

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа. 10080

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(51).

$$\begin{array}{r}
 64827 \mid 3 \\
 \underline{-6} \\
 04 \\
 \underline{-3} \\
 18 \\
 \underline{-18} \\
 027
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 21609 \mid 3 \\
 \underline{-6} \\
 7203 \\
 \underline{-6} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 00
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2401 \mid 3 \\
 \underline{-6} \\
 21 \\
 \underline{-21} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 343 \mid 7 \\
 \underline{-7} \\
 28 \\
 \underline{-28} \\
 49 \\
 \underline{-49} \\
 0
 \end{array}$$

$64827 \mid 3$
 $21609 \mid 3$
 $7203 \mid 3$
 $2401 \mid 7$
 $343 \mid 7$
 $49 \mid 7$
 $7 \mid 7$

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

т.к. число 8-ми значное, то мы должны разложить это на 8 множителей; так же известно, что если число кратно 7, то это только 7, значит остается еще 4 цифры которые в произведении дают 27.

Значит числа, которые нас интересуют состоят из ~~двух~~ четырех цифрок и еще четырех цифр, которые в произведении дают 27. Среди этих цифр могут быть 1, 3, 9 - делители 27 среди цифр.

значит есть такие варианты:

любые перестановки из 1, 3, 3, 3 и любые перестановки из 1, 1, 3, 9, значит в 1-м случае будет

$\frac{8!}{4! \cdot 3!} = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$, а во втором случае $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$
 (т.к. цифры из 4х "3" и 3х "3") (четыре "7" и две "1")

В сумме это получается $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot (1+3) =$

$$= 10 \cdot 16 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{80} = 1120$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 63 \\ \hline 18 \\ 180 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 16 \\ \hline 24 \\ 64 \\ \hline 112 \end{array}$$

Ответ: ~~10080~~

Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad (\sqrt{2}).$$

$$2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} + 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \sin \frac{7x-3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x)$$

① $\cos 2x + \sin 2x \neq 0$, тогда можем сократить.

$$2 \cos 5x = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$$

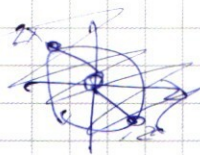
Решение ① $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\sin 2x$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Решение ② $\cos 2x + \sin 2x \neq 0$, тогда $2 \cos 5x = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$

$$\cos 5x = \frac{-\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \cos(\frac{2x-\pi}{4}))$$

$$\cos 5x = \frac{-\sqrt{2}}{2} (2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin(2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$\cos 5x = -\sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 5x = \cos(\frac{3\pi}{4} - 2x)$$

Реш

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$2\cos\left(\frac{5x + \frac{3\pi}{4} - 2x}{2}\right)\cos\left(\frac{5x - \frac{3\pi}{4} + 2x}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) = 0$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} = \pi k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} = \pi k_4, k_4 \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4 \cdot 7} + \frac{2\pi}{7}k_4, k_4 \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) = 0$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k_4, k_4 \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k_1}{2} \mid k_1 \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k_3}{3} \mid k_3 \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k_4}{7} \mid k_4 \in \mathbb{Z}\right\}$.

① $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k_3}{3}, k_3 \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k_4}{7}, k_4 \in \mathbb{Z}$

② $x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k_1}{2}, k_1 \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k_1}{2} \mid k_1 \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k_3}{3} \mid k_3 \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k_4}{7} \mid k_4 \in \mathbb{Z}\right\}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(57)

По сути нас спрашивают сколько целых чисел на ^{всех} ^{покупателях}

$$(3^x + 4 \cdot 3^{28}, 93 + 3(3^{27} - 1)x], \text{ при } x, \text{ когда верно,}$$

что $3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$

$$3^x + 4(3^{28} - 3) < 81 + (3^{28} - 3)x$$

$$3^x - (x - 4)(3^{28} - 3) < 3^4, \text{ если } x < 4, \text{ точно не верно,}$$

если $x = 4$, то там равенство, тогда как для некоторых

$x > 4$ это верно. Понятно, что степенная функция 3^x растёт быстрее, чем $(x - 4)(3^{28} - 3)$ — линейная. Значит в какой-то отрезок разница между ними будет < 81 , а потом всегда больше.

$$3^x - 3^4 < (x - 4)(3^{28} - 3)$$

$$3^{x-4} - 1 < (x - 4)\left(3^{24} - \frac{1}{27}\right)$$

Т.к. $x > 4$, то $x \geq 5$, значит обе части монотонизат.

