

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

✓ 

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

✓

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- ✓ + - 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

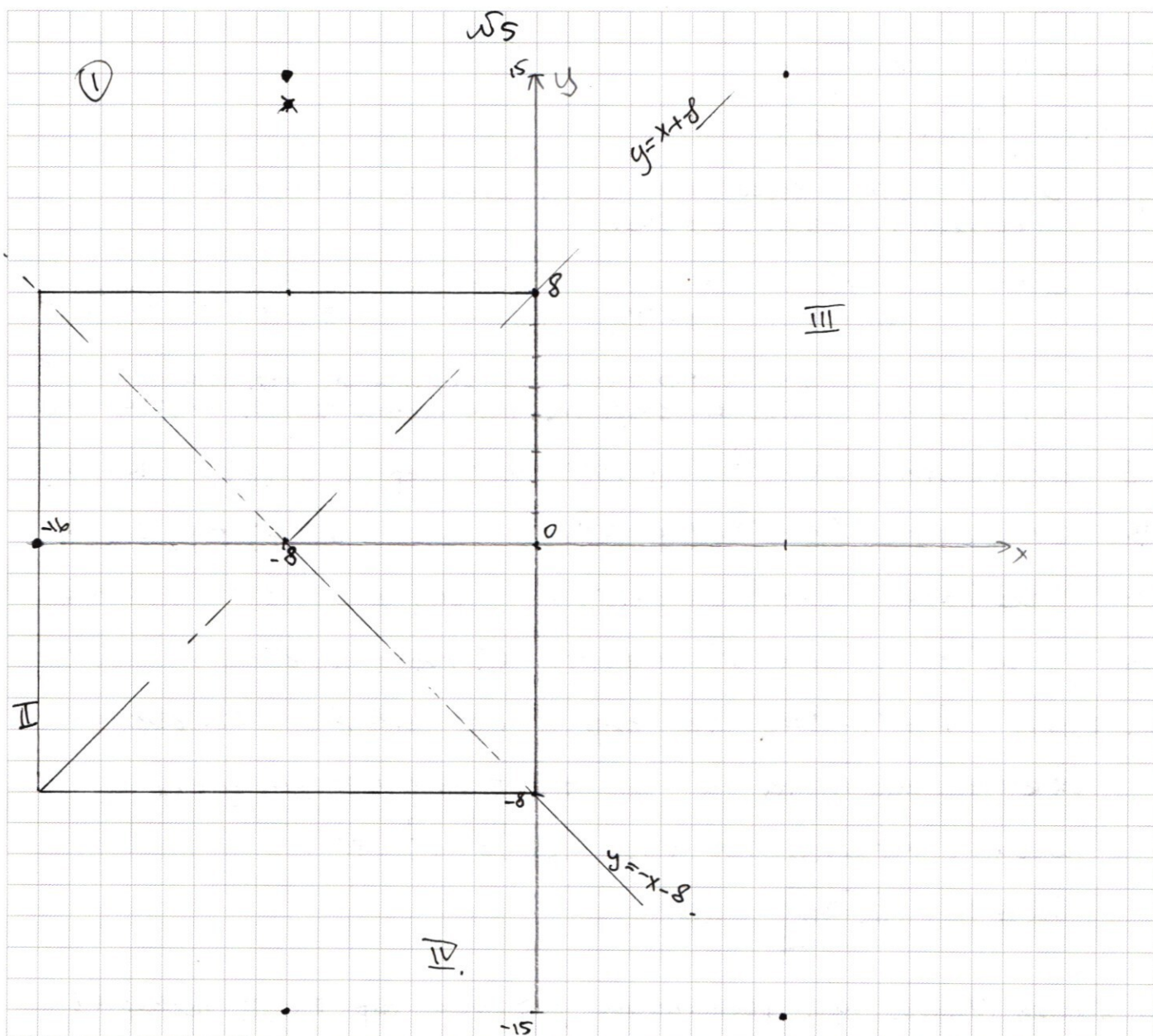
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x+y+8| + |y-x-8| = 16.$$

модули разбивают плоскость на 4 части.

прямые отр. плоскости $y = x+8$ и $y = -x-8$.

$$\text{I: } \begin{cases} y \geq x+8 \\ y \geq -x-8 \end{cases} \quad \begin{aligned} x+y+8 - y+x+8 &= 16 & y &= 8. \end{aligned}$$

$$\text{II: } \begin{cases} y \leq x+8 \\ y \leq -x-8 \end{cases} \quad \begin{aligned} x+y+8 - y+x+8 &= 16 & x &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{III: } y < x + 8$$

$$y \geq -x - 8$$

$$x + y + 8 - x - y - 8 + y - x - 8 = 16$$

$$x = -16$$

$$\text{IV: } y < x + 8 \\ y < -x - 8$$

$$-x - y - 8 - y + x + 8 = 16$$

$$y = -8$$

получается квадрат

$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a.$$

при $a < 0$ это решение пуст множество, т.к. сумма квадратов ≥ 0

при $a = 0$ $|x| = 8$ $x = \pm 8$ $(8; 15)$ $(-8; 15)$
 $|y| = 15$ $y = \pm 15$ $(8; -15)$ $(-8; -15)$, т.е. 4 реш.

