

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ ((|x|-8) + (|y|-15))^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$(1) |x+y+8| + |x+y-8| = 16$$

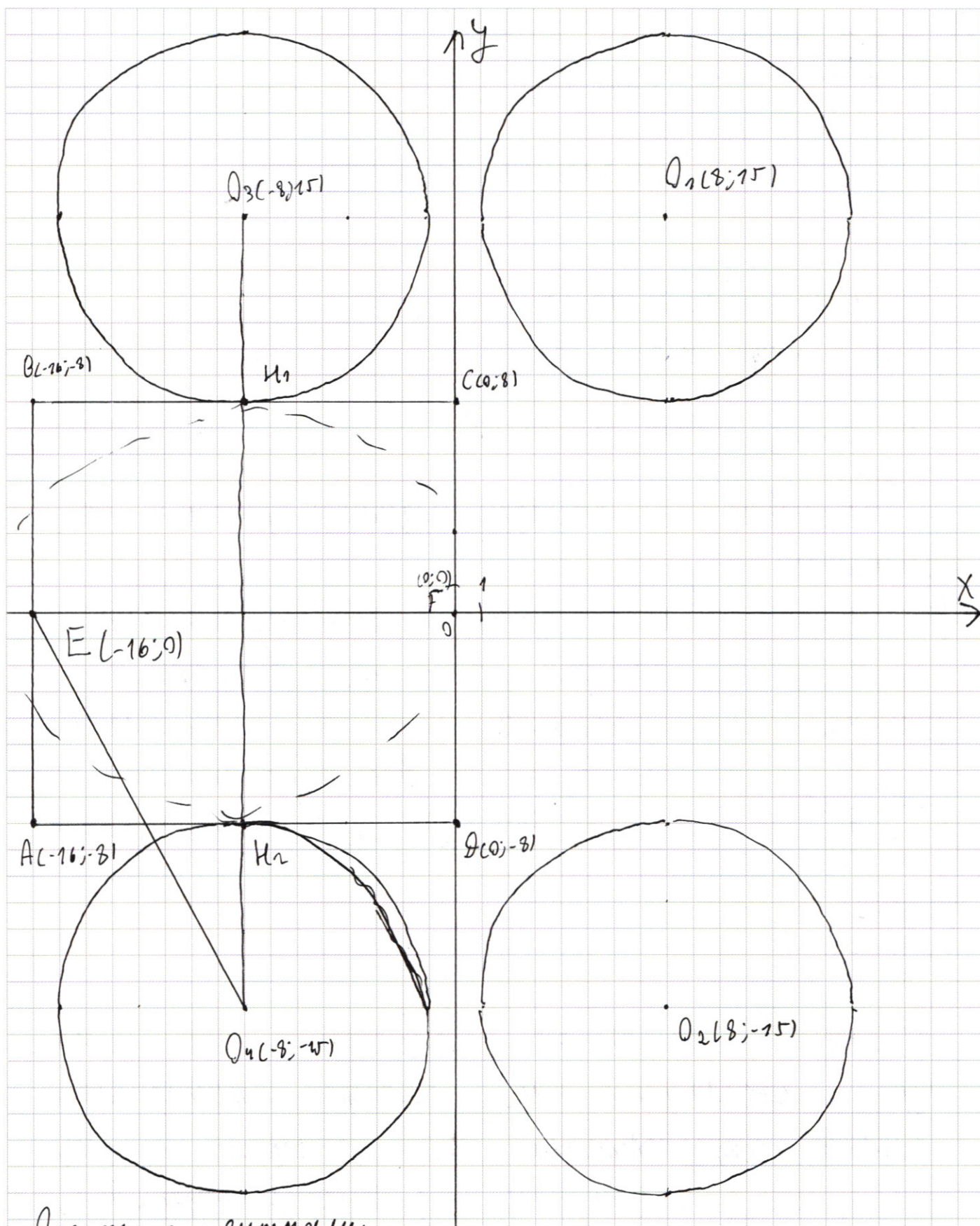
Раскрывая по очереди модули, приходим к совокупности:

$$\begin{cases} -8 \leq y \leq 8 \\ x = 0 \\ -16 \leq x \leq 0 \\ y = 8 \\ -8 \leq y \leq 8 \\ x = -16 \\ -16 \leq x \leq 0 \\ y = -8 \end{cases}$$

Рассм. данную совокупность и увидим, что это квадрат размером 16×16 с вершинами A, B, C, D с координатами:
 $A(-16; -8); B(-16; 8); C(0; 8); D(0; -8)$

