

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \underline{t=1}, \underline{t=2}$$

$$t=1: \log_x(-y) = 1 \Rightarrow \underline{y = -x} \quad [1]$$

$$t=2: \log_x(-y) = 2 \Rightarrow \underline{x^2 = -y} \quad [2]$$

$$② \quad y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

Решим как квадратное отн. y :

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 1)^2$$

$$y_1 = -x - 2 + 2x - 2 = \underline{x - 4} \quad [3]$$

$$y_2 = -x - 2 - 2x + 2 = \underline{-3x} \quad [4]$$

$$[1] \text{ и } [3]: -x = x - 4 \Rightarrow \underline{x = 2}, \underline{y = -2}$$

$$[1] \text{ и } [4]: -3x = -x \Rightarrow x = 0, \text{ не подходит, т.к. } xy^2 > 0.$$

$$[2] \text{ и } [3]: x^2 = 4 - x \Rightarrow \underline{x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}}, \underline{y = \frac{\sqrt{17}-9}{2}} \quad \left(x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \text{ не подходит, т.к. } x > 0 \right)$$

$$[2] \text{ и } [4]: x^2 = 3x \Rightarrow \underline{x = 3}, \underline{y = -9} \quad (x=0 \text{ не подходит, т.к. } x > 0)$$

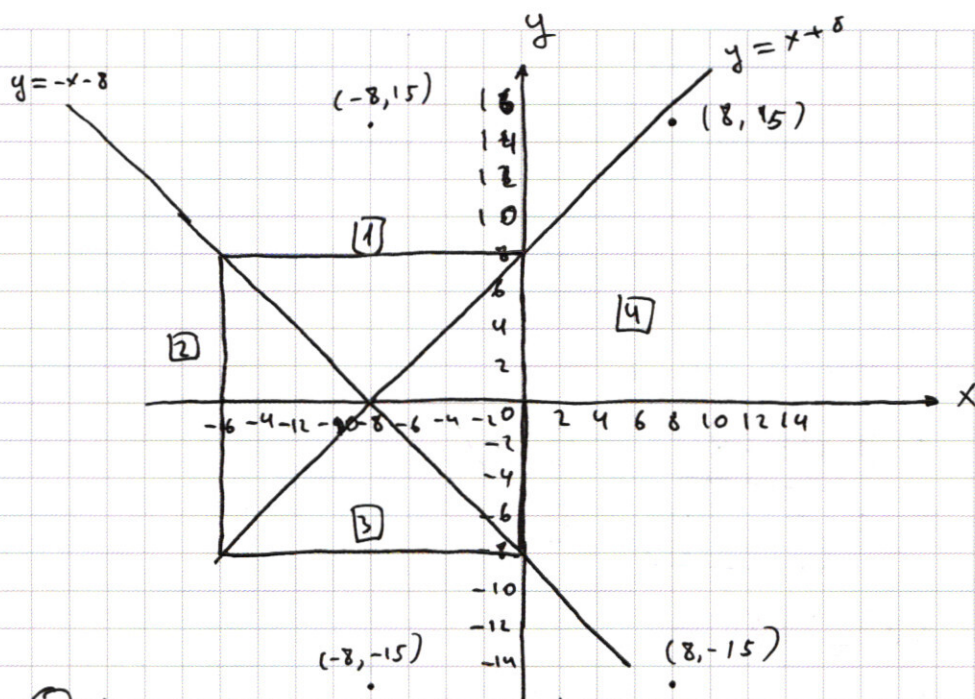
Ответ: $(2, -2), \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}, \frac{\sqrt{17}-9}{2} \right), (3, -9)$

P.S.: Все эти корни подходят т.к. они подходят по ОДЗ.

~ §.5.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & [1] \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & [2] \end{cases}$$

① Нарисуем в плоскости xOy прямые $y = -x - 8$ и $y = x + 8$.



$$① |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$①: x+y+8 - x+y-8 = 16 \Rightarrow y = 8$$

$$②: -x-y-8 - x+y-8 = 16 \Rightarrow x = -16$$

$$③: -x-y+8 + x-y+8 = 16 \Rightarrow y = -8$$

$$④: x+y+8 + x-y+8 = 16 \Rightarrow x = 0$$

получается ① - прямоугольник.

