

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5
$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

1) $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$ — ур-ие окр-ти с центром в т. $(8; 15)$ и радиусом $R = \sqrt{a}$, $(a \geq 0)$

Ур-ие (2) — 4 окр-ти, симм. отражением отн. Оу, а затем Ох (или наоборот).

Их центры имеют коорд-ты $(8; 15)$, $(-8; 15)$, $(-8; -15)$, $(8; -15)$ и $R = \sqrt{a}$

2) Перепишем (1):

$$|y + (x+8)| + |y - (x+8)| = 16$$

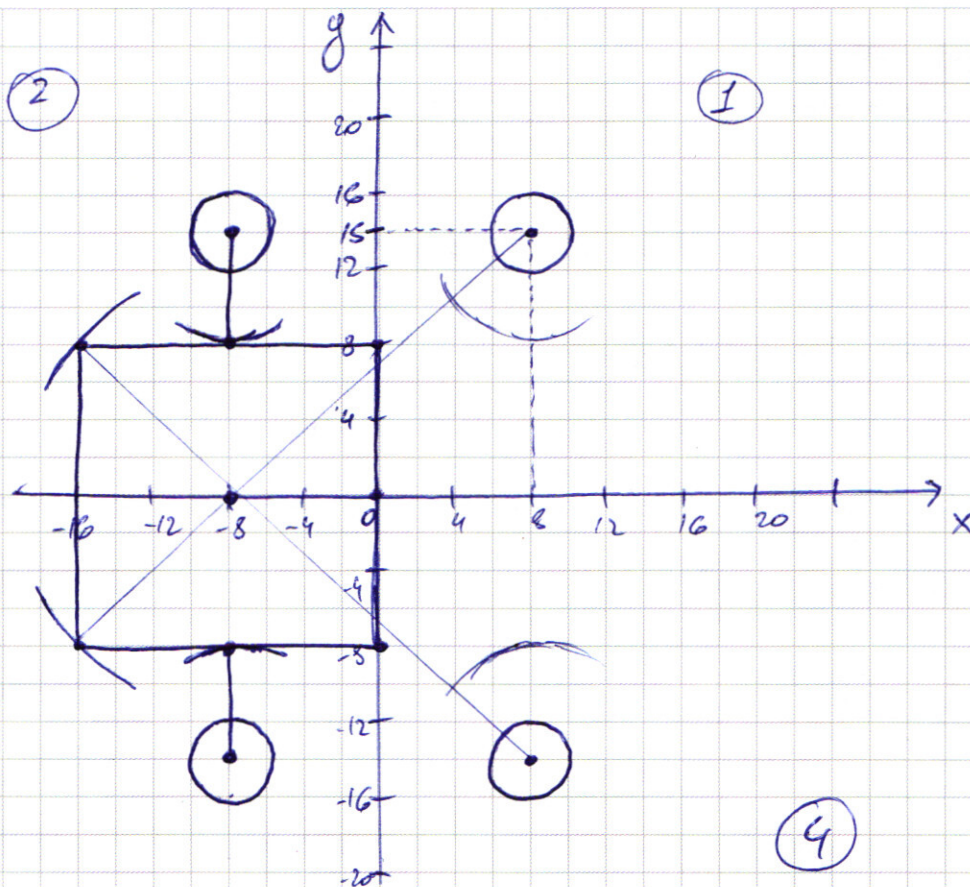
Заметим, что при замене y на $(-y)$ ~~левая часть~~ левая часть ур-я не изменяется

а) $\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases} \rightarrow y+x+8 + y-x-8 = 16$
 $y=8 \rightarrow \begin{cases} 8 \geq -x-8 \\ 8 \geq x+8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -16 \\ x \leq 0 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y-x-8 + y-x-8 = 16 \\ -2x-16 = 16 \end{cases} \rightarrow x = -16$

$$\begin{cases} y \leq 8 \\ y \geq -8 \end{cases}$$

в) $\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y-x-8 - y+x+8 = 16 \\ -2y = 16 \end{cases} \rightarrow y = -8 \rightarrow x \in [-16; 0]$



$$2) \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases}$$

$$y+x+8 - y+x+8 = 16$$

$$\underline{x=0} \rightarrow y \in [-8; 8]$$

Т.о. получим, что решение ур-ня (1) выглядит как квадрат, стороны кот.