(2) $((|x|-8) + (|y|-15))^2 = a$. Очевидно, что данное ур-е выглядит как четыре симметричные окружности с центрами $O_1(8; 15); O_2(8; -15); O_3(-8; 15); O_4(-8; -15)$ (и каждая с $R = \sqrt{a}$)

Рассм. все-ту ур-ий на координатной пл-ти вместе:



Окр-ты с центрами

Q_3 и Q_4 симметричны относительно квадрата, а значит кат-бо от пересечений окр-ты $(Q_3; 5a)$ ~~равно~~ с $ABCD$ равно кат-бо пересечений окр-ты $(Q_4; 5a)$ с $ABCD$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Вокруг α окр.-ми с центрами O_1 и O_2 могут пересекать квадрат только в т. C и D (т.к. данные окр.-ми вып. лишь в I и IV при $x \geq 0$), но в том случае пересечения O_1 с т. C и O_2 с т. D , окр.-ми O_3 и O_4 пересекут $ABCD$ в точках B, C и A, D соотв. (т.к. $O_1D = O_4A = O_3B = O_2C = R$).

В таком случае сис-ма будет иметь ровно 2 реш-я, когда окр.-ми O_3 и O_4 будут иметь по 1-ой т. пересечения с $ABCD$. Такое происходит в двух случаях:

$$1) R = O_3H_1 = 7 = \sqrt{\alpha} \Rightarrow \alpha = 49$$

$$2) R = O_4E = O_3E = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{\alpha} \Rightarrow \alpha = 289$$

~~Так~~ В случае (1) окр.-ми O_1 и O_2 не „достают“ до $ABCD$, а окр.-ми O_3 и O_4 имеют с $ABCD$ ровно по 1 общей точке. В случае (2) точка E явл. первой точкой перес. $ABCD$ с O_3 и O_4 , а точка F — общей т. пересечения $ABCD$ с O_1, O_2, O_3, O_4 .

Ответ: 49; 289

~1

$$P = 64827 = 3^3 \cdot 7^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

т.к. ^{количество} множителей, не явл. 1 меньше 8, то в записи числа будет присутствовать 1.
Поскольку есть два вар-та, из каких цифр будет состоять число:

- 1) 1; 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7
 - 2) 1; 1; 8; 7; 7; 7; 7; 3
- Пусть N_1 - кол-во 8 знач. чисел, состоящих из ^{цифр} 1^{го} набора, а N_2 - кол-во чисел, состоящих из цифр 2^{го} набора, тогда:

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280 - (8!) - \text{кол-во вар-тов}$$

по правилу умножения. Т.к. присутствуют три "3" и четыре "7", то каждый вар-т числа повторится $(3! \cdot 4!)$ раз.

Аналогично:

$$N_2 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 840 \text{ (две "1" и четыре "7")}$$

$$N_{\text{итого}} = N_1 + N_2 = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120.

~3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) & (1) \\ y^2 + (2xy) - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} -y > 0 \\ xy^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 12: $y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 =$$

$$= (2x-2)^2$$

$$y = -x - 2 \pm (2x-2) = -x - 2 \pm (2x-2)$$

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases}$$

В ме-ме:

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ \left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^2 \ln(x \cdot 9x^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ \left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^2 \ln(x(x-4)^2) \end{cases}$$

①: $y = -3x$:

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{\ln(9x^3)^2}$$

$$\frac{x^{\ln(3x)^6}}{3^{\ln(3x)}} = x^{\ln(81x^6)} \cdot \frac{\ln(3x)}{x^{\ln(81x^6)}}$$

$$\frac{\ln(729x^6) - \ln(81x^6)}{x} = 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{\ln\left(\frac{729x^6}{81x^6}\right)} = 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{\ln 9} = 3^{\ln(3x)}$$

$$9^{\ln x} = 3^{\ln(3x)}$$

$$\frac{\ln(x^2)}{3} = \frac{\ln(3x)}{3}$$

$$\ln(x^2) = \ln(3x)$$

$x^2 = 3x \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ не подходит} \\ x=3 \end{cases}$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases} - \text{не подходит}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} y = x - 4;$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x^3 - 3x^2 + 16x)};$$

$$\frac{x^{\ln((4-x)^2)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{\ln(x^2(4-x)^2)} \cdot \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{x^{\ln(x^2(4-x)^2)}}$$

$$\frac{\ln((4-x)^2) - \ln(x^2(4-x)^2)}{x} = (4-x)^{\ln(4-x)};$$

$$x^{\ln\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)} = (4-x)^{\ln(4-x)};$$