② при $a < 0$ решений нет

при $a = 0$ макс. 1 решение

при $a > 0$ это окружности или секторы

с центрами $(8, 15)$, $(-8, 15)$, $(8, -15)$, $(-8, -15)$

Если $a \in (0; 8]$: то это будут 4 окружности, причём если $a = 7$, то

и радиусом $R = \sqrt{a}$.

Если $a \in (0; 64]$, то это будут 4 окружности, причём если $a = 49$, то окр. с центром в т. $(-8, 15)$ и $(-8, -15)$ касаются нашего квадрата. Если $a \in (0; 49)$, то пересеч. нет.

Если $a \in (49; 64]$ будет больше 2 пересечения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если окружности с центрами в $(-8, 15)$

чтобы было 2 решения нужно, чтобы ок-
ружности с центрами $(-8, 15)$ и $(-8, -15)$ каска-
лись сторон прямоугольника, ведь ^{если} окружности
с центрами в $(8, 15)$ и $(8, -15)$ ^{дают} ~~не дают~~ пере-
сечения, ~~если они не проходят через точки~~
 ~~$(0, 8)$ и $(0, -8)$, но также дана~~

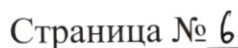
то окр. с центрами $(-8, 15)$ и $(-8, -15)$ будут
пересекать горизонт. стороны прямоугольника,
значит будет больше 2-х решений. (^{для} $a > 10$)

Если $(8, 15)$ и $(8, -15)$ не дают решений, то
их дают $(-8, 15)$ и $(-8, -15)$, причём каждый по
1 т.к. и прямоуго. и ^{окр.} ~~даёт~~ симметричны
отн. ОХ. Т.е. окр. с центром в $(-8, 15)$
касается горизонт. стороны $\Rightarrow a = 10$

Ответ: $a = 10$.

~ 6.





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

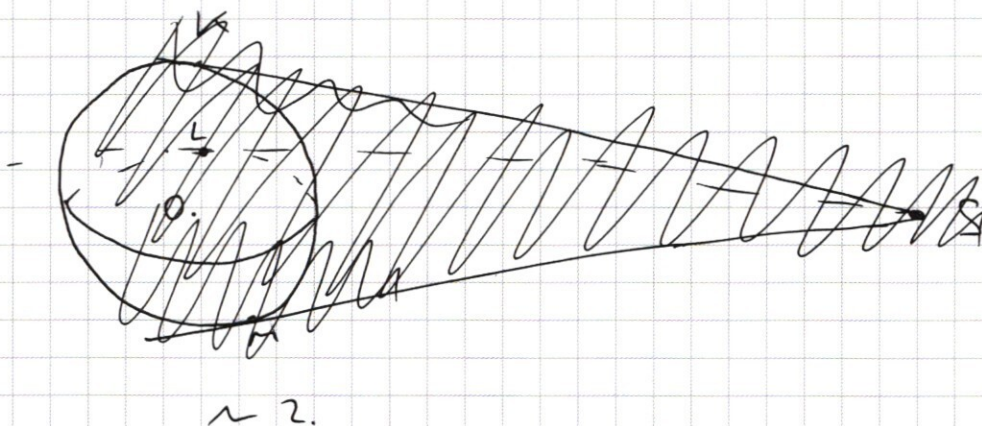
$$\sin^2(\angle ACF) = \frac{1156 - 98}{34^2} = \frac{1058}{34^2} = \left(\frac{23}{34}\right)^2$$

$$\sin(\angle ACF) = \frac{23}{34}, \text{ т.к. } \angle ACF \in (0; 180)$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot FC \cdot \sin(\angle ACF) = \frac{1}{2} \cdot 25\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23}{34} =$$

$$= \frac{1058\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $S_{ACF} = \frac{1058\sqrt{2}}{2}$.