11-ны осей координат, тогда пересек. диагоналей — т. $(-8; 0)$, длина стороны 16

3) Изобразим (1) и (2) в одной коорд. системе. Назовём первой окр-ть в I четверти, 2^я — во II четверти и т.д.

2 решения данной системы возможны в нескольких случаях:

а) 2 и 3 окр-ть кас. боковых и ниж. сторон квадрата

б) 1 и 4 окр-ть проходит через см стр 3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

вершины квадрата, наиболее удаленные от их центров.

и) Случай а):

Радиус окружности равен $R = 15 - 8 = 7 \Rightarrow \underline{a = 49}$

Случай б):

Радиус равен расстоянию между т. $(8; 15)$ и т. $(-16; -8)$:

$$R = \sqrt{(8 - (-16))^2 + (15 - (-8))^2} = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{a}$$

$$a = 24^2 + 23^2 = 1005$$

Р.З. при дальнейшем увеличении радиуса решений не будет совсем, при $R \in (7; \sqrt{1005})$ решений всегда больше 2

Ответ: $a = 49$; $a = 1005$

$$\textcircled{N3} \left(-\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \quad (1)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

1) Из ОДЗ логарифмов:

$$\begin{cases} -y > 0 \\ xy^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

2) Пусть $Z = -y$. Тогда перепишем (2):
($Z > 0$)

$$z^2 - 2xz - 3x^2 + 12x - 4z = 0$$

$$z^2 - 2(x+2)z - (3x^2 + 12x) = 0$$

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 + 12x = 4(x^2 - 2x + 1) = (2x - 2)^2$$

$$z = x + 2 \pm (2x - 2) \rightarrow \begin{cases} z = x + 2 + 2x - 2 \\ z = x + 2 - 2x + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 3x \\ z = 4 - x \end{cases}$$

$$z > 0 \Rightarrow 4 - x > 0 \Rightarrow \underline{x < 4}$$

3) Ищем:

$$a) \left(\frac{x^7}{3x}\right)^{\ln z} = x^{2\ln(xz^2)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(3x^3)}$$

$$x^{6\ln(3x)} = 3^{\ln(3x)} \cdot x^{2(\ln(3x)^3 - \ln 3)}$$

$$x^{6\ln(3x)} = 3^{\ln(3x)} \cdot x^{6\ln(3x)} \cdot x^{-2\ln 3}$$

$$x^{6\ln(3x)} (3^{\ln(3x)} \cdot x^{-2\ln 3} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x^{6\ln(3x)} = 0 & \text{— нет действ. решений} \\ \frac{3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}}{(x^{\ln 3})^2} = 1 \end{cases}$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln x}, \text{ поскольку } x = 3^{\log_3 x} = 3^{\frac{\ln x}{\ln 3}},$$

при этом $3^{\ln x} \neq 0$, тогда:

$$3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} = (x^{\ln 3})^2 \rightarrow 3^{\ln 3} = 3^{\ln x}$$

$x = 3$ — единственное
реш. ~~тогда~~

$$b) z = 4 - x:$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^2)} \quad (x \neq 4)$$

$$x^{7\ln z} = z^{\ln z} x^{2(\ln z^2 + \ln x)}$$

$$x^{7\ln z} = z^{\ln z} \cdot x^{4\ln z} \cdot x^{2\ln x} \quad (x^{4\ln z} \neq 0)$$

$$x^{3\ln z} = z^{\ln z} x^{2\ln x}$$

$$x^3 = z x^{2\log_z x} \rightarrow x^3 = (4-x) \cdot x^{2\log(4-x)} x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Обе ф-ии монотонны при $x \in (0, 4) \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ возможен только 1 корень на
 этом промежутке:

$$x + \frac{x^3}{x^{2 \log_{(4-x)} x}} = 4 \quad - \text{верно только для } x=2$$

$$\left(2 + \frac{8}{2^{2 \cdot 1}} = 4 \right.$$

$$\left. 2 + \frac{8}{4} = 4 \quad - \text{верно} \right)$$

4) Т.о., имеем 2 решения:

из а) $x=3 \Rightarrow z=3x=9 \Rightarrow y=-9$

из б) $x=2 \Rightarrow z=4-x=2 \Rightarrow y=-2$

Ответ: $(3; -9)$ и $(2; -2)$

№1 1) Разложим 64287 на простые
 мн-ли:

$$64287 = 3^3 \cdot 7^7$$

Значит в числе обязательно присутствуют
 4 цифры "7" и либо 3 цифры "3", либо
 2 цифры "3" и 1 цифра "9". Все
 остальные места должны быть заняты
 единицами

2) Рассм. 2 случая:

"тройку" ставим 8 способами, "девятку" -
 7 (или наоборот, порядок в данном случае

не бачен).

Остается 6 мест, в кот. надо поставить 2 „единицы“ (тогда „семерки“ встанут однозначно). Первую ставим 6-способами, 2-5-ю. Целого способов:

$$N_1 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 56 \cdot 30 = \underline{\underline{1680}}$$

3) Аналог. для 1 случая:

Единица ставится 8 способами. На оставшиеся 7 мест 3 тройки встанут $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ способами, тогда семерки встанут однозначно. Т.о. $N_2 = 8 \cdot 210 = \underline{\underline{1680}}$

Тогда всего способов $N = N_1 + N_2 = 2 \cdot 1680 = \underline{\underline{3360}}$

Ответ: существует 3360 таких чисел

(N4) 1) Построим др пирамиды, основание кот. явл. сечение в площадью 16, а вершина - т. S. [ΔABC - прав, т.к сфера кас. 3-м ребер] Сечение, ||-ое основанию ABC ($S_{ABC} = 16$, (ABC) кас. сфере) подобны между собой Пусть A'B'C' - сечение, кас. сфере и имеющее $S = 9$. Пусть $f(A'B'C', S) = 3x = p_1$

Тогда из подобия

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \underline{\underline{p_2 = 4x}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

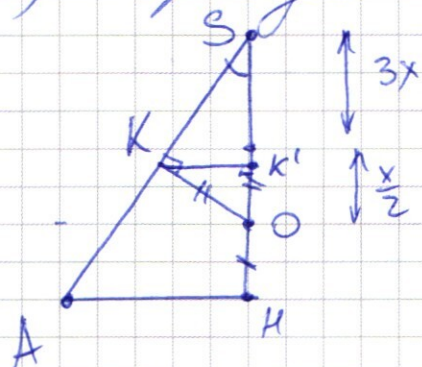
При этом $\rho_2 - \rho_1 = 2R \Rightarrow R = \frac{x}{2}$ — радиус сферы

2) Расст. от т. S до т. O — $3x + R = \frac{7}{2}x$, от т. K до т. O — $\frac{x}{2}$ (т.к. KO — радиус)

$$\text{Тогда } \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{\frac{1}{2}x}{\frac{7}{2}x} = \frac{1}{7} \quad (KO \perp AS)$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$$

3) Перейдём в м-тб (AOS):



Пусто K' — пр-из т. K на SO.

Тогда $SK' = KK' \cdot \cot \angle KSO$,
 $KK' = KS \sin \angle KSO$

По т. Пифагора:

$$KS = \sqrt{SO^2 - KO^2} = \sqrt{\frac{49x^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2} \sqrt{48} = 2x\sqrt{3}$$

$$\text{Тогда } KK' = \frac{2\sqrt{3}}{7}x$$

4) Поскольку SABC — прав. параллелепипед,

$$(KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow \frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{KK'}{AH}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{SK'}{SH}\right)^2; \quad SK' = KS \cos \angle KSO = 2\sqrt{3}x \cdot$$

$$\cdot \sqrt{1 - \frac{1}{49}} = 2\sqrt{3}x \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7} = \frac{24x}{7}$$