Посмотрим на логарифмы обеих частей по основанию 3.

то, что слева будет больше, чем $x - 5$, а то, что справа будет меньше, чем $\log_3(x - 4) + 24$. Пусть $t = x - 4$

$$t < \log_3 t + 25 \quad (\text{будем считать, что } x = 5 \text{ проверили})$$

тогда $t < 27 \Rightarrow x < 31$ (там уже будет дураки проверять).

подставим 30:

$$93 + 3 \cdot 30(3^{27} - 1) > 3^{30} + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3 + 30 \cdot 3^{28} > 3^{28}(9 + 4) \text{ - работает.}$$

подставим 31:

$$93 + 3 \cdot 31(3^{27} - 1) > 3^{31} + 4 \cdot 3^{28}$$

$$31 \cdot 3^{28} > 3^{28}(27 + 4) \text{ не верно, тут рав-во.}$$

подставим 5:

$$93 + 3 \cdot 5(3^{27} - 1) > 3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 - 15 + 15 \cdot 2^{28} > 3^5 + 4 \cdot 3^{28} \text{ - верно.}$$

Значит при $x \in [5; 30]$ это выполнено. (непрерывность и монотонность)

Значит нам нужно подсчитать такую сумму:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=5}^{30} (93 + 3(3^{27} - 1)n - 3^n - 4 \cdot 3^{28}) = \\ & = 26 \cdot 93 + \sum_{n=5}^{30} (-3n) + \sum_{n=5}^{30} 3^{28} \cdot (n-4) = \sum_{n=5}^{30} 3^n = \\ & = 26 \cdot 93 - 3 \cdot \left(\frac{30 \cdot 31}{2} - \frac{4 \cdot 5}{2} \right) + 3^{28} \cdot \left(\frac{26 \cdot 27}{2} \right) = 26 \cdot 93 - \frac{3^3 - 3}{2} + 120 = \\ & = 1053 + 3^{28} \cdot 351 = 3 \cdot 351 + 351 \cdot 3 = 351(3 + 3^{28}) = \\ & = 1053 \cdot (1 + 3^{27}) - \frac{3^{31} - 3}{2} + 120 \end{aligned}$$

Ответ:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(53).

Пусть $z = -y$, тогда $x > 0$ и $z > 0$ (из усл.).

$$\frac{x^{7\ln(z)}}{z^{\ln z}} = x^{2\ln(xz^2)}$$

$$x^{2\ln(xz^2)} = x^{2(\ln x + \ln z + \ln z)} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln z} \cdot x^{2\ln z}$$

$$x^{7\ln(z)} = z^{\ln z} \cdot x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln z} \cdot x^{2\ln z}$$

$$x^{3\ln z} = z^{\ln z} \cdot x^{2\ln x}$$

$$e^{(\ln x) 3\ln z} = e^{\ln z \cdot \ln z} \cdot e^{\ln x \cdot 2\ln x}$$

$$3\ln x \ln z = \ln^2 z + 2\ln^2 x$$

$$3\ln z = \frac{\ln^2 z}{\ln x} + 2\frac{\ln^2 x}{\ln z}$$

$$3\ln^2 z - 3\ln z \ln x + 2\ln^2 x = 0$$

$$D = B^2 - 4AC = 9\ln^2 x - 4\ln^2 x = \ln^2 x$$

$$\ln z = \frac{3\ln x + \ln x}{2} = 2\ln x \Rightarrow x = y^2 \text{ Пусть это } ①$$

$$\ln z = \frac{3\ln x - \ln x}{2} = \ln x \Rightarrow x = -y \text{ а это } ②$$

Тогда ②: $y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0$

$$-4y^2 - 8y = 0 \Leftrightarrow y(y+2) = 0$$

$$y = 0 - \text{не угод. усл. (} y < 0 \text{)}$$

$$y = -2 - \text{угод. усл.} \rightarrow x = 2; y = -2$$

$$④: x = y^2$$

$$y^2 + 2y^3 - 3y^4 + 12y^2 + 4y = 0$$

$$3y^4 - 2y^3 - 13y^2 - 4y = 0$$

т.к. $y \neq 0$, то

$$3y^3 - 2y^2 - 13y - 4 = 0$$

Формула Кордана лоп.