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(5x) (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0$$

$$(\sqrt{2} \cos(5x) + \cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

①

$$\sqrt{2} \cos(5x) + \cos 2x - \sin 2x = 0 \quad (1)$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -1, \text{ т.к. } \sin 2x \neq 0; \Rightarrow 2x =$$

$$= -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\textcircled{1} \sqrt{2} \cos(5x) + \cos(2x) - \sin(2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 3x \cos 2x - \sqrt{2} \overset{\sin(2x)}{\cancel{\cos(2x)}} \sin(3x) + \cos(2x) - \sin(2x) = 0$$

$$\cos(2x) (\sqrt{2} \cos 3x + 1) - \sin(2x) (\sqrt{2} \sin 3x + 1) = 0$$

$$(2 \cos^2(x) - 1) (\sqrt{2} \cdot 4 \cos^3 x - \sqrt{2} \cdot 3 \cos x + 1) -$$

$$- 2 \cos x \sin x \cdot (\sqrt{2} \cdot \cancel{3} \sin^3(x) - 4 \sin(x) + 1) = 0$$

$$\cos(x) (\cos^2 3x + \sqrt{2} \cos 3x + \sin^2 3x) - \sin(x) (\sin^2 3x + \sqrt{2} \sin 3x +$$

$$+ \cancel{1} \cos^2 3x) = 0$$

$$\operatorname{tg}(2x) = \frac{\sqrt{2} \cos 3x + 1}{\sqrt{2} \sin 3x + 1}, \text{ если } \cos(2x) \neq 0$$

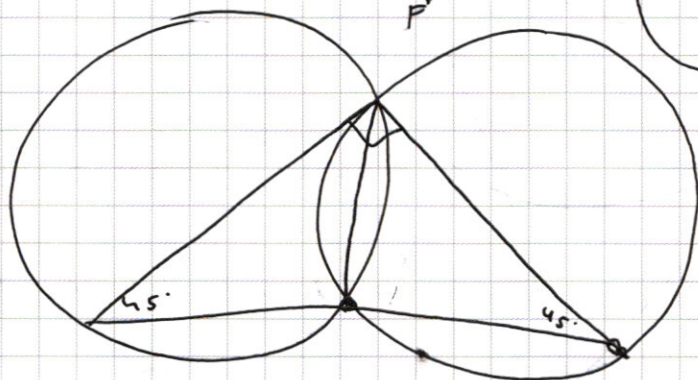
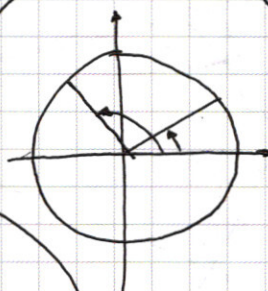
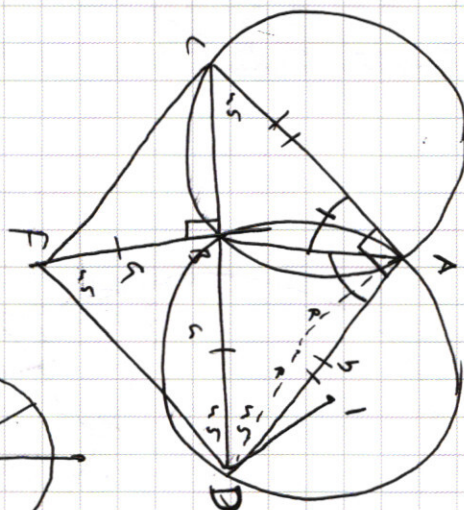
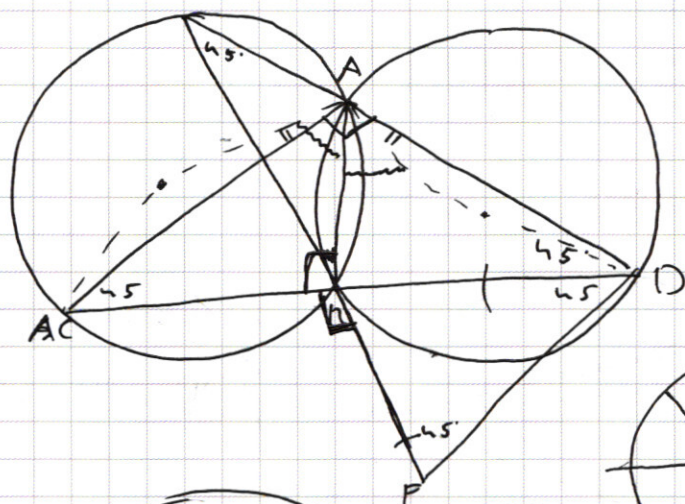
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos x (4 \cos^3 x - 3 \cos x + 1)$
 $(1 + \cos x - \cos^2 x)$

$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$
 $y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$

$93 + 3^{28} \cdot x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$
 $3^x + 3x + 3^{28}(4 - x) - 93 < 0$
 $3^x + x(3 - 3^{28})$
 31

