D \in \omega_2$
(.) $B \in CD$
$\angle CAD = 90°$
$l \perp CD$
(.) $B \in l$, (.) $F \in l$
$BF = FD$

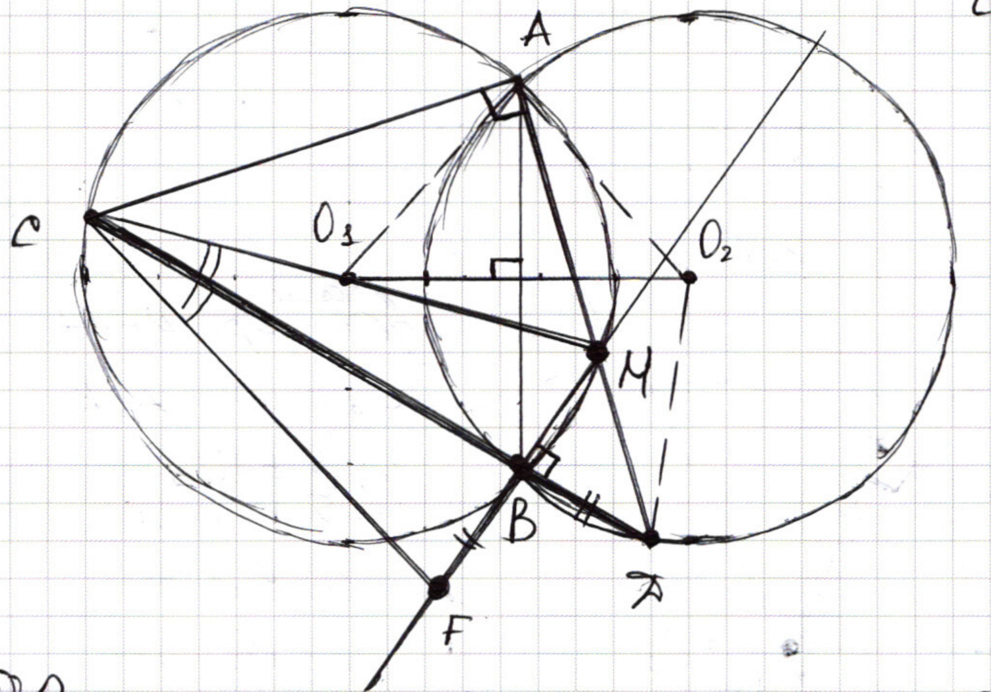
а) CF — ?
б) $BC = 16$; S_{ACF} — ?

Решение:

① Т.к. $\angle CBX_1 = \angle CAX_2 = 90°$ (по усл), где (.) X_1 и (.) X_2 — точки пересечения с окр. ω_1 соответственно прямых AX_2 и BX_1 =>
=> CX_1 и CX_2 — диаметры ω_1 =>
точки X_1 и X_2 совпадают: (.) X_1 = (.) X_2 = (.) M,
тогда (.) $O_1 \in CM$, где (.) O_1 — центр ω_1

а)

$CM = 17 \cdot 2 = 34$
$(2R)$



① Рассмотрим $\triangle CMF$: $CM = 34$; CB - высота

② Рассмотрим $\triangle CO_1A$ и $\triangle DO_2A$, где O_1 и O_2 — центры окружностей, тогда $\angle CO_1A$ и $\angle DO_2A$ — центральные углы:

$\angle CO_1A = 2\angle CBA$; $360° - \angle DO_2A = 2\angle ABA$

Т.к. точки A, B, D на одной прямой, то

$\angle CBA + \angle ABD = 180° \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle CO_1A = 2\angle CBA \\ 360° - \angle DO_2A = 2(180° - \angle CBA) = 360° - 2\angle CBA \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle CO_1A = \angle DO_2A$.