Ответы: $(2; -2)$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1053 + 120 + 23$$



черновик

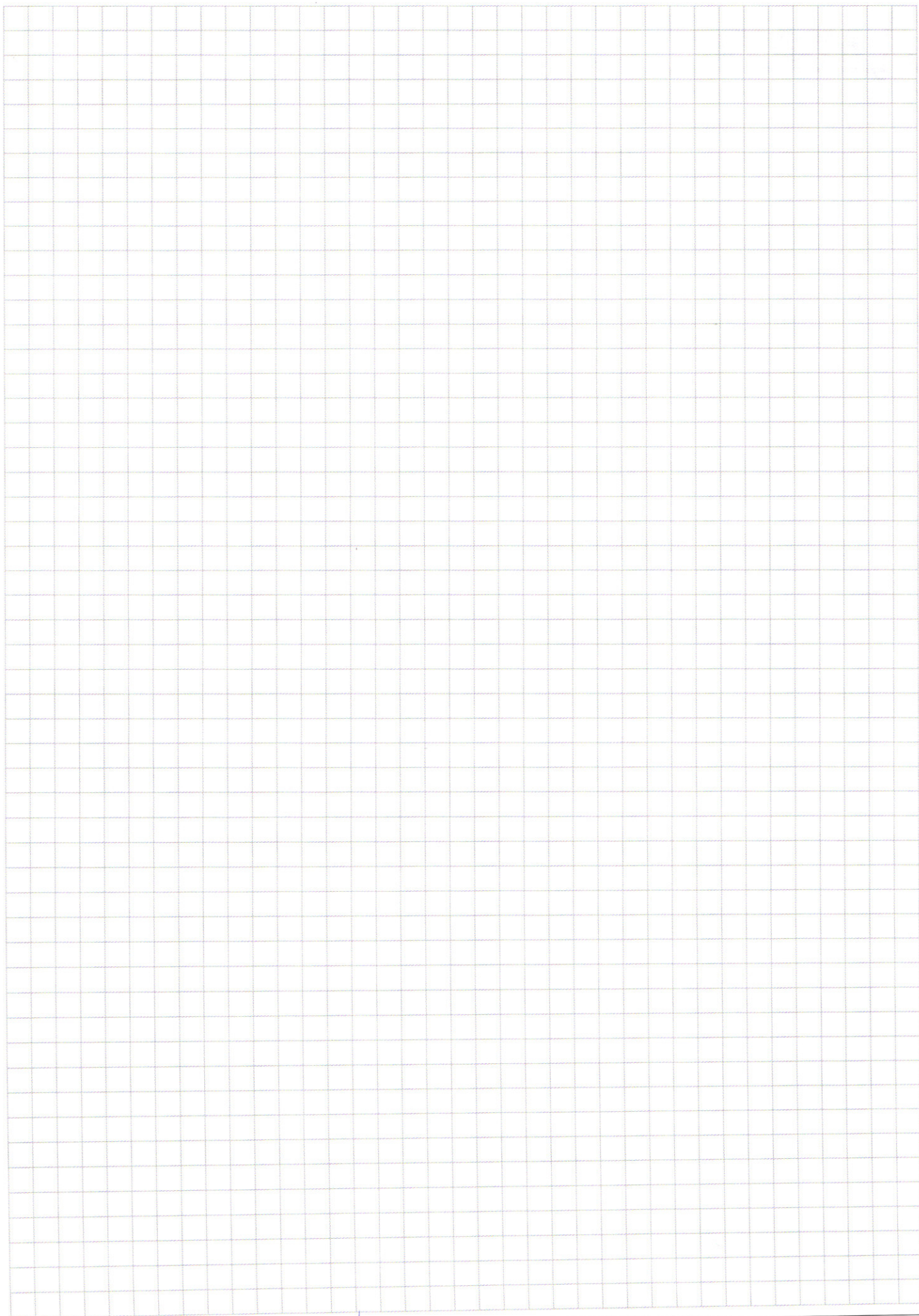


чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По сути нас спрашивают сколько ⁽²⁷⁾
~~возможных~~ целых чисел на $(3^x + 4 \cdot 3^{28}; 93(3^{27} - 1)x]$ (если он ^{корректно}
^{(на самом деле}
^{конца)}