$$\begin{aligned} & (4-x)^{3 \ln x} \\ & (4-x)^{\ln(4-x)} \\ & (4-x)^{\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right)} = x^{\ln(x^2)} \end{aligned}$$

$$(4-x)^{\ln\left(\frac{x^3}{4-x}\right)} = x^{\ln(x^2)} \Rightarrow$$

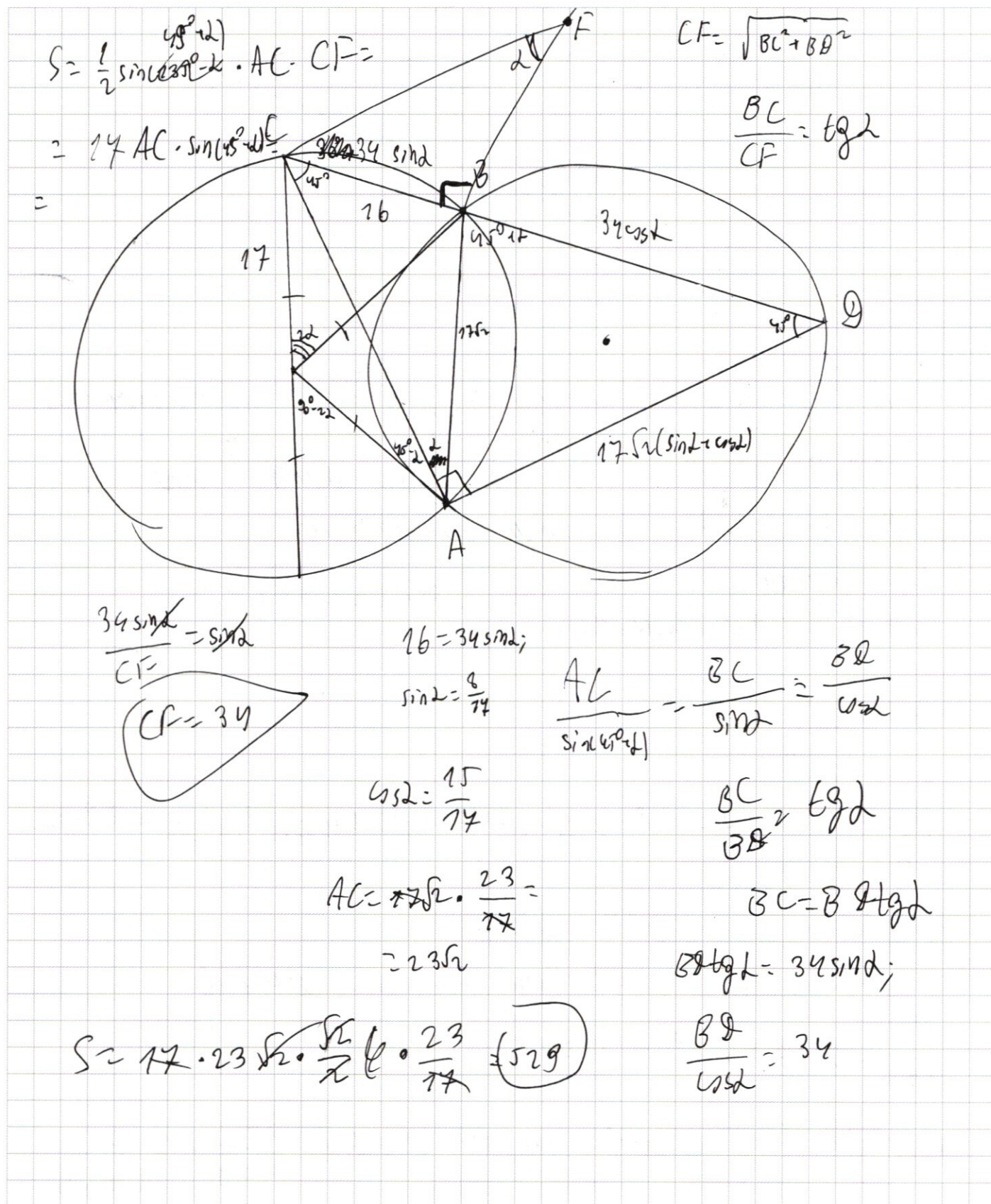
$$x=2;$$

$$y = x - 4 = 2 - 4 = -2$$

Ответ: $(3; -9); (2; -2)$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{\ln\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)} \\ g(x) &= (4-x)^{\ln(4-x)} \\ f'(x) &> g'(x) \Rightarrow \\ \text{Заметим, что } f'(x) &> g'(x) \text{ при } 0 < x < 4, \text{ а } f''(x) = g''(x) \text{ при } x=2 \Rightarrow x=2 - \text{экстр.} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7) $BQ = BF = 34 \cos \beta$ по условию

