МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М/

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $64827 = 3^3 \cdot 7^4$ Тогда в числе могут быть:

1) 3 цифры „3", 4 цифры „7", 1 цифра „1"

$\frac{7!}{3!4!} = 35$

2) две „3" можно заменить на „1" и „9"

1 „3", 4 „7", 2 „1", 1 „9"

$\frac{7!}{4!2!} = 105$

$35 + 105 = 140$

Ответ: 140

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \ (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \sin \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x + \cos \frac{\pi}{2} = 0$

$2 \cos 5x \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\sin \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \left(\cos 5x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$\sin \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) 2 \cos \left(3{,}5x + \frac{\pi}{8}\right) \cos \left(1{,}5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{4} = \pi k, \ k \in Z \\ 3{,}5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \ m \in Z \\ 1{,}5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in Z \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ x = -\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \end{array}\right.$$

Ответ:
$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \ k \in Z \\ x = -\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, \ m \in Z \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, \ n \in Z \end{array}\right.$$

3. $$\begin{cases} \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ (3x+y)(-x+y+4)=0 \end{cases}$$

$$y<0, \quad x>0 \qquad (*)$$

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=-3x \\ \left(\dfrac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \left(-\dfrac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)} \end{cases} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=-3x \\ x^{\ln 729x^6} = 3^{\ln 3x}\cdot x^{\ln 81x^6} \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \ln(4-x)\cdot\ln\left(-\dfrac{x^7}{x-4}\right) = 2\ln x\,\ln(x(x-4)^2) \end{cases} \end{aligned}\right.$$

прологарифмируем обе части

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=-3x \\ x^{\ln 9} = 3^{\ln 3x} \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \ln(4-x)(7\ln x-\ln(4-x)) = 2\ln x\,(\ln x+2\ln(4-x)) \end{cases} \end{aligned}\right.$$

прологарифмируем обе части

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=-3x \\ \ln 9\cdot\ln x = \ln 3x\cdot\ln 3 \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \ln^2(4-x)-3\ln x\,\ln(4-x)+2\ln^2 x=0 \end{cases} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &\begin{cases} y=-3x \\ 2\ln x = \ln 3+\ln x \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \left[\begin{aligned} &\ln(4-x)=\ln x \\ &\ln(4-x)=2\ln x \end{aligned}\right. \end{cases} \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \left[\begin{aligned} &x=2 \\ &x^2+x-4=0 \end{aligned}\right. \end{cases} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases} \\ &\begin{cases} y=x-4 \\ \left[\begin{aligned} &x=2 \\ &x=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2} \text{ не уд } (*) \\ &x=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2} \text{ уд } (*) \end{aligned}\right. \end{cases} \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases} \text{ уд} \\ &\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} \text{ уд} \\ &\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt{17}-9}{2} \end{cases} \text{ уд} \end{aligned}\right.$$

Ответ: $(3;-9)$, $(2;-2)$, $\left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2};\ \dfrac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

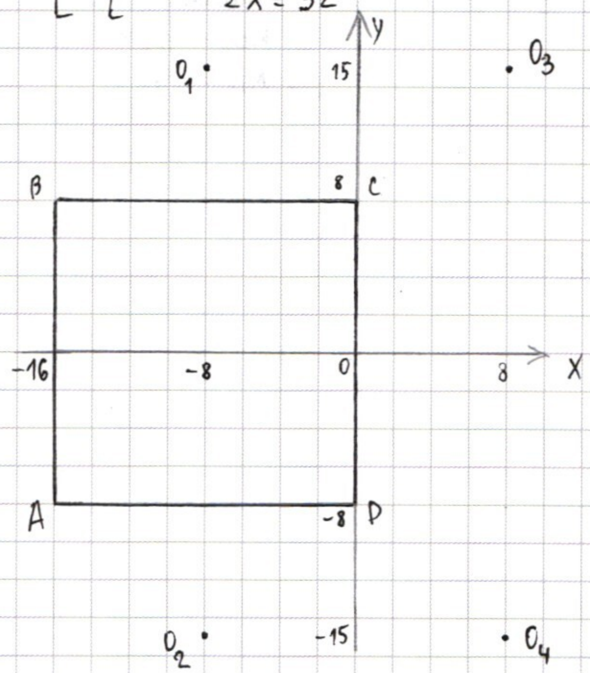
5. $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$