$$\text{Т.о.}, S_{KLM} = S_{ABC} \cdot \left(\frac{24x}{7 \cdot 4x}\right)^2 = \frac{36}{49} \cdot 16 = \frac{576}{49}$$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{7}$; $\frac{576}{49}$

$$\textcircled{N2} \quad \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin(\frac{\pi}{2} - 2x)) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}/2 \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos(5x) (\cos(2x) + \sin(2x)) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(4x) = 0$$

$$\cos x = a:$$

$$\left((4a^3 - 3a)(2a^2 - 1) \pm \sqrt{1 - (4a^3 - 3a)^2} \sqrt{1 - (2a^2 - 1)^2} \right) \cdot \left(2a^2 - 1 \pm \sqrt{1 - (2a^2 - 1)^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} (2(2a^2 - 1)^2 - 1) = 0$$

$$\rightarrow \cos^2(5x) (1 + 2 \cos(2x) \sin(2x)) = \frac{\cos^2(4x)}{2}$$

$$2 \cos^2(5x) (1 + \overset{\cos(4x)}{\cos(4x)}) = \cos^2(4x)$$

$$4 \cos^2(5x) (\cos^2(2x)) = \cos^2(4x)$$

$$\rightarrow 2 \cos(5x) \cos(2x) = \pm \cos(4x)$$

$\cos(x)$ — чет. ф-ция $\Rightarrow$ если x — реш., то $u(-x)$ — реш.

$$\rightarrow \cos(7x) + \cos(3x) = \pm \cos(4x)$$

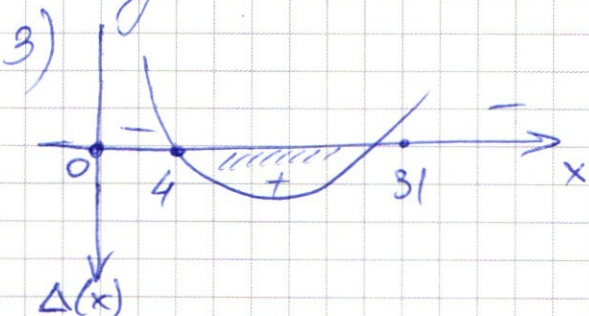
Из ур-ня $f(a) = 0$ замечаем, что

$$a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ явл. решением} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi m$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- №7) $y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$
- 1) $\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq x \cdot 3^{28} + 93 - 3x \end{cases}$
- Пусть $3^x + 4 \cdot 3^{28} = f(x)$, $x \cdot 3^{28} + 93 - 3x = g(x)$
- Видно, что $f(x) = g(x)$ при $x = 4$
- Рассм. разность $g(x)$ и $f(x)$ когда она отрицательна, решим что это не может быть:
- $$\begin{cases} y > f(x) \\ y \leq g(x) \\ f(x) < y \leq g(x) \end{cases} \Rightarrow f(x) < g(x)$$
- $$\Delta(x) = g(x) - f(x) = 3^{28}(x - 4) + (93 - 3x - 3^x) < 0$$
- $$\Delta(4) = 0 \quad \Delta(31) = 0$$
- 2) $\Delta'(x) = 3^{28} + (-3 - \ln 3 \cdot 3^x) = 0$ — имеет лишь 1 корень $\Rightarrow \Delta(x) = 0$ имеет не более 2 корней $\Rightarrow x_1 = 4$ и $x_2 = 31$ — единственные корни
- 3) 
- $$\Delta(x) > 0 \text{ при } x \in (4; 31) \Rightarrow x \in [5; 30] \text{ (т.к. } x \in \mathbb{Z})$$
- 4) Всего $30 - 5 + 1 = 26$ значений x , при

кот. выполняется обязательное условие
 $g(x) > f(x)$

5) т.к. x может принимать лишь
натур. значения, $(3^x \leq 4 \cdot 3^{28}) \in \mathbb{N} \Rightarrow$
 $\Rightarrow y \in \mathbb{N}$, т.е. система пер-в
может иметь решения только при напу-
равных x и y , а не целых $(x > 0, y > 0,$
 $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z})$

6) Кол-во y определяется тем,
какое значение принимает $\Delta(x)$ в т. x_0 .