$CO_1 = AO_1 = DO_2 = AO_2 = R = 17$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CO_1A = \triangle DO_2A \Rightarrow AC = AD \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\triangle CAD$ − р/б $\Rightarrow \angle CDA = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle MBD$ − р/б $\Rightarrow MB = BD = BF \Rightarrow$

$\Rightarrow CM$ — медиана $\triangle CMF$ и высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CMF$ — р/б $\Rightarrow CM = CF = 34$ Ответ: а) 34 б) $BC=16$; $S_{ACF}-?$

$S_{ACF}=\frac{1}{2}AC\cdot CF\cdot \sin\angle ACF$;

$1156-256=900$; $34\cdot 34=1156$; $16\cdot 16=256$; $1156+256=1412$

① Рассмотрим $\triangle CBF$: $\angle CBF=90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow BF=\sqrt{CF^2-BC^2}=\sqrt{34^2-16^2}=\cancel{\sqrt{1412}}$

$=\sqrt{900}=30 \Rightarrow$

$\Rightarrow BF=BD=BM=30 \Rightarrow$

$23\cdot 23=529$; $23\cdot 17=391$

$\Rightarrow CD=CB+BD=16+30=46$, тогда

по т. Пифагора в $\triangle CAD$: $2AC^2=\cancel{\sqrt{}}\ CD^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{AC=\frac{\cancel{2}\cdot CD}{\sqrt{2}}=\frac{46}{\sqrt{2}}}=\frac{46\cdot\sqrt{2}}{2}=23\sqrt{2}$

② в $\triangle CMB$: $\sin\angle BCM=\frac{MB}{CM}=\frac{30}{34}=\frac{15}{17}\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACF=\frac{\pi}{4}+\arcsin\frac{15}{17}$

Тогда $S_{ACF}=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 23\sqrt{2}\cdot \overset{17}{\cancel{34}}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+\arcsin\frac{15}{17}\right)\right)=$

$=391\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\left(\arcsin\frac{15}{17}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{15}{17}\right)\Big)=$

$=391\cdot\cancel{\frac{2}{2}}\left(\frac{15}{17}+\cos\left(\arcsin\frac{15}{17}\right)\right)$

$\sin\alpha=\frac{15}{17}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{8}{17}\left(\frac{\sqrt{17^2-15^2}}{17}=\frac{\sqrt{(17-15)(17+15)}}{17}=\frac{\sqrt{64}}{17}\right)$

$S_{ACF}=391\cdot\cancel{\frac{2}{2}}\left(\frac{15}{17}+\frac{8}{17}\right)=391\cdot\frac{23}{17}=23\cdot\cancel{17}\cdot\frac{23}{\cancel{17}}=23^2=$

$=529$

Ответ: 529

№7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) = 2\cos 5x \cdot \cos 2x$

$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x+2x) - \sin(5x-2x) =$

$= \cancel{2\sin 5x \cdot \cos 2x}\ 2\sin 2x \cdot \cos 5x$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

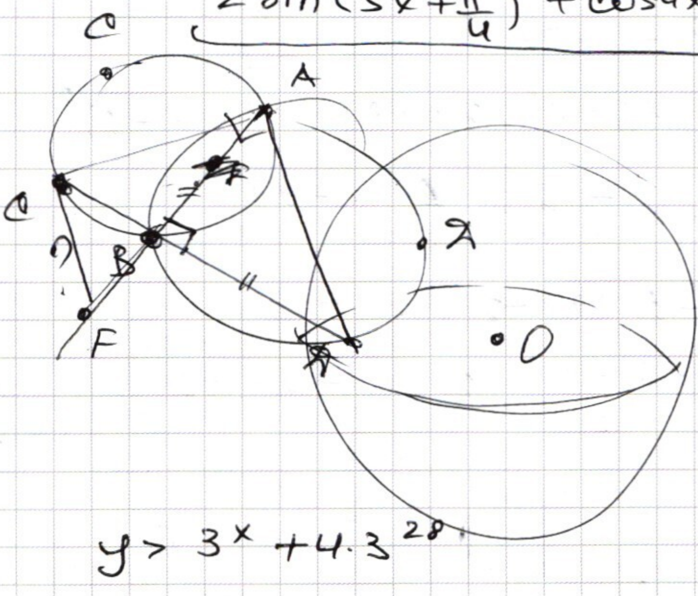
$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 5x \cdot \cos 2x + \sqrt{2}(2\cos^2 2x - 1) = 0$