второе ур-е системы задаёт на коорд. пл. 4 окр-ти с центрами $(8;15)$, $(8;-15)$, $(-8;15)$, $(-8;-15)$; их радиус $\sqrt{a}$

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -y < x+8 < y \\ 2y = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} y < x+8 < -y \\ -2y = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+8 > y \\ x+8 > -y \\ 2x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+8 < y \\ x+8 < -y \\ -2x = 32 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -16 < x < 0 \\ y = 8 \end{cases} \\ \begin{cases} -16 < x < 0 \\ y = -8 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0 \\ -8 < y < 8 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -16 \\ -8 < y < 8 \end{cases} \end{array}\right.$$

на пл-ти задаёт 4 отрезка (назовём мн-во этих точек F)



пусть N_i — кол-во общих точек i-ой окр-ти и „квадрата" (4 отр.)

$N_1 = N_2$; $N_3 = N_4$ (в силу симм.)

по усл. общих точек у „квадрата" и окр-тей ровно 2

возможны след. случаи:

1) $N_1 = 1$, $N_2 = 1$ (ω_1 и ω_2 кас. сторон квадрата)

$\rho(O_3;F) = \rho(O_4;F) > \rho(O_1;F)$

т.е. у ω_3 и F; ω_4 и F нет общих точек

$R = 7 \Rightarrow a = 49$

2) общие точки w_1 и F, w_2 и F совпадают и их две точки (перес. w_1 с F и w_2 с F) симм. отн. OX $\Rightarrow$ это могут быть только

$(-16; 0)$ и $(0; 0)$

$R = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$\rho(w_3; F) = \sqrt{8^2 + 7^2} < R$; т.е. у w_3 и F есть общие точки

не уд

3) $N_1 = N_2 = 0$; $N_3 = N_4 = 1$

1. $R = O_3A = O_4B = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{1105}$; $a = 1105$

2. $R = O_3C = O_4D$ не уд, т.к. у w_4 и F будут общ. т.

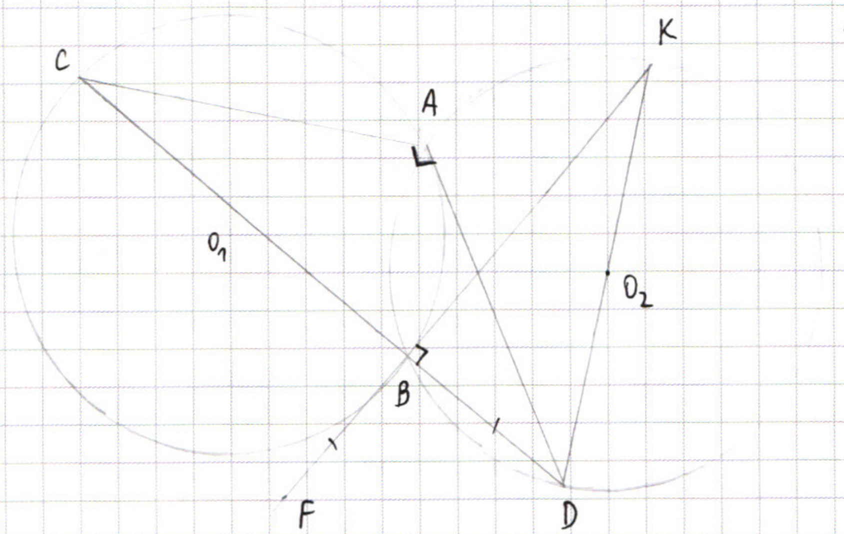
4) $N_3 = N_4 = 2$; общие точки w_3 и F, w_4 и F совпадают
$N_1 = N_2 = 0$

аналогично п. 2., это $(-16; 0)$ и $(0; 0)$

но $\rho(O_3; (-16; 0)) \neq \rho(O_3; (0; 0))$ не уд

Ответ: 49, 1105

6.