$93 + 3(3^{27} - 1)x - 3^x + 4 \cdot 3^{28}$
 $3(3^{27} - 1)x - 3^x + 93 - 4 \cdot 3^{28}$
 $3^{28}x - 3x - 3^x + 93 - 4 \cdot 3^{28} =$
 $= 3^{28}(x - 4) - 3x - 3^x + 93$
 $f(x)$
 $f'(x) = 3^{28} - 3 - 3^x \cdot \ln(3)$
 $f'(x) > 0:$
 $3^x \cdot \ln(3) + 3 < 3^{28}$
 $3^{x-1} \cdot \ln(3) + 1 < 3^{27}$
 $x \in (-\infty; 27]$



$$17^2 \cdot 2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab = 16 + 64$$

$$CD = \sqrt{2}b$$

$$CB = \sqrt{2}b - a$$

$$CF = 2b^2 - 2\sqrt{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x - \sin 3x$$

$$2 \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(5x) \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2}b - a = 16 \Rightarrow b = \frac{16+a}{\sqrt{2}}$$

$$17^2 \cdot 2 = a^2 + \frac{256 + 32a + a^2}{2} - (16+a)a$$

$$17^2 \cdot 2 = a^2 + 128 + 16a + \frac{a^2}{2} - 16a - a^2$$

$$17^2 \cdot 4 = 256 + a^2 \Rightarrow a^2 = 30$$

$$b = \frac{46}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) + \cos(2\alpha\beta) = 0$$

$$\alpha - \beta = 4x - \frac{\pi}{4} \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin(4x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(4x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

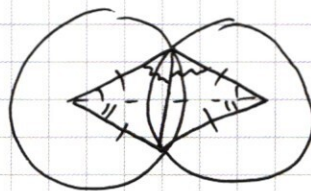
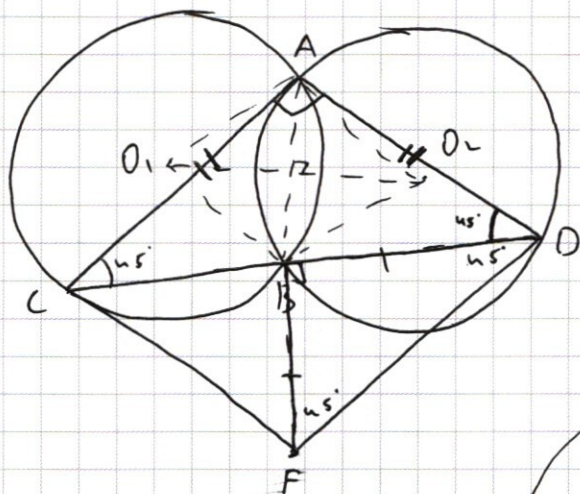
$$\cos \alpha + \cos \beta + \sin(\beta - \alpha) = 0$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\cos \alpha (1 + \sin \beta) + \cos \beta (1 - \sin \alpha) = 0$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 289 \\ \hline 289 \\ 65 \\ \hline 225 \\ 33 \\ \hline 289 \\ 1156 \\ \hline 256 \\ 900 \end{array}$$

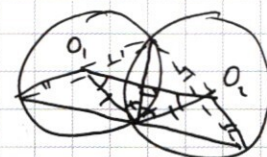
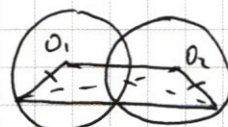
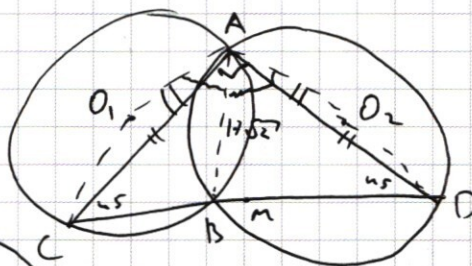
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{AB}{\sin 45} = 2R$$

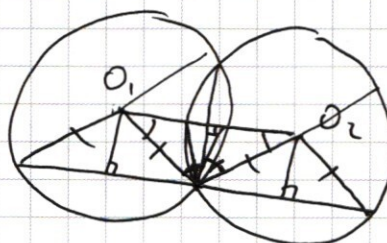
$$AB = 2 \cdot 17 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