Для начала поймём, а для каких x верно, что

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + (3^{27} - 1)x \cdot 3$$

$$3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27} < 31 + (3^{27} - 1)x$$

$$3^{x-1} < 31 + 3^{27}(x-4)$$

$$3^x + 4(3^{28} - 3) < 81 + (3^{28} - 3)x$$

$$3^x - 3^4 < (3^{28} - 3)(x - 4)$$

$$3^{x-3} - 3 < (3^{28} - 3)(x - 4)$$

т.к. то, что слева > 0 , при $x > 4$, то, а то что справа больше ^{этого}

при $x > 4$ верно такое:

$$\log_3(3^{x-3} - 3) < \log_3((3^{28} - 3)(x - 4))$$

$$3 + 1 + \log_3(3^{x-4} - 1) < 1 + \log_3(3^{27} - 1) + \log_3(x - 4)$$

$$3 + 1 + x - 4 - \varepsilon_1 < 1 + \log_3 27 - \varepsilon_2 + \log_3(x - 4)$$

$$-24 + 8 + 26 - 4$$

$$3 \cdot 8 - 2 \cdot 4 - 13 \cdot 2 - 4$$

$$24 - 8 - 28 - 4$$

$$3 \cdot 27 - 2 \cdot 9 - 13 \cdot 3 - 4 =$$

$$= 3(27 - 6 - 13) - 4$$

$$3 \cdot 8 - 4$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Предположим, $x \neq 0$,

тогда

$$\frac{x^7 \ln(-y)}{y \ln(-y)} = x^{2 \ln x + 2 \ln y}$$

$x \neq 0, y \neq 0$

$$x > 0$$

$$y < 0$$

$$z = -y$$

$$z > 0$$

$\frac{z}{x}$
 $\frac{x}{z}$

$$(y^2 + 2xy + x^2) - (x^2 - 12x + 9) + 4y + 9 = 0$$

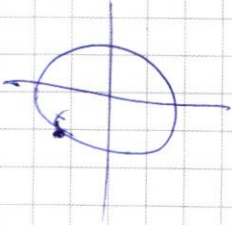
$$\left(\frac{x^7}{z}\right)^{\ln z} = x^{2 \ln x z^2}$$

$$(x+y)^2 - (x-3)^2 = -4y-9$$

$$-(y^2 - 4y + 4)$$

$$x^7 \ln z = z^{\ln z} \cdot x^{\ln z} \cdot x^{\ln z} \cdot x^{\ln z} \cdot x^{\ln z}$$

$$|x|^2 + |y|^2 = 1 \quad x^{7 \ln(z)} = z^{\ln(z)} \cdot x^{2 \ln(xz^2)}$$



$$e^{7 \ln(x) \ln(z)} = e^{2 \ln^2(z)} \cdot e^{2 \ln(x) \ln(xz^2)}$$

$$10^{7 \cdot 3} = 10^{2 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$e^7 = e^{\ln z \cdot 2 \ln(xz^2)} \cdot e^{\ln x} \cdot e^{\ln z} \cdot e^{\ln z}$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$t = x+y$$

$$|t+8| + |x-t-2y+8| = 16$$

$$x=0$$

$$x=1$$

$$x=3$$

$$x=5$$

$$x=4$$

$$x=5$$

$$x=6$$

$$|x+y+8| = 0$$

$$1) x+y+8 \geq 0$$

$$y = -x-8$$

$$2) x+y+8 < 0$$

$$y = -x-8$$

$$31 + 3x - x = 0$$

$$x(3-1) = -31$$

$$x = \frac{-31}{3-1}$$

$$31 + x(3-1) = 0$$

$$x > 0$$

$$93 + 3x - 3x > 3 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$31 + 3x - x > 3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27}$$