KD – диаметр, т.к
$\angle KBD = 90°$
$\Rightarrow KD = 34$

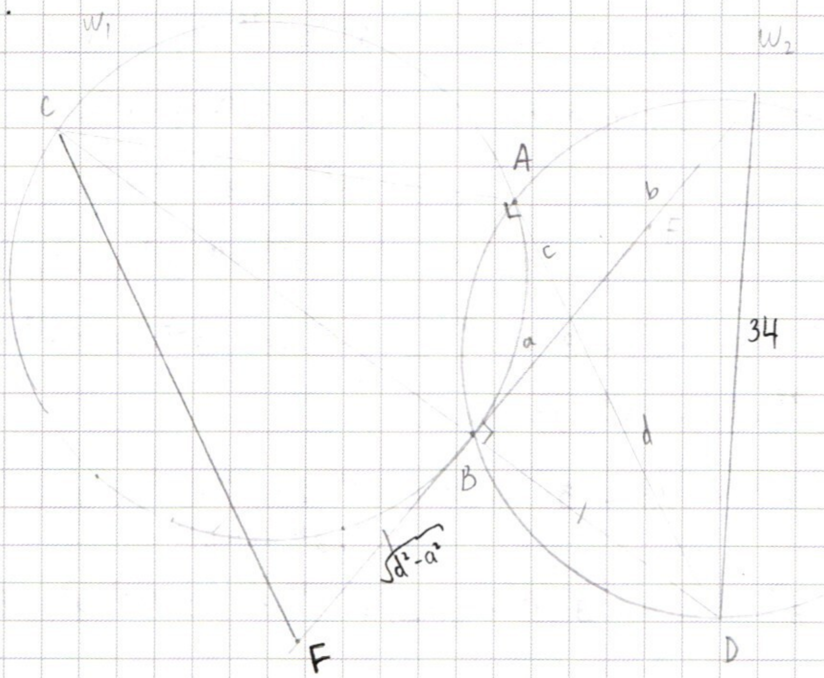
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.



CF – ?

$ab = cd$

$\cancel{(a+b)^2 = d^2 - a^2}$

$(a+b)^2 + d^2 - a^2 = 34^2$

$b^2 + 2cd + d^2 = 34^2$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\cancel{\log_2 2^5 = \log_2 2^3 + \log_2 2^2}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3}$

$x^{2\ln 27x^3} - x^{2\ln 9x^3} = x^2(x^{\ln 27x^3} - x^{\ln 9x^3}) = x^2 \cdot x^{\ln 9x^3}(x^{\ln 3} - 1)$

$x^{6\ln 3x} \cdot 3^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3}$

$\cancel{\frac{\ln 27x^3}{\ln 9x^3} = \ln_{9x^3} 27x^3}$

$x^{2\ln 27x^3} \cdot 3^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3}$

$\cancel{x^{2\cdot 1}(x^{\ln 9x^3} \cdot x^{\ln 3}) \cdot 3^{\ln 3x} = (x^2)}$

$(x^2)^{\ln 9x^3 + \ln 3} \cdot 3^{\ln 3x} = (x^2)^{\ln 9x^3}$

$(x^2)^{\ln 9x^3} \cdot (x^2)^{\ln 3} \cdot 3^{\ln 3x} = (x^2)^{\ln 9x^3}$

$(x^2)^{\ln 3} \cdot 3^{\ln 3x} = 1$

$f(x) = x^{2\ln 3} \cdot 3^{\ln 3x}$ $\quad f'(x) = 2\ln 3 \cdot x^{2\ln 3 - 1}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

7. $y > 3^x + 4\cdot 3^{28} = 3^x + 3^{29} + 3^{28}$

$y \leq 93 + 3(3^{27}-1)x$ $\qquad 3^4 + 3^2 + 3 + (3^{28}-3)x$

$3^{28}x - 3x + 93$

$f(x) = 3^x + 4\cdot 3^{28} - 93 - 3(3^{27}-1)x$

$\cancel{3^{28}x}$

$f'(x) = \ln 3 \cdot 3^x - 3^{28} + 3, \quad x > 0$

$f'(26) = 3^{26}(\ln 26 - 9) + 3 < 0$ $\qquad 3^x + 4\cdot 3^{28} \vee 3^{28}x - 3x + 93$

$f'(27) = 3^{27}(\ln 27 - 3) + 3 > 0$ $\qquad \cancel{3^{81} + 4\cdot 3^{28} \vee 3^{32} - 150}$

$3^{27} + 4\cdot 3^{28} \vee 3^{31} + 12$

26 27

$3^{29} + 3^{28} + 3^{27} \vee 3^{31} + 12$

$f(3) = 27 + 3^{29} + 3^{28} - 93 - 3^{29} + 9 = 3^{28} - \ldots$ $\qquad \cancel{>0}$ $\quad 3^{27}\cdot 13 < 3^{27}\cdot 81 + 12$