8) $CF = \Delta CBF$: по т. Пифагора:

$$CF^2 = BC^2 + BF^2; \quad \text{А также: } \frac{BC}{BF} = \tan \beta = \tan \angle CFB =$$

$$CF = \sqrt{BC^2 + BF^2}; \quad \Rightarrow \angle CFB = \beta; \angle CBF = 90^\circ - \beta$$

$$CF = \sqrt{(34)^2 \sin^2 \beta + (34)^2 \cos^2 \beta} = 34 \sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta} = 34 \sqrt{1} = 34$$

8) Если $BC = 16$, то:

$$8) 16 = 34 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2} = \frac{15}{17}$$

10) ΔAQC : $AC = AQ = \frac{QC}{\sqrt{2}} = \frac{BC + BQ}{\sqrt{2}} = \frac{34(\sin \beta + \cos \beta)}{\sqrt{2}}$

$$= 17\sqrt{2} (\sin \beta + \cos \beta)$$

11) $S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} (\sin \beta + \cos \beta) \cdot 34 \cdot \sin(135^\circ - \beta) =$

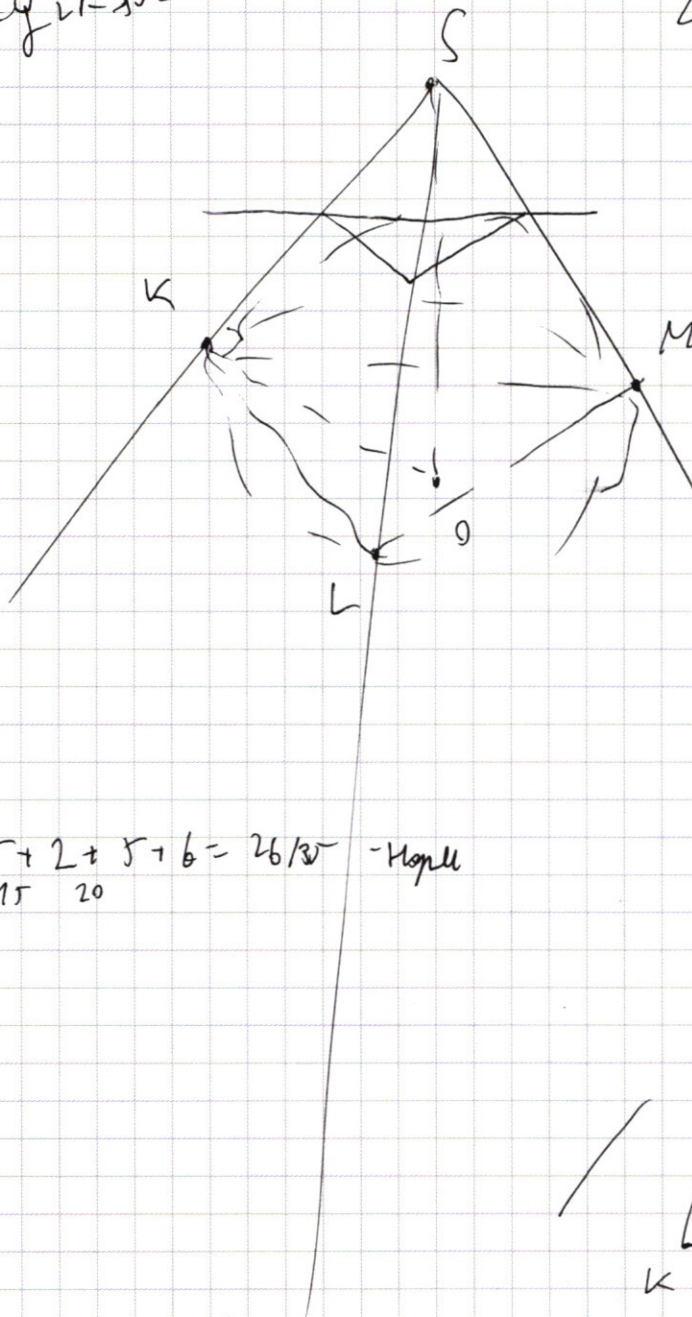
$$= 289\sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ + \beta) \cdot (\sin \beta + \cos \beta) = 289\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \beta + \cos \beta)^2 =$$

$$= 289 \cdot \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17}\right)^2 = 289 \cdot \frac{23^2}{17^2} = 23^2 = 529$$