при $a > 0$: это окружности или окружности отр. осей координат.

В 1 четверти $(x - 8)^2 + (y - 15)^2 = a$: окр с ц $(8; 15)$ $R = \sqrt{a}$.

Во 2 четверти $(x + 8)^2 + (y - 15)^2 = a$: окр с ц $(-8; 15)$ $R = \sqrt{a}$.

В 3 четверти $(x + 8)^2 + (y + 15)^2 = a$: окр с ц $(-8; -15)$ $R = \sqrt{a}$.

В 4 четверти $(x - 8)^2 + (y + 15)^2 = a$: окр с ц $(8; -15)$ $R = \sqrt{a}$.

I. Если $R = 15 - 8 = 6$, то окр II и III четвертей касаются

вдоль стороны квадрата, а окр I и IV еще нет, т.к. у них

касание происходит при $R = \sqrt{8^2 + 7^2}$, т.е.

$\sqrt{a} = 6$ $a = 36$ подходит

II. Далее при увеличении радиуса окр II и III четвертей

сначала касаются нижней и верхней верхней и

левой стороны квадрата соответственно, т.е. решение

как минимум 4.

III. Так рисунок симметричен относительно оси x , окр II и III

четвертей не будут проходить через точки $(-16; 0)$ $(0; 0)$.

В этом случае $R = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$. При этом радиусе окр I и IV четвертей пересекают стороны квадрата только в точке $(0; 0)$.

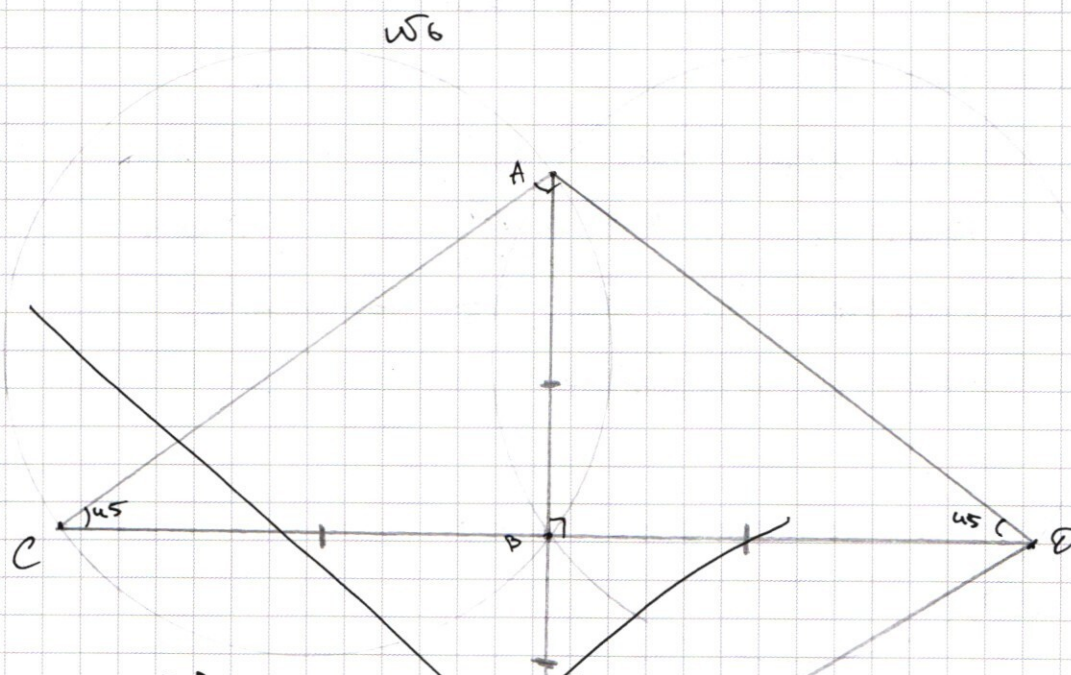
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит $\sigma_a = 17$ $a = 289$ подходит

Далее при увеличении радиуса решений не будет.
потому что "теорема" не будет кас

окр будет сначала касаться сторон квадрата не в
своей четверти, а потом и вовсе перестанет кас-ся.

Отсюда: $a = 36$
 $a = 289$



$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R = 34 \Rightarrow \sin \angle ACB = \frac{AB}{34}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle ADC} = 2R = 34 \Rightarrow \sin \angle ADC = \frac{AB}{34} \Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$$

т.к. $\angle CBA = 90^\circ$ $\angle CAB = 90^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 0^\circ$. $\Rightarrow \angle DAB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow$

$BD = BF = BD = AB = AC \Rightarrow ACFD$ - квадрат, $\Rightarrow CF = AC$.