$y_x = \Delta(x)$, тогда общ. число решений:

$$N = \sum_{x=5}^{30} (3^{28}(x-4) + (93-3x-3^x))$$

Ответ: $N = \sum_{\substack{i=5 \\ i \in \mathbb{N}}}^{30} [3^{28}(i-4) + (93-3i-3^i)]$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)) + \cos \frac{\pi}{4} \cos 4x = 0$$

$$2\cos \frac{\pi}{4} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 2\cos \frac{\pi}{4} (\cos 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x$$

$$x^{2(\ln(3x)^3 - \ln 3)}$$

$$-y = z:$$

$$\left(\frac{x^7}{2}\right)$$

$$2 \log_2 8 = 8$$

$$3^{\ln x} =$$

$$x^{\ln 3}$$

$$3^{\log_x 3} = 3$$

$$\ln 3^{\log_x 3} = \ln 3$$

$$3^{\ln x \log_x 3} = 3^{\ln x}$$

$$x^{\ln 3} =$$

$$3^{\ln e^2} = 9$$

$$(e^{\ln 3})^2 = 9$$

$$x^3 = z \cdot x^{\log_2 z}$$

$$\log_3 9 = 25$$

$$x^{\ln 3} =$$

$$3^{\ln x} = x^{\ln 3}$$

$$\frac{\ln x}{\ln 3} = 3 \log_3 x = x$$

$$9^{\log_3 9} = 81$$

$$x^3 = (x^{\log_{4-x} x})^2$$

$$27^{\log_3 27} = 3^9$$

$$x^{\log_2 x}$$

$$\ln z = 0$$

$$z = 1 \quad 1 = 1$$

$$x = 3 \quad 3^{\log_3 9} = 9$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2 \log_2 8 = 8$$

$$a^{\frac{1}{\log_a e}} = a^{(\log_a e)^{-1}}$$

$$a^{\ln b} = b \ln a$$

$$a^{b^c} \neq a^{bc}$$

$$x^3 - (4-x)x^{2\log(u-x)x} = 0 \quad x > 0 \quad x < 4$$

$$3x^2 - \left(-x^{2\log(u-x)x} + (4-x) \ln(2\log(u-x)x) \left(x^{\frac{a}{1}} \right)' = \ln x x^a \right) =$$

$$= 3x^2 + x^{2\log(u-x)x} \left[x \right] \frac{4-x}{x} \frac{1}{\ln(u-x)} \log u-x$$

$$x^3 = (4-x)x^{2\log(u-x)x}$$

$$x^3 = 3x^2 \log(3x)x = x^{\log u-x}$$

$$\log(u-x)x = \frac{\ln x}{\ln(u-x)}$$

$$\begin{cases} y > 4.3^{28} + 1 \\ y \leq 93 \end{cases}$$

$$\frac{168}{168} = \frac{168}{336}$$

$$x^{3-2\log(u-x)x} = 4-x$$

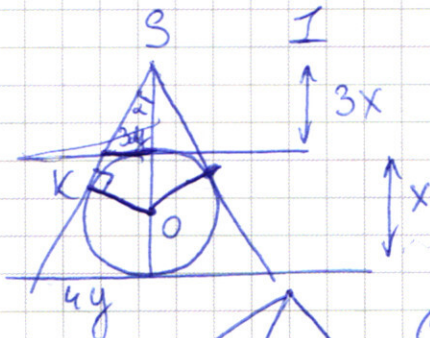
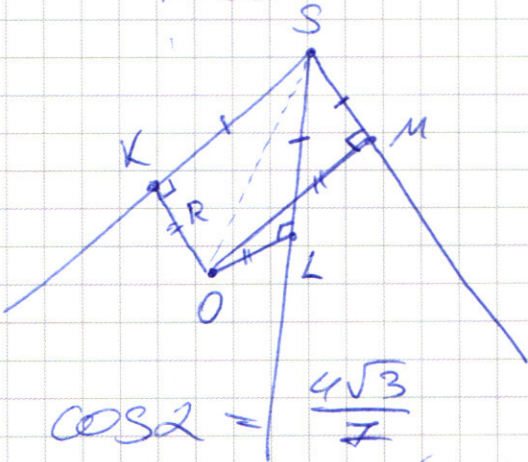
$$x + x^3 / x^{2\log(u-x)x} = 4$$