Ответ: а) $CF = 34$

б) $S_{ACF} = 529$

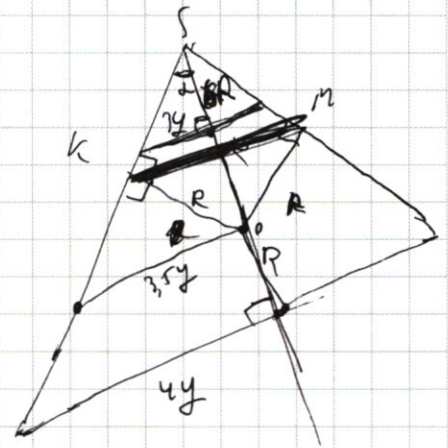
$LQ \perp KS =$



$$3 + 15 + 5 + 2 + 5 + 6 = 26/35 \text{ - Норм}$$

8 13 15 20

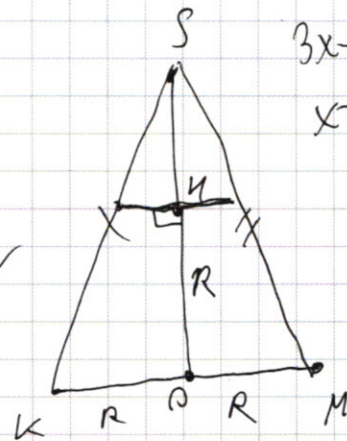
$\angle KSO = ?; \angle SLM = ?$



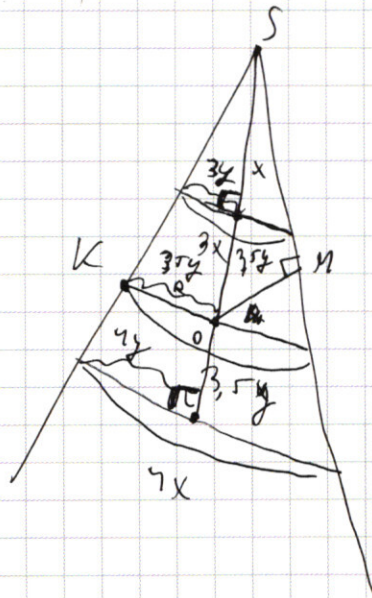
$$\frac{x}{x+2R} = \frac{3y}{4y}$$

$$3x + 6R = 4x;$$

$$x = 6R$$



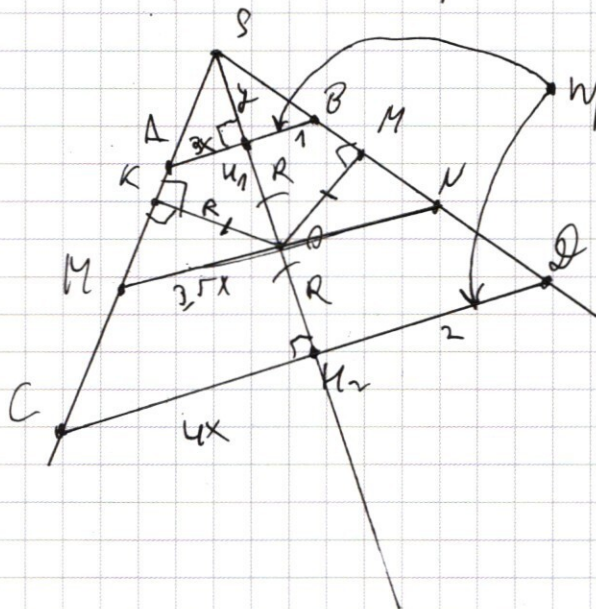
$$K = \frac{3}{4}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

n^4

Задан. проекция перпендикуляра на п-ть 5 км:



крупн. стелющийся укр. стелющийся.
ула, ~~пер.~~ перн. 30.

$$\text{Ans. } \frac{r_1}{r_2} = \frac{8}{16}, m_0$$

из-за того, что $S \sim a^2$,
где a - линейные
размеры пр-ва,
то $K^2 = \frac{g}{\pi b} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$ - коэффициент
изгиба сечения,

масса: $\frac{A H_1}{C H_2} = \frac{3}{4}$; Пусть $A H_1 = 3x$, масса $C H_2 = 4x$.