$2\cos 2x(\cos 5x + \sin 5x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

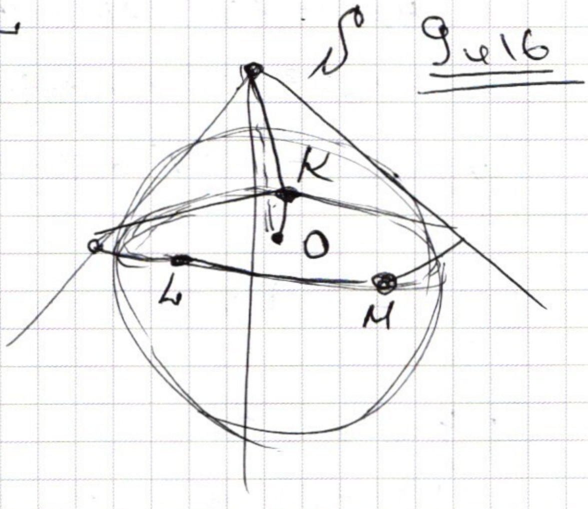
$2\sqrt{2}(\sin(5x + \frac{\pi}{4})) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\sin(5x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

$64 + 49 = 113$



9 и 16



$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$

$y \le 93 + 3(3^{27} - 1)x$

$\begin{cases} y \le 93 + 3^{28}x - 3x \\ y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \end{cases}$

$23 \times 23 = 529$

$24 \times 24 = 576$

$576 + 529 = 1095$

35×35: 175, 105

$1095 : 5 = 219$

$219 : 3 = 73$

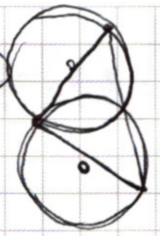
35

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \quad (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

2401



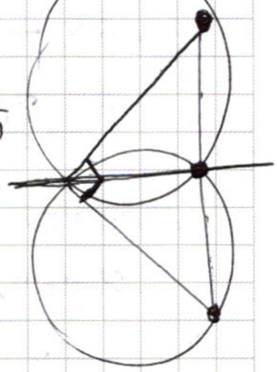
$$\ln(-y)\left(\ln x^7-\ln(-y)\right)=\left(2\ln x+4\ln(-y)\right)\cdot \ln x$$

(1) $\ln(-y)\log_x\left(-\frac{x^7}{y}\right)=2\ln(xy^2)\log_x x$

$$\ln(-y)\log_x\left(\frac{-x^7}{y}\right)=2\left(\ln x+2\ln(-y)\right)$$

$\cancel{\ln(-y)\left(\log_x\left(\frac{-x^7}{y}\right)\right)}$

$$\begin{array}{r|l} 2401 & 7 \\ -21 & \overline{34} \\ 30 & \\ -28 & \end{array}$$



$$y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0$$

$$y^2+y(2x+4)-(3x^2-12x)=0$$

$$D=(2x+4)^2+4(3x^2-12x)=$$

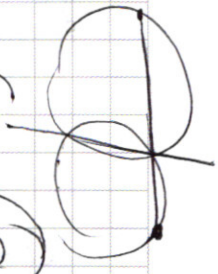
$$=4x^2+16x+16+12x^2-48x=$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -16 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$=16x^2-32x+16=16(x^2-2x+1)=16(x-1)^2$$

$$y_{1,2}=\frac{-2x\pm\sqrt{(16(x-1))^2}}{2}=\frac{-2\pm4(x-1)}{2}=$$

$$=-1\pm2(x-1)=\left[\begin{array}{l} -1+2x-2=2x-3 \\ -1-2x+2=-2x+1 \end{array}\right.$$