$$1 - \frac{1}{1} = 4$$

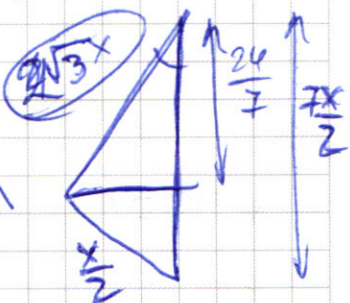
$$2 + \frac{8}{2^{201}} = 4$$

$$\begin{array}{c} y > \\ 3 \quad 9 \quad 7777 \quad 11 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x8 \quad x7 \\ \hline 56 \quad 6 \cdot 5 \\ \hline 1680 \quad 30 \end{array}$$

$$\frac{24}{2 \cdot 2} = 6$$



$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

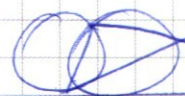
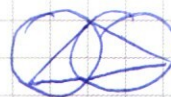
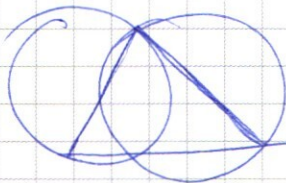
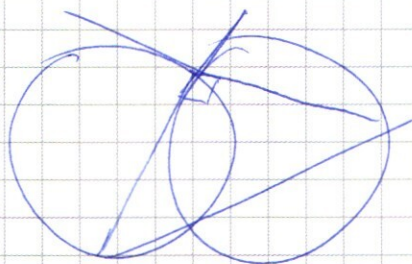


$$\left(\frac{26}{7 \cdot 6} \right)^2 = \frac{36}{49}$$

$$\frac{\sqrt{48}}{49} = \frac{3}{36} = \frac{16}{216} = \frac{36}{576}$$

$$\frac{12}{7 \cdot 4} = \frac{3}{7}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x)$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 4x = 0$$

$$(4a^3 - 3a)(2a^2 - 1) - \sqrt{1 - (4a^3 - 3a)^2} \sqrt{1 - (2a^2 - 1)^2}$$

$$y > 4 \cdot 3^{28} \cdot 3^3$$

$$y \leq 5 \cdot 3^{28} + 98$$

$$a = e^{\ln a}$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$27 \cdot 3^{28} + (-3)^{30}$$