III. k. $OM_1 = OM_2 = R$, no nysbeza OM ; $OM_1 AB$; $OM_2 SC = M$;

Получил, что МО-средняя линия

нормальный СА $H_1H_2 \Rightarrow MO = \frac{4H_1 + CH_2}{2} = 3,5x$

III-к. $Al_2 \parallel OM \parallel CH_2$, ms ~~$\Delta \Delta \Delta \Delta$~~ $\frac{S_{H1}}{S_{H1} S_{H2}} = \frac{Al_1}{CH_2}$ ms

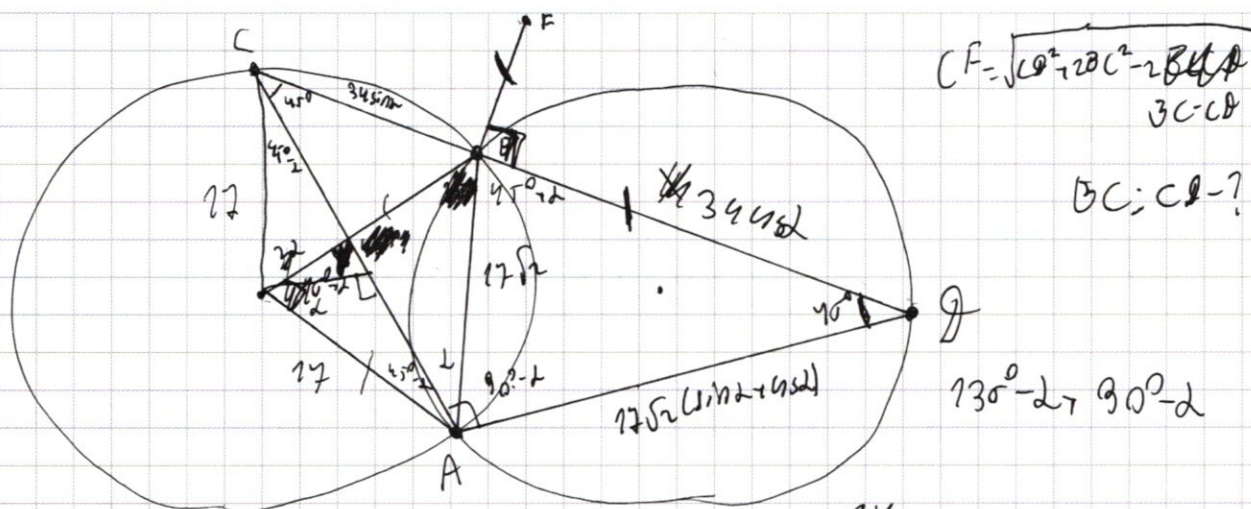
а) м. Равес. Пусть $SH_1 = y$, тогда:

$$\frac{y}{y+2R} = \frac{3}{u}; \quad \left| \begin{array}{l} 4y = 3y + 6R; \\ y = 6R = 5H_1 \end{array} \right| \Delta KSO: \quad \begin{array}{l} \text{Sign } K \\ \text{Sign } K \\ \text{Sign } K \end{array}$$

$$\sin K \omega = \frac{K\omega}{\omega} \Rightarrow \sin K \omega = \frac{K\omega}{\omega}$$

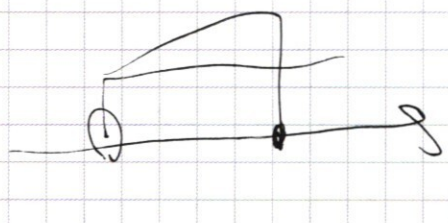
$$\sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{KO}{SH_1H_2O} = \frac{R}{6R+R} = \frac{R}{7R} = \frac{1}{7} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$AC = AB = \cancel{17}^2 \cdot 17 \sin(45^\circ + 2) = \cancel{17}^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2 + \cos 2)$$

$$= \frac{17}{\cancel{17}} \sqrt{2} (\sin 2 + \cos 2) \Rightarrow C = \sqrt{2} A = 34 (\sin 2 + \cos 2)$$