$\cancel{f(10) = 3^{10} + 4\cdot 3^{28} - 93 - (3^{28}-3)\cdot 10 =}$

$f(9) = 3^9 + 3^{29} + 3^{28} - 93 - 3^{30} + 27 = -3^{29}\cdot 2 + 3^{28} + (3^9 - 93 + 27)$

$3^{28}(1-6)$

$\cancel{f(6) = 3^6} + 3^{29} + 3^{28} - (93 + 9(3^{27}-1)\cdot 2) = 3^{29} + 3^{28} - 2(3^{29} - 3^2) + t =$

$= \cancel{3^{28} - 3^{29} +} 18 \ldots < 0$

$f(4) = 0$

$(3x + y)(x + y + 4) =$

$3x^2 + 4xy + 12x + y^2 + 4y =$

$-6x^2 - 2xy$

$-(3x+y)2x$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$\cancel{(-3x + y)}(x + y$

$\cancel{(-3x + y)(+x + y}$

$(3x + y)(-x + y + 4)$

$-3x^2 + 2xy + 12 + y^2 + 4y$

$(3x+y)(-x+y+4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = -3x \\ y = x - 4 \end{array}\right.$

$\begin{cases} \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln xy^2} \\ \left[\begin{array}{l} y = -3x \\ y = x - 4 \end{array}\right. \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = -3x \\ \left(\dfrac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} \end{cases} \\ \begin{cases} y = x - 4 \\ \left(-\dfrac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln x(x-4)^2} \end{cases} \end{array}\right.$

$x^{2\ln 27x^3} = 3^{\ln 3x} \quad x^{2\ln 9x^3}$

$x^{2\ln 9x^3}(x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $64827 = 3 \cdot 21609 = 3^2 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^4$

$\frac{7!}{3!\,4!}$ 3 „3", 4 „7", 1 „1"

~~2 „3", 4 „7", 2 „1"~~

$\frac{7!}{4!\,2!}$ 1 „3", 4 „7", 2 „1", 1 „9"

~~4 „7", 4~~

$7 \cdot 5 + 7 \cdot 3 \cdot 5 = 35 + 105 = 140$

$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\frac{3\pi}{4} + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ ($\alpha = \frac{2\pi}{3}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$)

$2 \sin\frac{\pi}{6} \cos\frac{\pi}{2} = 0$

$2 \cos 5x \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cancel{\sqrt{2}} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$

$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \left(\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot 2 \cos\left(3{,}5x + \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(1{,}5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(3{,}5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(1{,}5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{4} = \pi k \\ 3{,}5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m \\ 1{,}5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi k}{2} - \frac{\pi}{8} \\ x = \frac{2\pi m}{7} - \frac{3\pi}{28} \\ x = \frac{5\pi}{8} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2\pi n}{3} = \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi n}{3} \quad \frac{5\pi}{12} \end{array}\right.$$

$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$

$\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{12}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

3. $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ -3(x-2)^2 + (y+2)^2 + 2xy + 8 = 0 \end{cases}$

$(x+y)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$

$(x+y)^2 - (2x-3)^2 + 9 + 4y = 0$

$y < 0, \quad x > 0$

$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln(xy^2)}$

$x^{7\ln(-y) - 2\ln(xy^2)} = (-y)^{\ln(-y)}$

$-8 < y < 8$

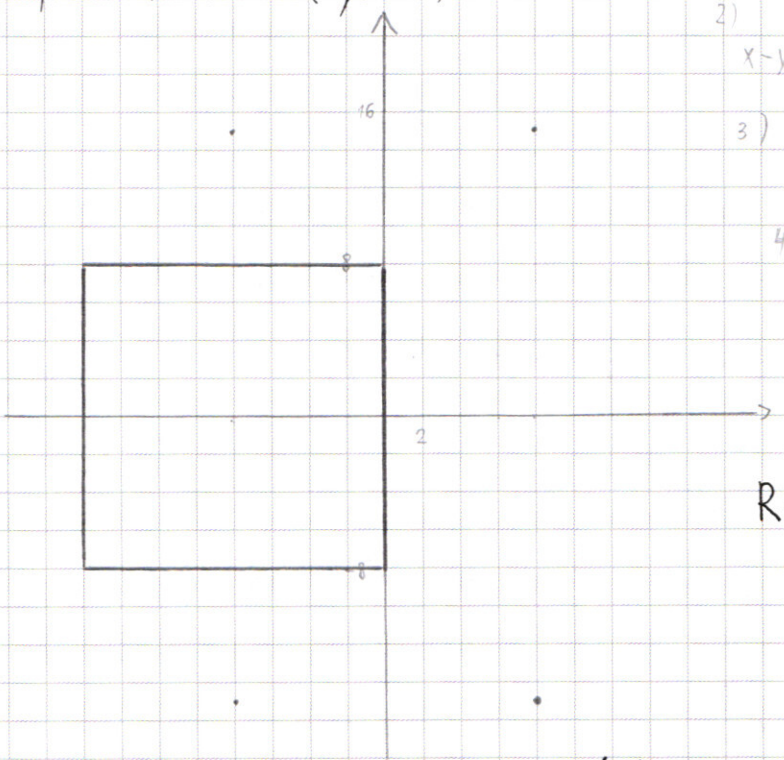
5. $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$