т.к. $\angle CBA = 90^\circ$ AC - диаметр $\Rightarrow CF = AC = \boxed{34}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$$

I. $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$$\sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}}$$

II. $2\cos 5x = \sqrt{2}\sin 2x - \sqrt{2}\cos 2x$

$$\sqrt{2}\cos 5x = \sin 2x - \cos 2x$$

$$\sqrt{2}\cos 5x = \sqrt{2}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5x = \cos\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} 5x = 2x - \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ 5x = -2x + \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \quad \begin{cases} 3x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \end{cases}, n, k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2): y^2 + 2(x+2)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\text{Решаем } D/y = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = 4(x-1)^2$$

$$y = \frac{-x-2 \pm |2(x-1)|}{1} \quad \text{Т.к модуль раскрывается со всеми знаками его можно опустить.}$$

$$\begin{cases} y = -x-2-2(x-1) \\ y = -x-2+2(x-1) \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x \\ y = x-4 \end{cases}$$

$$1) y = -3x \text{ подст в (1)}$$

$$\left(\frac{x^2}{3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3 + \ln x} = x^{4\ln 3 + 6\ln x} \quad \text{без модуля т.к } x > 0$$

$$x^{6\ln 3 + 6\ln x} \cdot 3^{-\ln 3x} = x^{4\ln 3 + 6\ln x} \quad | : x^{4\ln 3 + 6\ln x} > 0$$

$$x^{2\ln 3 - \ln 3x} = 1 \quad \left| \cdot 3^{\ln 3x} > 0 \right. \quad \frac{x^{2\ln 3}}{3^{\ln 3x}} = 1$$

$$\frac{x^{2\ln 3}}{3^{\ln 3x}} = 3 \quad \text{Проверим помет е.}$$

$$2\ln 3 \cdot \ln x = \ln 3 \cdot \ln 3x \quad 2\ln x = \ln 3x \quad \ln x^2 = \ln 3x$$

$$\text{т.к } \ln \text{ монотонная } \ln \text{ функция } x^2 = 3x$$

$$x(x-3) = 0 \quad x=0 \text{ — не подст} \quad \boxed{x=3} \Rightarrow y = -9.$$

$$2) y = x-4. \text{ Подст в (1)}$$

$$\left(\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(x-x)} = x^{2\ln(x(x-4))}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{matrix} x-4 > 0 & x < 4 & x \in (0; 4) \\ x > 0 & x > 0 & \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^{2\ln(u-x)} \cdot (u-x)^{-\ln(u-x)} = x^{2\ln x + 4\ln(u-x)} \leftarrow \text{без модуля}$$

$$x^{3\ln(u-x) - 2\ln(x)} = (u-x)^{\ln(u-x)} \quad \left. \begin{array}{l} \text{т.к. } x \in (0; 4) \\ \therefore x^{2\ln x + 4\ln(u-x)} > 0 \\ (u-x)^{\ln(u-x)} > 0 \end{array} \right\}$$

Прологарифмируем по e :

$$\left(\underbrace{3\ln(u-x)}_a - \underbrace{2\ln(x)}_b \right) \cdot \ln(x) = \ln^2(u-x)$$

$$(3a - 2b) \cdot b = a^2 \quad \text{или} \quad 3ab - 2b^2 = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$0 = ab^2 - ab^2 = b^2$$

$$a = \frac{3b \pm |b|}{2}$$

т.к. модуль раскрыл,
то будем зн. его можно
уменьшить.

$$\begin{cases} a = 2b & (3) \\ a = b & (4) \end{cases}$$

$$(3): \ln(u-x) = 2 \cdot \ln x$$

$$\ln(u-x) = \ln x^2, \text{ т.к. } \ln \text{ монотонна } u-x = x^2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \text{ не подходит по ОДЗ}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{17}-1}{2}}$$