$$\frac{x}{y_{\text{GSD}}} = 34 \quad \text{m. covered } \triangle ABD$$

$$99 \cdot 10(3^{27} - 1) \cdot X > 3^x \quad \text{with } 3^{29} 2$$

$$93 + 3^{28} - x - 3x > 3^{x+4} - 3^{28}$$

$X = 34$ used

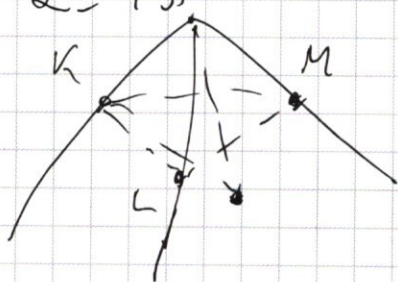
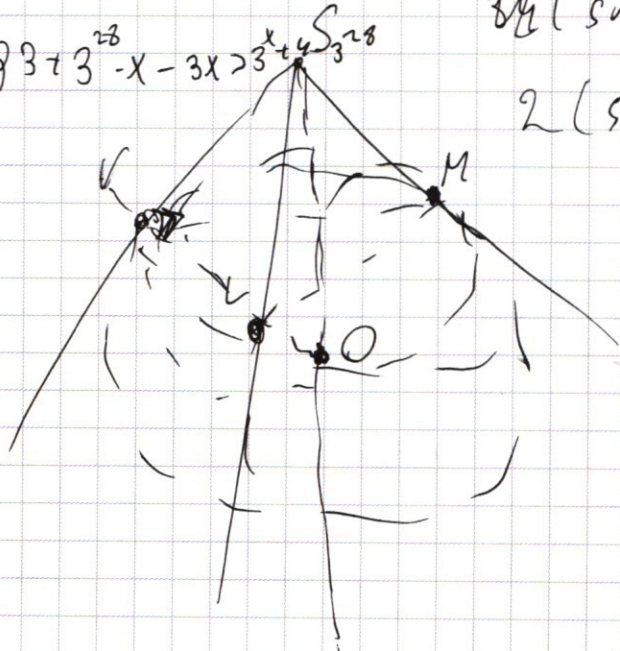
~~$$\hat{H}_H(\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{1}{2m} \frac{d}{dt} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$~~

$$2(\sin 2 + \cos 2) = \sqrt{2}(\sin 2 + \cos 2)$$

~~$\sin 2 = -\cos 2$~~

~~$\lg 2 = -1$~~

$$L = 135^\circ$$



$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$\begin{cases} x-4 < 0 \\ x < 4 \end{cases}$ $\begin{cases} -3x < 0 \\ x > 0 \end{cases}$
 $0 < x < 4$

$$(1) \quad y^2 + 2y(x+2) - 3x(x-4) = 0$$

$$\frac{D}{u} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2 = -2 \cdot 2x \cdot 2 - (2)^2 =$$

$$y = \frac{-x-2 \pm (2x-2)}{1}$$

$$y = -x-2 \pm (2x-2)$$

$$\begin{cases} y = x-4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$= (2x-2)^2 \quad x(x-1)=0$$

$$x^2 = x$$

$$\ln x^2 = \ln x$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \quad \ln x^2 = \ln x$$

$$\frac{\ln x^2}{3} = \frac{\ln x}{3}$$

$$1) \quad y = -3x$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x \cdot 9x^2)}$$

$$\begin{aligned} x^{\ln 9} &= 3^{\ln 3x} \\ 9^{\ln x} &= 3^{\ln 3x} \end{aligned}$$

$$2) \quad \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \quad \left| \begin{aligned} 6\ln(3x) - 2\ln(9x^3) &= 3\ln 3x \\ x^{\ln\left(\frac{729x^6}{81x^6}\right)} &= 3^{\ln 3x} \end{aligned} \right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P = 64827 = 9 \cdot 7203 = 9 \cdot 3 \cdot 2401 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 343 = 81 \cdot 343 =$$

$$= 92 \cdot 3^3 \cdot 7^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \quad \textcircled{2} \quad 7^3$$

$$N = \text{[scribbles]} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

1 2 3 4 5 6 7 8

1
3
7

$$\alpha = \overline{33377771} \quad \text{или} \quad \alpha = \overline{93777711}$$

$$\textcircled{1}: N = \frac{8!}{6 \cdot 24} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6 \cdot 24} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7}{8} =$$

$$= 280$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 7 & 7 & 7 & 7 & 3 & 3 & 3 \\ & & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & 3 & 3 & 3 \\ & & & & & 3 & 3 & 3 \\ & & & & & 3 & 3 & 3 \\ & & & & & 3 & 3 & 3 \\ & & & & & 3 & 3 & 3 \end{array}$$

7! = 24
вер-та

6 вер-та
3!