1) $x+8 > y, \quad x+8 > -y$
$2x = 0 \quad x = 0$

2) $x+8 > y, \quad x+8 < -y$
$x-y+8-x-y-8 = 16 \quad -2y = 16$
$-16 < x < 0 \quad y = -8$

3) $x+8 < y, \quad x+8 > -y$
$2y = 16 \quad y = 8$
$-16 < x < 0$

4) $x+8 < y, \quad x+8 < -y$
$-2x = 32 \quad x = -16$
$-8 < y < 8$



$R = 7$

$a = 49$

$576 + 529 =$

$= 1105$

если верхняя окр. пересекает квадрат в n (w_1 или w_3) точках, то и нижняя перес. в n точках (w_2 или w_4 соотв.)

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ \left[\begin{array}{l} y=-3x \\ y=x-4 \end{array}\right. \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3} \\ y=-3x \end{cases} \\ \dots \end{array}\right.$

$\ln(-y)\cdot\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = \ln(2\ln(xy^2))\cdot \ln x$

1) $x^{\ln 729x^6} = 3^{\ln 3x}\cdot x^{\ln 81x^6}$

$\overset{2}{\cancel{\ln 9}}\cdot\ln x = \ln 3x\cdot\cancel{\ln 3}$

$x^{\ln 9} = 3^{\ln 3x}$ $x=3$

$2\ln x = \ln 3x$

$f(x) = x^{\ln 9} - 3^{\ln 3x}$

$\frac{1}{x} - \frac{2}{x} = -\frac{1}{x}$

$f'(x) = \ln 9\cdot \underset{x^3}{x^{\ln\frac{9}{e}}} - 3\ln 3\cdot 3^{\ln 3x}\cdot\frac{1}{x} > 2\ln 3\cdot x^3 - 3\ln 3\cdot\frac{3^{\ln 3x}}{x}$

2) $\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$

$\ln 9\ \ln x = \ln 3x\ \ln 3$

$2\ln x = \ln 3 + \ln x$

$\ln x = \ln 3$

$\ln(4-x)\cdot\ln\left(-\frac{x^7}{x-4}\right) = 2\ln(x(x-4)^2)\cdot\ln x$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x)) = 2\ln(x(x-4)^2)\cdot\ln x$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x + 2\ln(4-x))\ln x$

$7\ln x\cdot\ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2\ln^2 x + 4\ln x\cdot\ln(4-x)$

$\ln^2(4-x) - 3\ln x\ \ln(4-x) + 2\ln^2 x = 0$

$x^2+x-4=0$

$\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$(\ln(4-x) - \ln x)(\ln(4-x) - 2\ln x) = 0$

$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \ln(4-x) = \ln x \\ \ln(4-x) = \ln x^2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x= \end{array}\right.$

$y = \frac{-9+\sqrt{17}}{2}$

$\ln x = a$ $\ln(4-x) = b$

$b(7a-b) = 2a(a+2b)$

$7ab - b^2 = 2a^2 + 4ab$ $2a^2 - 3ab + b^2 = 0$

$a=b$ $\cancel{a=\frac{1}{2}b}$ $b=2a$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + (3^{28} - 3)x \end{cases}$$

$x = 4 \qquad y = 3^4 + 4\cdot 3^{28}$

$x =$

$3^x + 3^{29} + 3^{28} = 93 + 3^{28}x - 3x$

$\cancel{3^{28}(x-1) - 3(x+3^{28})} = 3^x - 93$

$\ln(y - 3^{28}) > x\ln 3$

$\ln(y-93) \leq \ln 3 + \ln x + \ln(3^{27} - 1)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)