подходит по ОДЗ

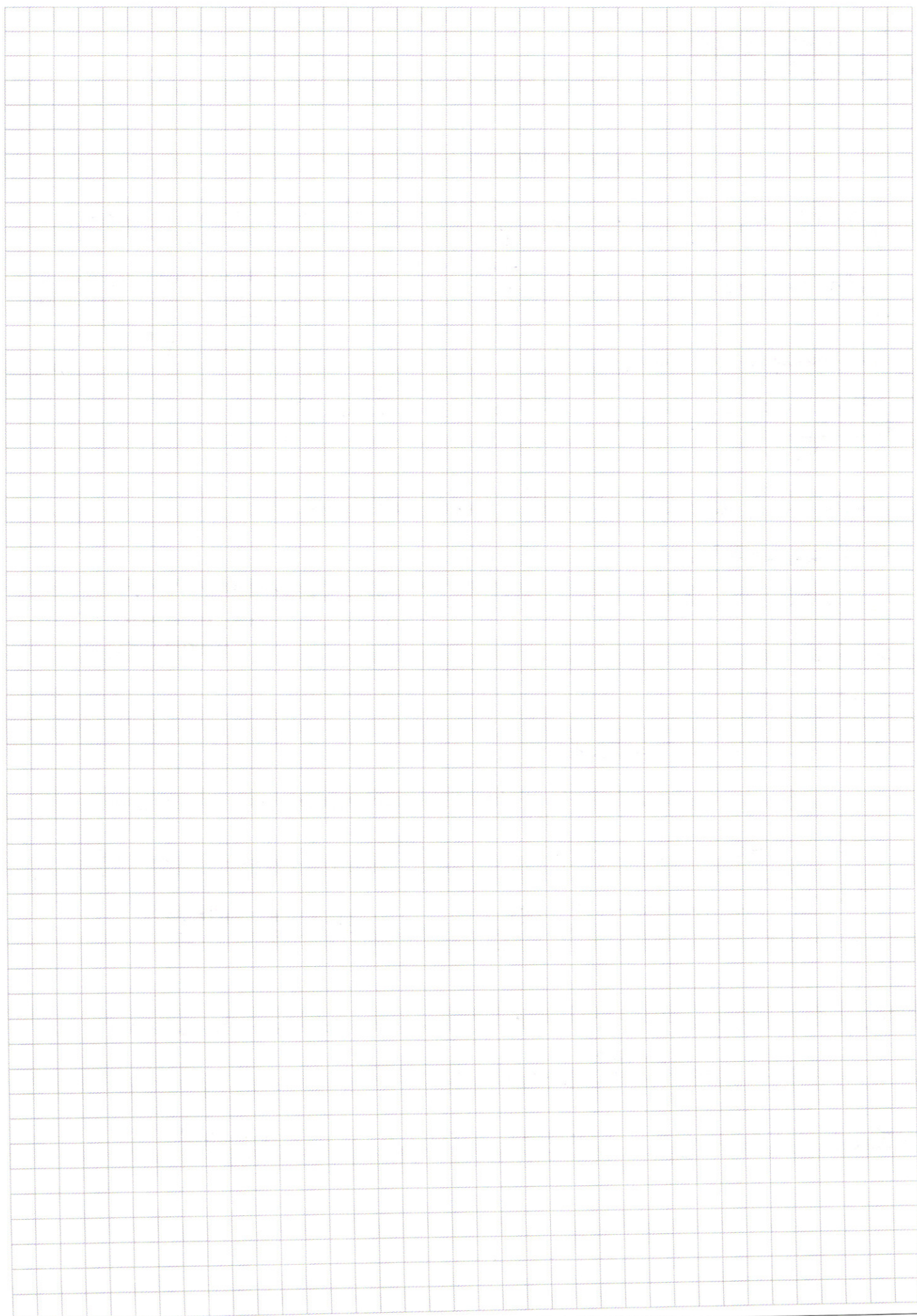
$$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} - \frac{8}{2} = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$$

$$(4): \ln(u-x) = \ln(x), \text{ т.к. } \ln \text{ монотонна } u-x = x$$

$$x = 2 - \text{подх. по ОДЗ} \Rightarrow y = 2 - 4 = -2$$

$$\text{Ответ: } (3; -9) \quad \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2} \right) \quad (2; -2)$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