(B, C)

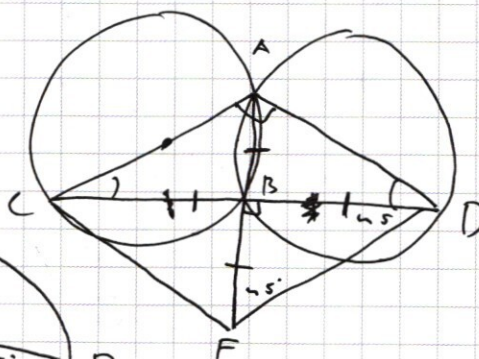


$1 + 2\sqrt{2} \cos 45$

$$\sin(\angle ABC) = \sin(\angle$$

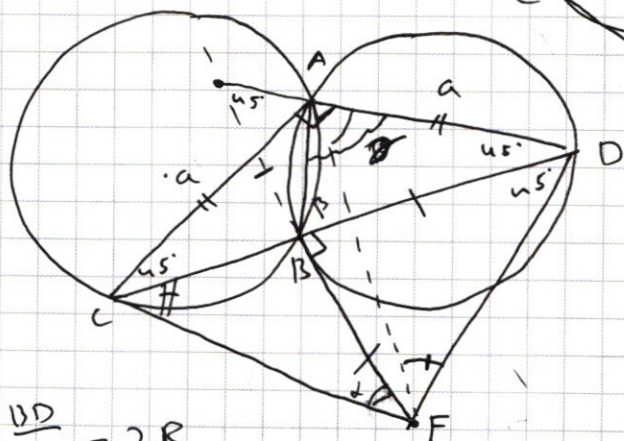


$\frac{AB}{\sin 45}$



$$AB = 17\sqrt{2}$$

$$\frac{CD}{DF} = \frac{AC}{BD}$$



$$\frac{CF}{\sin 45} = \frac{CD}{\sin(45+45)}$$

$$CF = \frac{\sin 45}{\sin(45+45)} \cdot CD$$

$$\frac{a}{\sin 45} = 2R$$

$$\frac{BD}{\sin 45} = 2R$$

$$\frac{CD}{\cos 45} = 2R$$

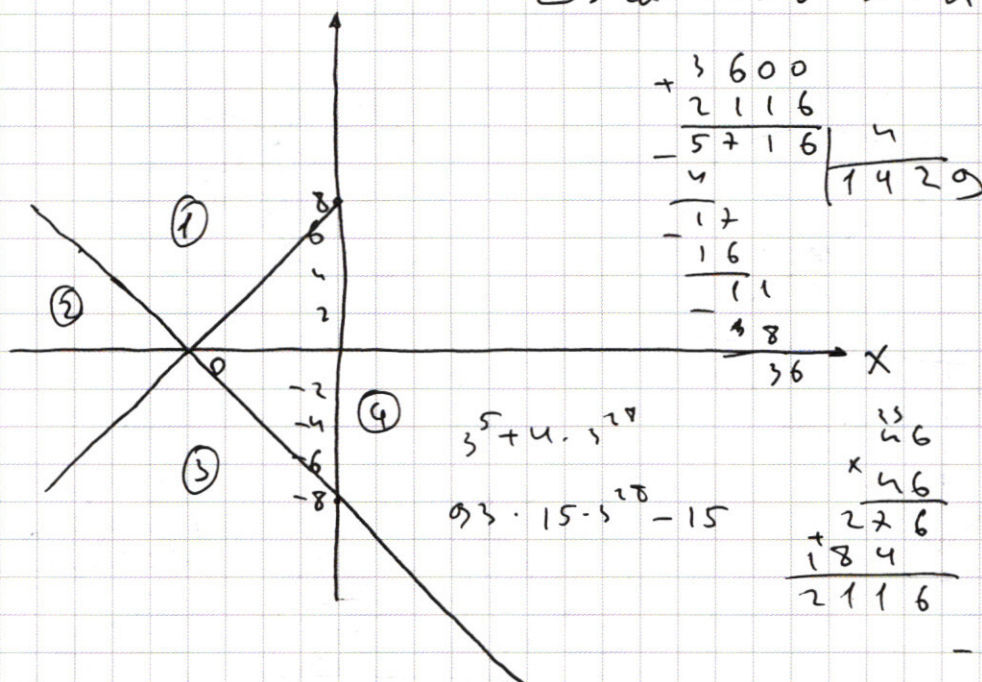
$$\frac{BD}{CD} = \tan 45$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= -x-8 \\ y &= x+8 \end{aligned}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$5 + 16$$