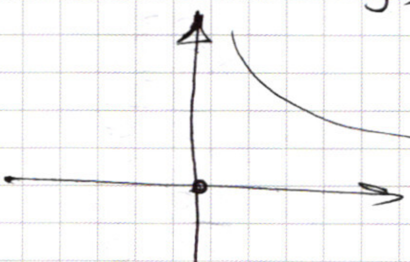


$$\left[\begin{array}{l} y=2x-3 \\ y=-2x+1 \end{array}\right.$$

$(-3)^{-\frac{1}{2}}$ $(-3)^3$ a^x $a>0$

$$\ln(-y)\log_x(-x^7)-\log_x y=2\ln x+4\ln(-y)$$

$\ln(-y)$



$$(-3)^{-\frac{1}{2}}=\cancel{\left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

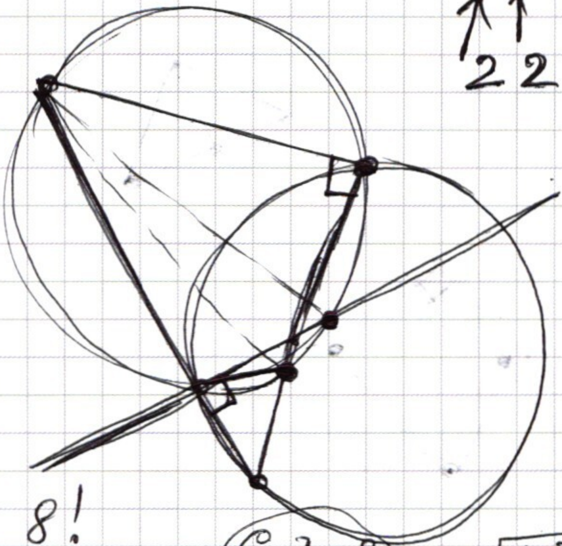
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 3337777

2 2 2 1



$2\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

3

$7\ 3\cdot7\cdot3\cdot7$

7 337377

333777

373377

377373

$C_8^3=\frac{8!}{3!\cdot5!}=\frac{6\cdot7\cdot8}{2\cdot3}$

$\frac{\sqrt{17^2-15^2}}{17}$ = 1234

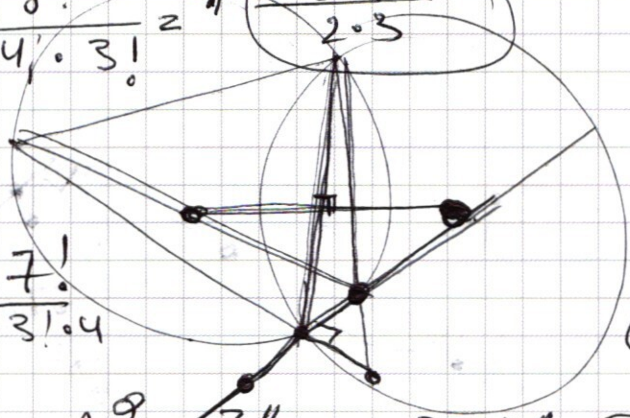
1235

$C_8^4=\frac{8!}{4!\cdot3!}=\frac{5\cdot6\cdot7\cdot8}{2\cdot3}$

$1-\left(\frac{15}{17}\right)^2=$

$=\frac{17^2-15^2}{17^2}$

$\begin{array}{r}17\\+15\\\hline 32\end{array}$



$C_7^3=\frac{7!}{3!\cdot4}$

C_7^4

$(17-15)(17+15)=2(32)=64$ $\frac{8}{17}$

9 "7" "3" 3"

7 ⊗ 3

333 777

2·2·

7777

333777

337377

337737

337773

377733

373773

377373

377

7 мест.