$$f(x) > g(x)$$

$$e^{x-1} = e^{x-1}$$

$$f' = 3^{x-1} - 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2y^2 + 4xy - 6x^2 + 24x + 8y = 0$$

$$(y^2 + 4xy + 4x^2) - (y^2 + 8y + 4) + 6(x^2 + 4x + 4) - 16x^2 - 24 - 4 = 0$$

$$(y+2x)^2 - (y+2)^2 + 6(x+2)^2 = 16x^2 + 28$$

$$(y^2 + 4y + 4) - 3(x^2 - 4x + 4) + 2xy + 8 = 0$$

$$(y+2)^2 - (x+2)^2 = -2xy - 8$$

$$93 + 30(3^{27} - 1) - 3^{10} + 4 \cdot 3^{28} \quad \frac{82}{11} + \frac{1}{11} = X$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{28} \leftarrow 93 - 3(3^{27} - 1) 5$$

$$3^{28} - 45 - 3^5 + 93$$

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{11} = X$$

$$\frac{21}{11} = \frac{4}{11} - \frac{5}{11}$$

$$\frac{5}{11} + \frac{21}{11} = X$$

$$93 + 3 \cdot 31(3^{27} - 1) > 3^{31} + 4 \cdot 3^{28}$$

$$31 \cdot 3^{28} > 3^{28}(4 + 27)$$

$$93 + 3(3^{27} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 4(3^{28} - 3) < 81 + (3^{28} - 3)x$$

$$3^x - (x-4)(3^{28} - 3) < 81$$

если $x < 4$, то это тоже верно.

при $x < 4$ тоже не выполняется, т.к. $3^4 = 81$.

$$3^x - 81 < (x-4)(3^{28} - 3)$$

$$(x-4)(3^{28} - 3) < (x-4)(3^{28} - \frac{1}{27})$$

$$x-5 < \log_3(x-4) + 24$$

$$t = x-4; \log_3 t = \alpha$$

$$t < \log_3 t + 25$$

$$3^\alpha < \alpha + 25$$

$$150 + 15 + 1200 =$$

$$\begin{array}{r} 4357 \\ \times 3 \\ \hline 13071 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2418 \\ \times 1365 \\ \hline 1053 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 453 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2221 \\ \times 2 \\ \hline 4442 \end{array}$$

$$x < 31$$

$$t < 27$$

$$\alpha < 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 = 2(\cos^2 x - 1)^2 - 1$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\varphi = \frac{\alpha + \beta}{2}; \psi = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\sin(\varphi + \psi) = \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi$$

$$\sin(\varphi - \psi) =$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(y^2 + 2xy + x^2) + (y^2 + 2y + 1) - (y^2 - 2y + 1) - \left(x^2 - 12x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\varphi + \psi) = \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi$$

$$\cos(\varphi - \psi) = \cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(y + x)^2 + 4y = 4x^2 + 12x$$

$$2y^2 + 4xy - 6x^2 + 24x + 8y = 0$$

$$(y^2 + 4xy + 4x^2) + (y^2 + 8y + 16) = 10x^2 + 24x$$

$$-(2x^2 - 12x + 8) - (y^2 - 4y + 4) + x^2 + 2xy = 0$$

$$-3(x^2 - 4x + 4)$$

$$(2x - 3)^2 + (y - 2)^2 = x(x + 2y)$$

$$2\cos^2 x - 1 - 2\sin x \cos x$$

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$93 + 3(3^{28} - 1)y > y + 3^x + 4 \cdot 3^{28} \quad (x-4) > \frac{3^3(3^{x-4} - 1)}{(3^{27} - 1)}$$

~~$$93 + 3(3^{28} - 1)y > y + 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$~~

~~$$93 + x \cdot 3^{28} - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$~~

~~$$93 + 3^{28}(x-4) - 3x > 3^x$$~~

$$93 + 3x(3^{28} - 3) > 3^x + 4 \cdot 3^{28} - 12 + 12 + 4(3^{28} - 3)$$

$$81 + x(3^{28} - 3) > 3^x + 4(3^{28} - 3)$$

~~$$81 + (x - 4)(3^{28} - 3) > 3^x - 81$$~~

$$(x-4)(3^{28} - 3) > 3^x - 162$$