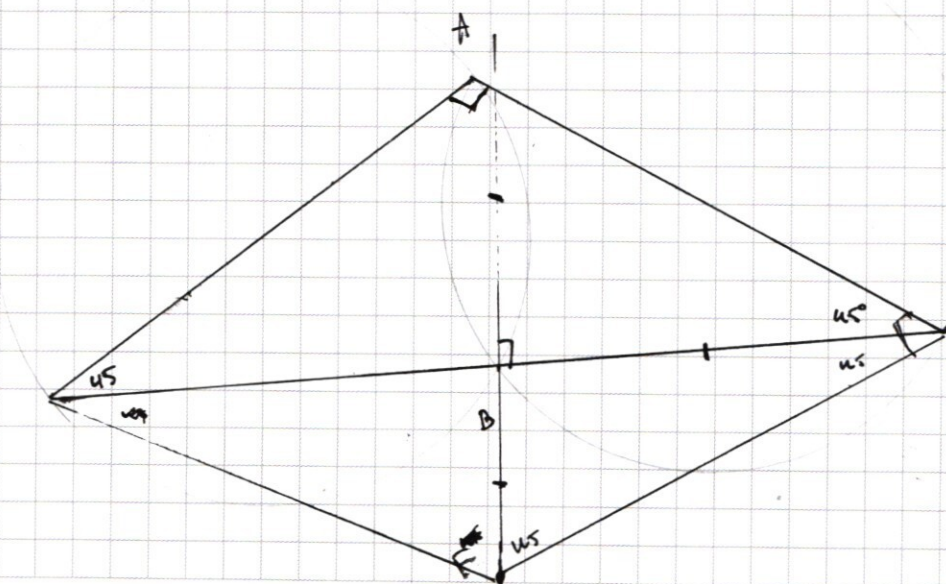
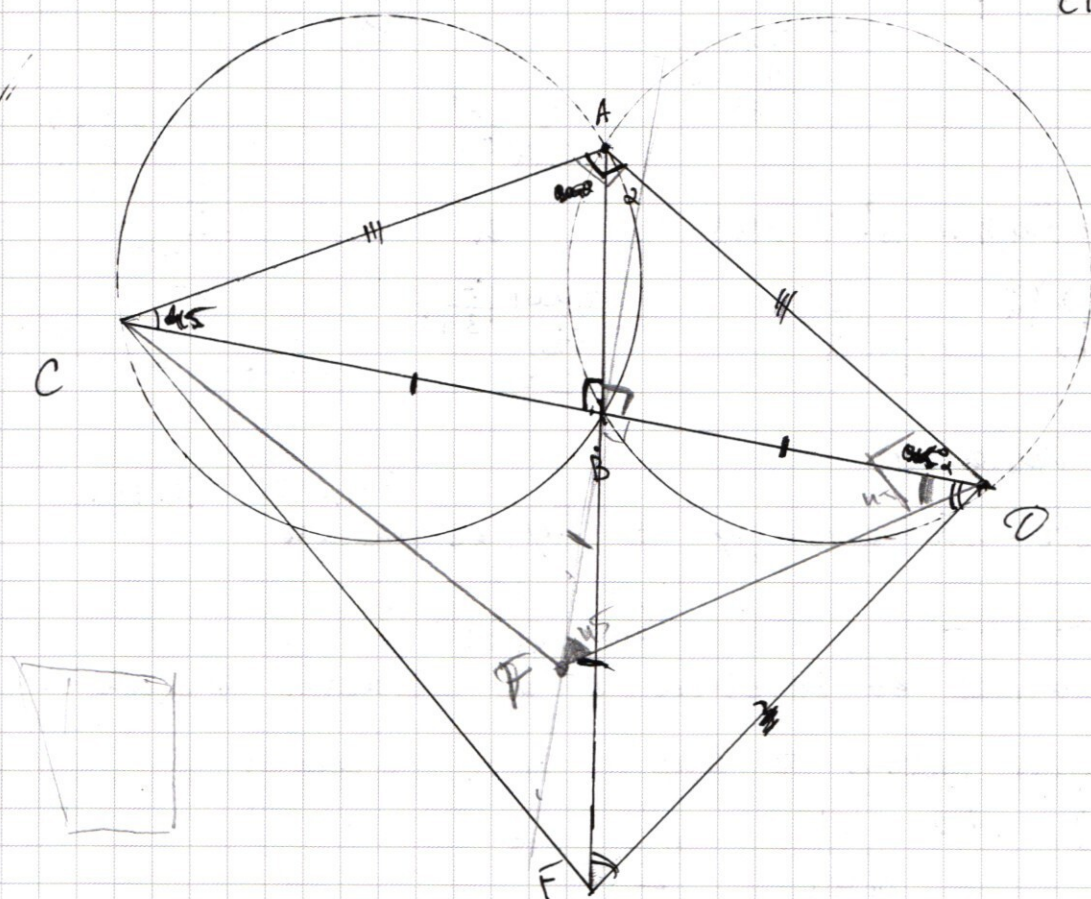
по 7. ссылаясь на р/б.

$CF = ?$

$AB \checkmark$

$AC \checkmark$

$BC \checkmark$



$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{22} - 1)x$$

$$y \leq 31 \cdot 3 + 3^{28}x - 3x$$

$$64827 \div 2$$

$$\begin{array}{r} 64827 \div 27 \\ 54 \quad 2401 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$2401 = 2401$$

$$343 \div 13$$

$$\begin{array}{r} 2401 \div 7 \\ 21 \quad 343 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 19 \\ 19 \quad 17 \\ \hline 153 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64827 \div 27 \\ 54 \quad 2401 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 3^3 \cdot 7 \cdot 343$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 7 \\ 28 \quad 49 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

$$\begin{array}{r} 2401 \div 7 \\ 21 \quad 343 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 21 \end{array}$$

I. если девятки

поставить девятку 8 вар. поставит

$$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

Поставить во девятку 8 вар. остается 7 мест.

Поставить тройку 7 вар, ост. 6 мест

$$C_6^4 = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{2 \ln(3x)} = x^{2 \ln(x \cdot 9x^2)} \quad \text{let } x \rightarrow x \cdot (3x)$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{2 \ln 3x} = x^{2 \ln x + 4 \ln 3x}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{2 \ln 3x} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

1x2=

В.И.