$$\begin{array}{r} 3600 \\ + 2116 \\ - 5716 \\ \hline 4 \\ - 17 \\ \hline 16 \\ - 11 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 1429 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5 + 4 \cdot 12 \\ 13 \cdot 15 \cdot 18 - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ - 910 \\ \hline 2690 \\ - 2116 \\ \hline 484 \\ \times 46 \\ \hline 226 \\ + 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 484 \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 121 \end{array}$$

$$\cos 4x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(2 \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos(4x - \frac{\pi}{2}) + \cos(3x + \frac{\pi}{2}) + \cos(4x) = 0$$

$$2 \cos(5x) \cos(2x - \frac{\pi}{2}) + \cos(4x) = 0$$

$$\cos(4x + 3x) = \cos(4x) \cos(3x) - \sin(4x) \sin(3x)$$

$$\sin(4x + 3x) = \sin(4x) \cos(3x) + \sin(3x) \cos(4x)$$

$$\cos 3x (\cos(4x) + \sin(4x) + 1) + \sin(3x) (\sin(4x) + 1 - \cos(4x))$$

$$\sqrt{2} \cos(5x) + \cos(2x) - \sin(2x) = 0$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 46 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 25 \\ \hline 138 \\ + 92 \\ \hline 1058 \\ + 1800 \\ \hline 2858 \end{array}$$

$$b = 25\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1156 \\ \hline 644 \\ - 2 \\ \hline 322 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 69 \\ + 46 \\ \hline 529 \\ \times 2 \\ \hline 1058 \end{array} \quad \begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 98 \\ \times 10 \\ \hline 1068 \end{array}$$

$$\sin(\angle ACF) = \frac{1156 - 98}{342} = \frac{1}{2} = -(\sqrt{2} + \frac{1}{b})$$

$$\cos 7x + \sqrt{2} \cos 4x \cos 3x + \cos 3x \quad a = -(\sqrt{2} + \frac{1}{b})$$

$$a + \sqrt{2}ab + b = 0$$

$$a(1 + \sqrt{2}b) = -b$$

$$a = -\frac{b}{1 + \sqrt{2}b}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$6 + 12 + 9 = 18 + 9 =$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 0} \\ \underline{65} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 027 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{12} 03 \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2401 \mid 7 \\ \underline{21} \\ 30 \\ \times = 0 \\ 28 \\ \underline{21} \\ - \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 497 \\ \hline 343 \\ 272 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\omega \sin \alpha + \omega \sin \beta - \sin(\alpha - \beta) = 0$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ 49 = 7^2 \end{array}$$

$$64827 = 3^3 \cdot 7$$

$$3 \cos^2 x + 2 \cos x \sin x - \sin^2 x = 0$$

$$\omega_3 \alpha + \omega_3 \beta = 2 \omega_3 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \omega_3 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

[illegible]

кет. 3 3 4 4 7

$$C_8^4 = 70$$

$$C_4' = 4 - 1^2 \quad \underline{4 + \sqrt{2} \cdot 4 \cdot 5 + 5}$$

$$4 + \sqrt{2} \cdot 4\sqrt{5} + 5$$

$$\frac{7x - \frac{11}{2} - 3x - \frac{11}{2}}{2} = 2x - \frac{11}{2}$$

C₂

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) =$$

$$160 \cdot 3 = 480$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos(3x) = \cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x \sin^2 x + 2\cos^3 x$$

$$\cos(5x + 2x) = \cos(5x)\cos(2x) - \sin(5x)\sin(2x) + \cos(2x)\cos(5x) + \sin(2x)\sin(5x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos(x)$$

$$= 2 \cos(5x) \cos(2x) \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x + \sqrt{2} \sin^4 7x \sin 3x$$

$$\sin 7x + \sin(3x) = \sin(5x) \cos(2x) + \cos(5x) \sin(2x) - \sin(5x) \cos(2x) + \sin(7x)(1 + \sqrt{2} \cos 3x) + \sin(7x)(1 - \sqrt{2} \sin 3x) = 0$$