$$\textcircled{2} N_2 = \frac{8!}{2 \cdot 24} = 280 \cdot 3 = 840$$

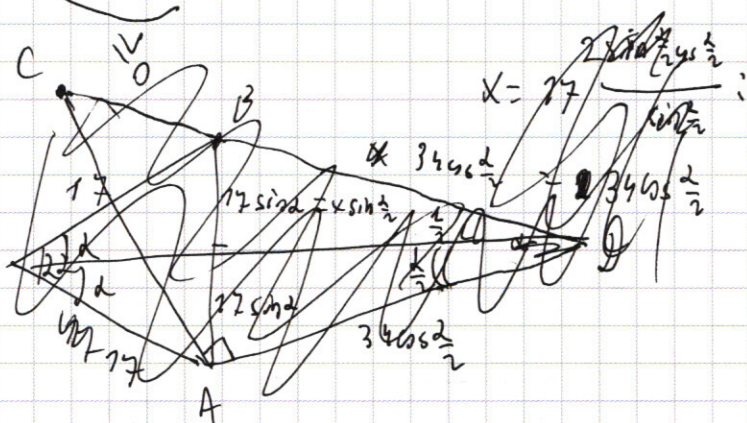
$$N_{\text{общ}} = \textcircled{1120} \quad \text{итого: } 1120$$

$$\cos(4x+3x) + \cos 3x + \sin(4x+3x) - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x (\cos 4x + 1) - \sin 3x (\sin 4x + 1) + \sin 4x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + (\sin 4x + 1) (\cos 3x - \sin 3x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(11-6)^2 + (14-15)^2 \geq 0$$

[illegible]

$$\frac{AD}{\sin d} = 34$$

$$\sin \alpha = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{AB \cdot CD}{AC} = 34$$

$$\frac{AC}{\sin A} = \frac{AB \cdot \cos A}{\sin A} = 34 \cdot AC$$

$$\angle = 90^\circ - \alpha = 45^\circ$$

$$BC; CD; \cancel{AD} \quad x = \sqrt{BC^2 + CB^2} = \sqrt{BC^2 + BC^2}$$

BC. 197

$$= \sqrt{(49 - 0.01)^2 + 0.01}$$

$$= \sqrt{100^2 + 230^2}$$

$$-2BC \cdot CA =$$

1221

2 ~~very~~ -

7777

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

реш-2

$$\begin{cases} |x+3+y| + |x+3-y| = 16 & (1) \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2} = a & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad x+3 &= m \\ y &= n \\ R &= \sqrt{a} \\ |m+n| + |m-n| &= 16 \end{aligned}$$

$$m=0$$

$$n=0$$

(2)

$$|m+n| \geq |m-n|$$

$$|x+3+y| \geq |x+3-y|$$

$$|x+3+y| \geq |x+3-y|$$

$$3|x+3| - |y| \geq 0$$

$$\begin{cases} x+3 \geq y \\ x+3+y + |x+3-y| = 16 \\ x+3 < y \\ -x-3-y + |x+3-y| = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq y \\ x+3 \geq -y \\ x+3+y + x+3-y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq -y \\ x+3 < y \\ x+3+y - x-3-y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 < -y \\ x+3 \geq y \\ -x-3-y + x+3-y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 < -y \\ x+3 < y \\ -x-3-y - x-3-y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x+3 \\ y \geq -x-3 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-3 & | x \geq -3 \\ y > x+3 & | x < 0 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-3 & | x < 0 \\ y \leq x+3 & | x \geq 3 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-3 & | y < 3 \\ y > x+3 & | y > 3 \\ x=-16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y=3 \\ -16 \leq x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y=-3 \\ -16 \leq x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x=-16 \\ -3 < y < 3 \end{cases} \quad (4)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

2 new-2

35 35 5 15

$$r' = \sqrt{23^2 + 8^2} \leq R_2$$

$$13+1=14$$

$$R_1 = 4 - \sqrt{a} \Rightarrow \alpha = 49$$

$$R_2 = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{a} \Rightarrow \alpha = \sqrt{767529} =$$

$$35^2 = 49 - 25 =$$

$$= 1250000$$

$$= 1125$$

$$-1105$$

3!!!

23/35

$$3+5+5+6=19$$

$O_3(-8; 15)$

r'

①

$B(-16; 8)$

$C(0; 8)$

$$30 \leq \sqrt{1105} \leq 40$$

$$30 \leq \sqrt{1105} \leq 35$$

$$31 \leq \sqrt{1105} \leq 35$$

$$32 \leq \sqrt{1105} \leq 35$$

$$33 \leq \sqrt{1105} \leq 35$$

$$33 \leq \sqrt{1105} \leq 34$$

$$288-4=1156$$

Imberr: 48; 1105

$$\sin \frac{\alpha}{3} - \sin \frac{\alpha}{6} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$D(9; -8)$

$E(0; -8)$

$A(-16; -8)$

$O_4(-8; -15)$

$(8; -15)$

O_2

$$\sin 2x - \sin x = \sin x$$

$$g_u = \frac{1}{4} \ln(2+x)^2 + 3x^2 + 12x =$$

$$= 4x^2 - 8x + 4 =$$

$$= 4(x-1)^2$$