$$2 \ln(9x^2 \cdot x) = 2 \ln(3x) + 2 \ln(x)$$

$$x^{6 \ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)} \cdot x^{\ln(3x)} = x^{4 \ln 3x + 2 \ln x} \quad \text{let } x \rightarrow x$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1)$$

$$y - x - 8$$

$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 0$$

$$y - (x+8)$$

$$y \geq -x - 8$$

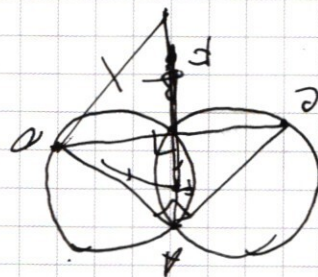
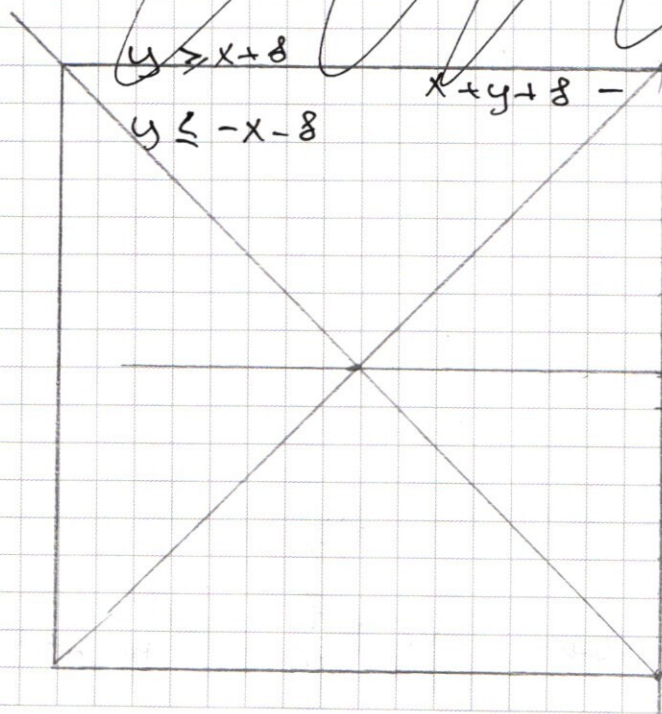
$$(2): y \geq x+8; \quad x+y+8+x-y+8=16 \quad y-x-8$$

$$y \geq -x - 8$$

$$2x=0 \quad x=0$$

$$x+y+8+|y-x-8|$$

$$x+y+8+y$$



$$|x+y+8| + |y-x-8| = 16$$

$$1. \quad y \geq x+8$$

$$y \geq -x-8$$

$$\cancel{x+y+8} + \cancel{y-x-8} = 16$$

$$y = 8$$

$$2. \quad y \geq x+8$$

$$y < -x-8$$

$$\cancel{x+y+8} - \cancel{y-x-8} = 16 \quad x=0$$

$$3. \quad y < x+8$$

$$y \geq -x-8$$

$$\cancel{-x-y-8} + \cancel{y-x-8} = 16$$

$$\cancel{-2x} = -2x - 16 = 16$$

$$x = -16$$

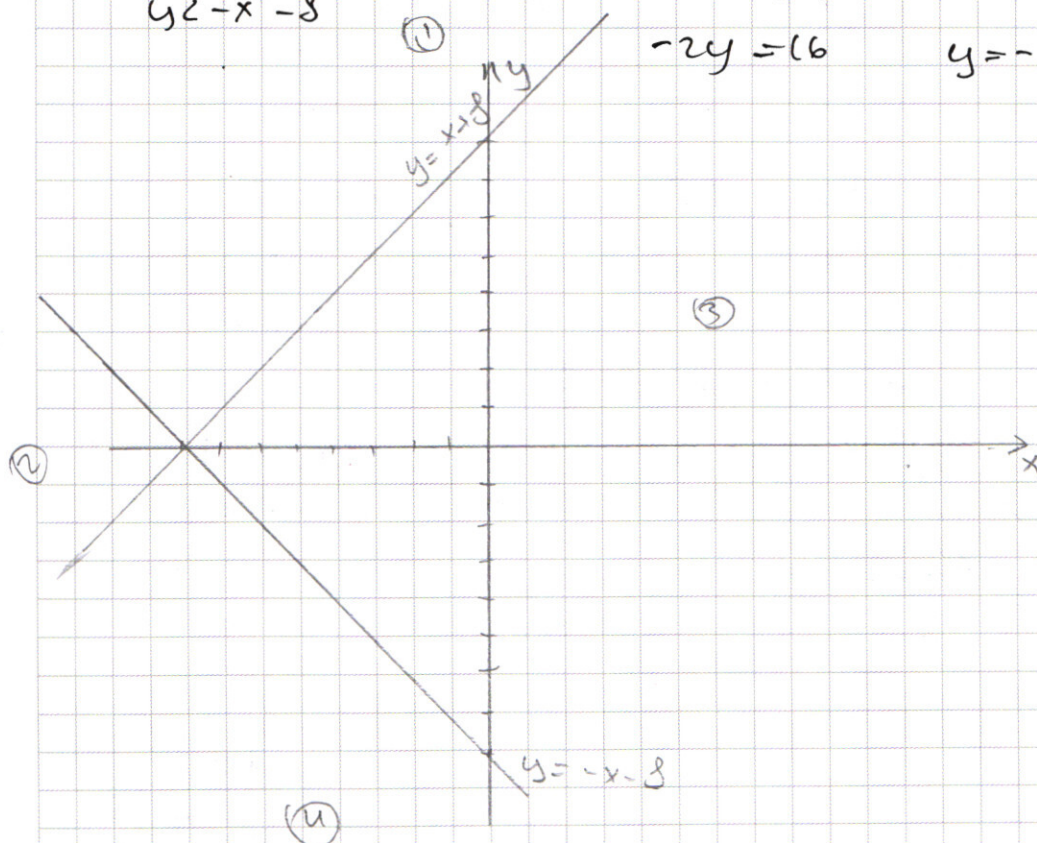
$$4. \quad y < x+8$$

$$y < -x-8$$

$$\cancel{-x-y-8} - \cancel{y-x-8} = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$