$$\cos(4x) + \cos(5x) \sin(2x) = 2\cos(5x) \sin(2x)$$

$$2 \cos(5x) (\cos(2x) + \sin(2x)) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x \right) = \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos(4x) = 0$$

$$2 \cos(5x) \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(4x) = 0 \quad \cos\left(\frac{7x - \frac{\pi}{2} - 3x - \frac{\pi}{2}}{2}\right) = \cos\left(\frac{2x - \pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^3)} & ① \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & ② \end{cases} \quad \text{OR: } \begin{matrix} x > 0 \\ y < 0 \end{matrix}$$

$$② \quad y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x$$

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2$$

$$D = 16(x-1)^2$$

$$y = \frac{-2(x+2) \pm 4(x-1)}{2} \Rightarrow y_1 = \frac{-2x-4+4x-4}{2} = x-4$$

$$y_2 = \frac{-2x-4-4x+4}{2} = -3x$$

$$a^{\ln(x)} = a^{\frac{1}{\log_e(x)}}$$

$$y = x-4$$

$$① \quad \left(\frac{x^7}{y-x}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$$

$$\log_x \left(\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} \right) = \log_x \left(x^{2\ln(xy^3)} \right)$$

$$7\ln(-y) - \log_x((-y)^{\ln(-y)}) = 2\ln(xy^3) = 2\ln(x) + 4\ln(-y)$$

$$3\ln(-y) = \ln(-y) \cdot \log_x(-y) + 2\ln(x)$$

$$3 = \log_x(-y) \Rightarrow x^3 = -y$$

$$x^3 = 4-x \Rightarrow x^3 + x - 4 = 0$$

$$\ln(-y)(3 - \log_x(-y)) = 2\ln(x)$$

$$x^{7\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^3)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$$7\ln(-y) = 2\ln(xy^3) + \ln(-y) \log_x(-y)$$

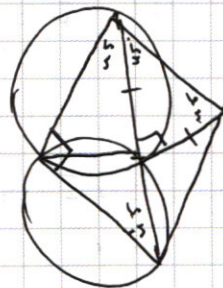
$$3\ln(-y) = 2\ln(x) + \ln(-y) \cdot \log_x(-y)$$

$$3 = 2 \frac{\ln(x)}{\ln(-y)} + \log_x(-y)$$

$$3 = 2 \cdot \log_{\frac{1}{-y}}(x) + \log_{\frac{1}{-y}}(-y)$$

$$3 = \frac{2}{t} + t \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} t=1 \Rightarrow x=-y \\ t=2 \Rightarrow x^2=-4 \end{matrix}$$

$$y = \frac{\frac{(1, -1)}{\sqrt{12^2 - 1 - 8}}}{2} = \frac{\sqrt{12^2 - 9}}{2}$$



$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс



2 0 0 0 2 0 5 5

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

Согласие на обработку персональных данных

Я, **Веприков Андрей Сергеевич**, паспорт **94 15 544664**, выдан **Отделом УФМС России по Удмуртской республике в Октябрьском районе города Ижевска 24 марта 2016 г.**, зарегистрирован по адресу **г Ижевск, ул Пушкинская, д 289, кв 134**,

даю свое согласие Образовательному Фонду «Талант и успех», зарегистрированному по адресу: Российская Федерация, 354349, Краснодарский край, г. Сочи, Олимпийский проспект, д. 40, являющемуся оператором по формированию и ведению государственного информационного ресурса о детях, проявивших выдающиеся способности (далее – оператор), на обработку следующих персональных данных:

- фамилия, имя, отчество (при наличии);
- дата рождения;
- реквизиты документа, удостоверяющего личность;
- наименование организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых обучаюсь;
- класс / курс;
- сведения о получении образования вне организаций, осуществляющих образовательную деятельность (в форме семейного образования или самообразования);
- наименования образовательных программ, по которым обучаюсь;
- сведения об обучении по индивидуальному учебному плану в организации, осуществляющей образовательную деятельность;
- сведения об индивидуальных достижениях по итогам участия в олимпиадах и иных интеллектуальных и (или) творческих конкурсах, мероприятиях, направленных на развитие интеллектуальных и творческих способностей, способностей к занятиям физической культурой и спортом, интереса к научной (научно-исследовательской), творческой, физкультурноспортивной деятельности, а также на пропаганду научных знаний, творческих и спортивных достижений, подтвержденных соответствующими документами, выданными организаторами указанных мероприятий;
- страховой номер индивидуального лицевого счета страхового свидетельства обязательного пенсионного страхования;
- мои контактные данные (телефон, адрес электронной почты).