1345

1245

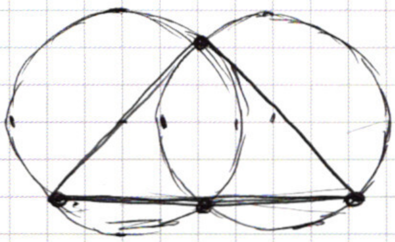
2^7

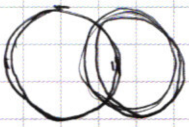
3 "3"

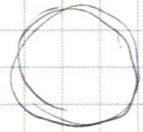
4 "7"

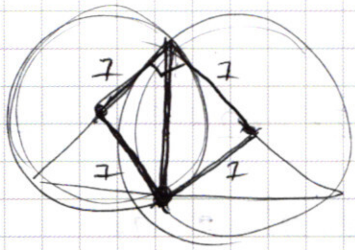
$\boxed{3337777}$

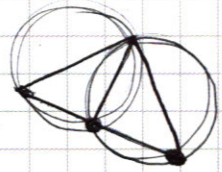
$C_8^3+C_8^4$

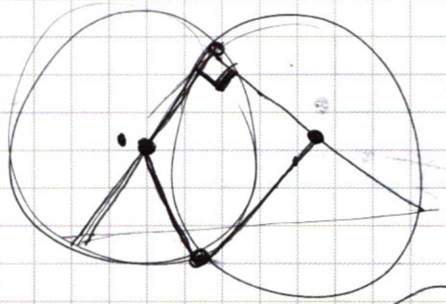


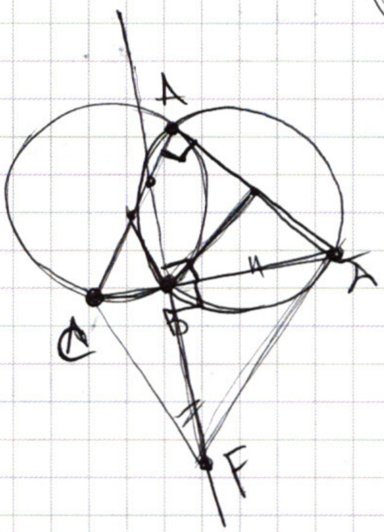


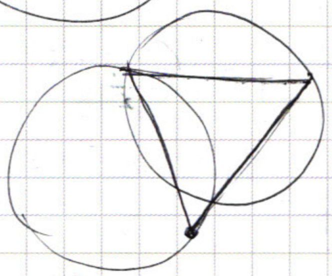


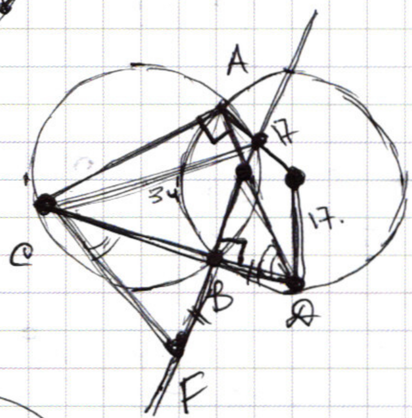


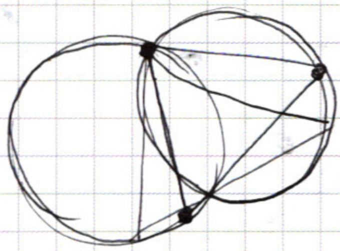


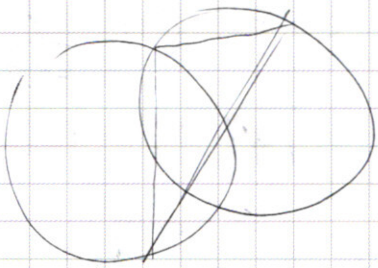


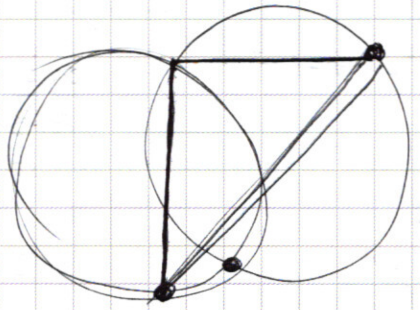












☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)