$$|y|=15$$

$$|x|=8$$

$$y = \pm 15$$

$$x = \pm 8$$

=

$$\frac{1}{12}x$$

$$x-8$$

$$6x-4y+3z=8+25$$

$$5x+4y=2x+28$$

$$\frac{425}{210}$$

$$\frac{0.561}{0.121}$$

$$AB = 12\sqrt{2}$$

$$\frac{15}{2} = 34$$

$$AC = 34$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

64827 | 9
63 7203 | 3
-18 6
27 -12
 12

TS 343 | 1
 1

64827 = 3 · 7 · 343

2401 | 7
21 343
-30
 -28
 21

343

3 3 3 7 343

343 | 11
~~33~~ 13
 13

343 | 13
~~26~~ 12
 83

34 × 27 = 189

343 × 189
 2987
2744
343
 427

343 | 7
~~28~~ 49
 63

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 749} \\ \underline{78} \\ 63 \end{array}$$

此

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 7x + \sin 2x) = \underline{\underline{\sqrt{2}\cos 4x}} + \sqrt{2}\cos 4x$$

2005x. ~~From~~ (con)

$$\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \sin(3x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos x = 0$$

$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \sin \frac{7x + \frac{D}{4} - 3x + \frac{D}{4}}{2} \cdot \cos \left(\frac{7x + \frac{D}{4} + 3x - \frac{D}{4}}{2} \right) + \cos x = 0$$

$$2\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{5x}{2}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\text{to } 2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$2\cos x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

~~$$\sin 2x + \cos 2x + \cos\left(\frac{n}{2} - 2x\right) =$$~~

$$x > 0 \quad x \in (0, \infty)$$

$h > x$
 $x < h$

$$2 \ln(x(x-a))$$

X =

$$(x-u)u$$

$$\left(\frac{h-x}{t^x} \right) -$$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin^2 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x) + \sqrt{2} \sin 2x (2 \cos 5x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x = \sin 2x - \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x = \sqrt{2} \sin (2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{2\pi}{4} +$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy + 4y$$

$$D/4 = x^2 - 4(-3x)$$

$$y^2 + 2(x+2)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D/4 = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = 4(x-1)^2$$