Я даю свое согласие на использование персональных данных исключительно в целях размещения их в государственном информационном ресурсе о детях, проявивших выдающиеся способности, сопровождения и мониторинга моего дальнейшего развития.

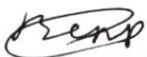
Настоящее согласие предоставляется мной на осуществление действий, включающих: сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение (обновление, изменение), использование, обезличивание, блокирование, уничтожение персональных данных, а также на передачу такой информации третьим лицам, в случаях, установленных законодательными и нормативными правовыми документами.

Персональные данные, предоставлены мной сознательно и добровольно, соответствуют действительности и корректны.

Подтверждаю, что мной дано согласие на рассылку рекламного, информационного характера от оператора и уполномоченных оператором лиц на указанный электронный адрес.

Я проинформирован, что оператор гарантирует обработку персональных данных в соответствии с действующим законодательством РФ.

Настоящее согласие действует бессрочно, но может быть отозвано в любой момент по соглашению сторон или в случае нарушения оператором требований законодательства о персональных данных.



(Подпись)

Веприков Андрей Сергеевич.

(Расшифровка подписи)

10.02.2020

(Дата)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1.

Заметим, что $64827 = 3^3 \cdot 7^4$.

Значит всего есть 2 варианта:

1) в нашем числе нет цифры „0“:

значит в нём $3, 3^2, 4, 7^2$ и $1, 1^2$

Посчитаем, сколько всего таких чисел:

C_8^4 - кол-во вариантов поставить $4, 7^2$

C_4^1 - кол-во вариантов поставить „1“ на остав-
шиеся места.

т.е. всего: $C_8^4 \cdot C_4^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} \cdot 4 = 160$

Заметим, что когда мы расставим $4, 7^2$ и „1“,
то „3“ расставляются однозначно.

2) в нашем числе есть цифра „0“:

значит в нём $1, 0^2, 1, 3^2, 4, 7^2$ и $2, 1^2$

Посчитаем, сколько всего таких чисел:

C_8^4 - кол-во вариантов поставить $4, 7^2$

C_4^1 - кол-во вариантов поставить „0“ на остав-
шиеся места

C_3^1 - кол-во вариантов поставить „3“ на остав-
шиеся места.

т.е. всего: $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} \cdot 4 \cdot 3 = 480$

Заметим, что когда мы расставим $4, 7^2, 0^2$ и

...», то «1» расставляются однозначно.

То есть всего вариантов $160 + 480 = \underline{640}$

Ответ: 640.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & \textcircled{1} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & \textcircled{2} \end{cases}$$
$$\textcircled{1} \frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln(xy^2)}$$

Заметим, что $x > 0$, т.к. $xy^2 > 0$, и, если $x=1$, то $-y=1$, т.е. $y=-1$. ~~Теперь мы знаем~~ Но эта пара не подходит во $\textcircled{2}$. Т.е. $x \neq 1$. Значит мы от обеих частей можем взять $\log_x$:

$$\log_x \left(\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} \right) = \log_x (x^{2\ln(xy^2)})$$

$$7\ln(-y) - \ln(-y) \cdot \log_x(-y) = 2\ln(x) + 4\ln(-y)$$

$$3\ln(-y) = 2\ln(x) + \ln(-y) \cdot \log_x(-y), \quad \ln(-y) \neq 0$$

т.к. если $y=-1$, то $x=1$, а эта пара нам не подходит по $\textcircled{2}$. Значит можно поделить на $\ln(-y)$:

$$3 = 2 \frac{\ln(x)}{\ln(-y)} + \log_x(-y); \quad \frac{\ln(x)}{\ln(-y)} = \log_{(-y)}(x).$$

$$3 = 2 \log_{(-y)}(x) + \log_x(-y), \quad \text{поставь } t = \log_x(-y), \text{ тогда}$$

$$\log_{(-y)}(x) = \frac{1}{t};$$

$$3 = \frac{2}{t} + t; \quad t \neq 0 \quad \text{т.к. } x \neq 1 \Rightarrow \text{ домножим на } t:$$