$$y = -x - 2 \pm 2(x-1)$$

$$y = -x - 2 - 2x + 2$$

$$y = -x - 2 - 2x + 2$$

$$y = -3x$$

$$y = -x - 2 + 2x - 2 = x - 4$$

$$2 \ln x = \ln 3x$$

$$2 \ln 3 \cdot \ln x = \ln 3 \cdot \ln 3x$$

$$2 \ln 3 \cdot \ln x = 3 \ln 3x$$

$$\frac{2 \ln 3 \cdot \ln x}{\ln 3} = 3 \ln x$$

$$x =$$

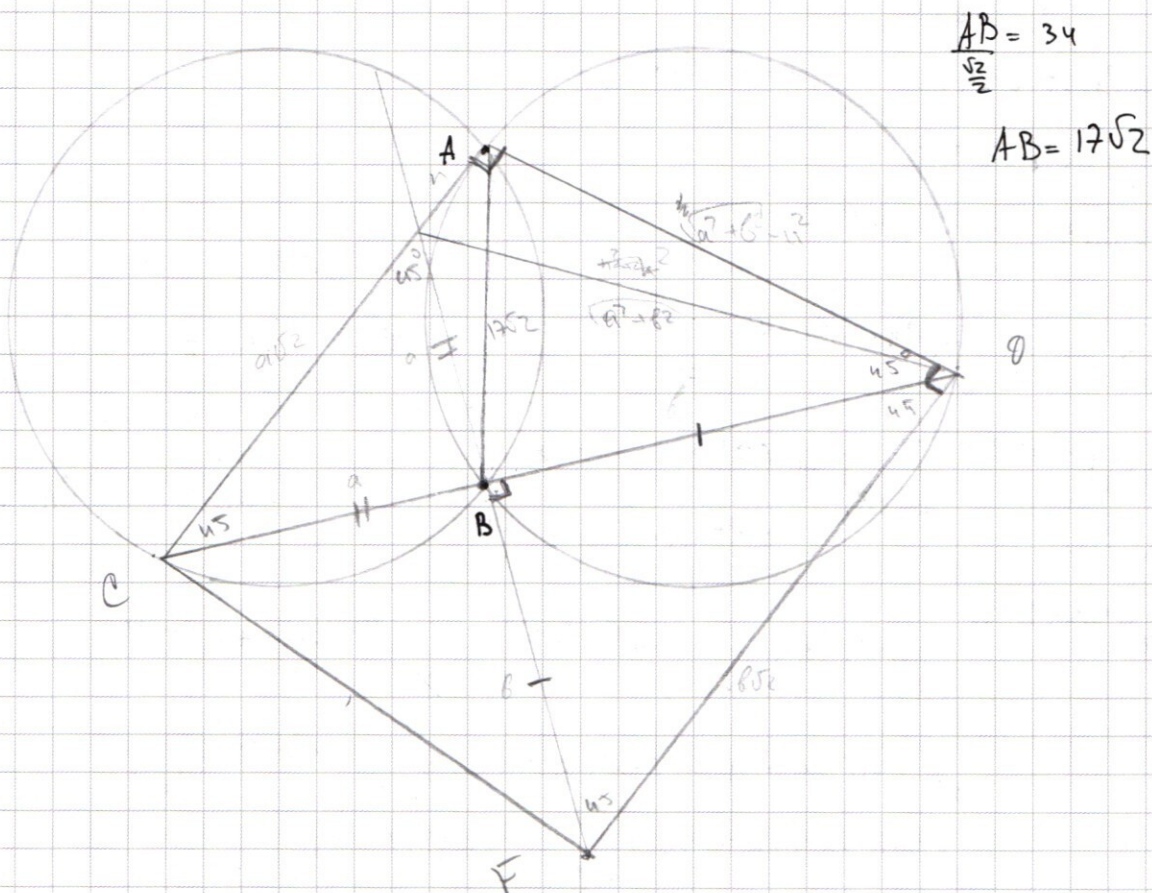
$$y = -3x$$

$$\left(\frac{x}{3x} \right)^2 \ln(3x) = x \cdot 2 \ln(x \cdot 3x^2)$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \\ 210 \end{array}$$

$$\frac{210}{5} = 42$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{AB}{\sqrt{2}} = 34$$

$$AB = 17\sqrt{2}$$

$$x \leq 1: y = 4 \cdot 3^{28} + 1 \quad 4 \cdot 3^{28} + 2 \dots$$

$$x = 1: y = 4 \cdot 3^{28} + 2 \quad 4 \cdot 3^{28} + 3 \dots$$

$$x \geq 2: y > 4 \cdot 3^{29} + 2$$

$$a \approx 96^2 - 86^2 = 800$$

$$\ln x = a \quad \ln(u-x) = b$$

$$3 \ln(u-x) - 2 \ln(x) =$$

$$(3b - 2a) \cdot a = b^2$$

$$3b^2 - 2a^2 = b^2$$

$$2b^2 = 2a^2$$

$$b^2 = a^2$$

$$b = a$$

$$(x-n) \ln x + x \ln 2 = (x-n) \cdot (x-n) \ln(x-n) - 2 \ln(x) =$$

$$y = -3x$$

$$y = x - 4$$

$$\left(\frac{x}{3x}\right)^{2 \ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3 + \ln x} = x^{4 \ln 3 + 6 \ln x}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3 + \ln x} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\frac{x^{6 \ln 3 + 6 \ln x}}{x^{4 \ln 3 + 6 \ln x}} \cdot 3^{-\ln 3 - \ln x} = 1$$

$$x^{2 \ln 3} \cdot 3^{-(\ln 3 + \ln x)} = 1$$

$$\ln 3 < 1$$

$$x^{2 \ln 3} \cdot 3^{-(\ln x + \ln 3)} = 1$$

$$\ln 3 < \ln e$$

$$3 < e$$

$$\ln_e 3 > \ln_e 1$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{6 \ln(3x)} = x^{2 \ln(3x^2) + 2 \ln(x^2)}$$

$$\cancel{x^{6 \ln(3x)}}$$

$$x^{6 \ln(3x)} \cdot 3^{-6 \ln(3x)} = x^{4 \ln(3x) + 2 \ln x}$$

$$x^{6 \ln(3x) - 4 \ln(3x) - 2 \ln(x)} \cdot 3^{-6 \ln(3x)} = 1$$

$$\frac{x^{2 \ln(3x) - 2 \ln x}}{x^{6 \ln(3x)}} \cdot 3^{-6 \ln(3x)} = 1$$

$$x^{2 \ln 3} \cdot 3^{-6 \ln(3x)} = 1$$

$$\ln_e 3 < \ln_e 3 \quad \& \quad \ln 3 < \frac{3}{2}$$

$$\ln 3 > \frac{1}{2}$$

$$\ln 3 < \ln e^{\frac{3}{2}}$$

$$\ln 3 > \ln e^{\frac{1}{2}}$$

$$3 < e^{\frac{3}{2}}$$

$$3 > \sqrt{e}$$

$$9 > e$$

$$\sqrt[17]{-1} \quad \sqrt[8]{\frac{1}{2}} \quad \sqrt[9]{9} \quad \sqrt[81]{81} \quad \sqrt[17]{17}$$