Δ

$$\cos x \cos 4x + \sin x \sin 4x$$

$$30 - 5 \cdot 1 = 25$$

$$10 \quad 15$$

$$11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15$$

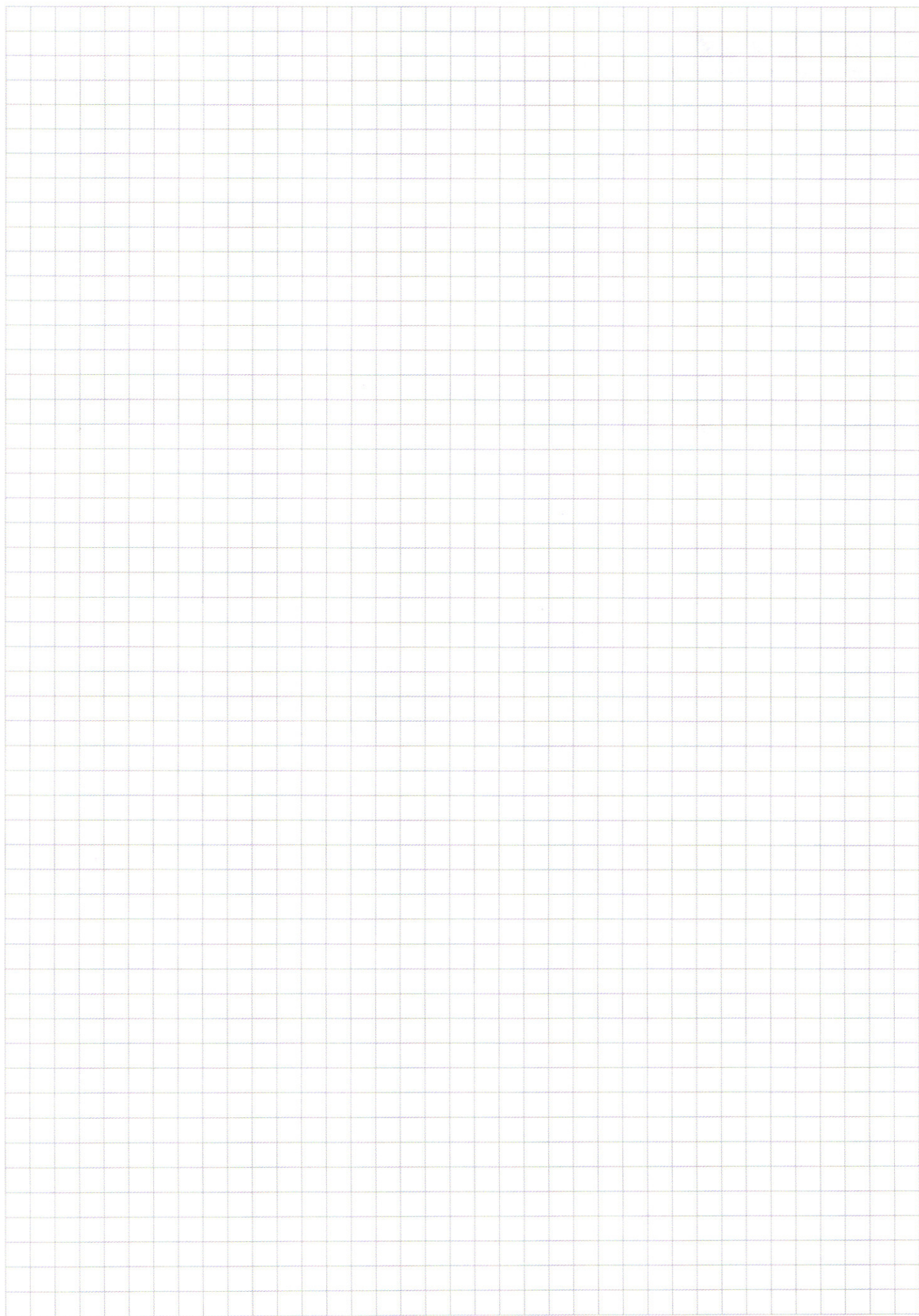
$$a = e^{\ln a}$$

$$a \ln a$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \cos 5x$$

$$\cos \frac{1 + \cos \theta}{2} = \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$(0 + 0) \cdot \dots + \frac{1}{\sqrt{2}} 1 = 0$$

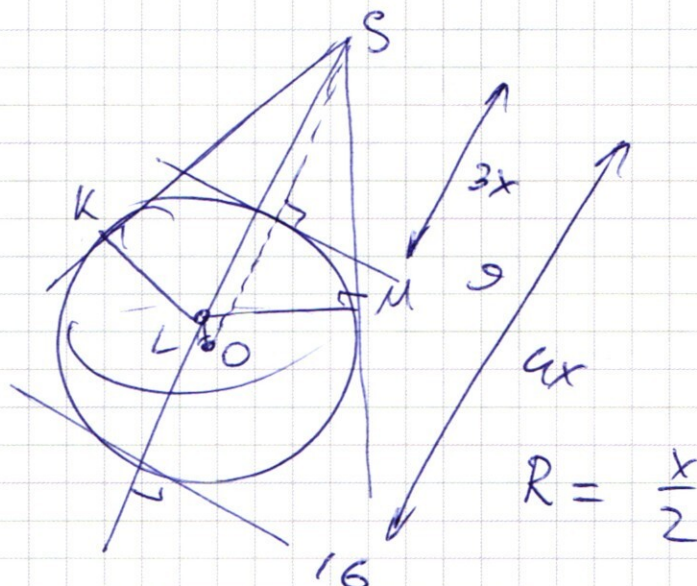
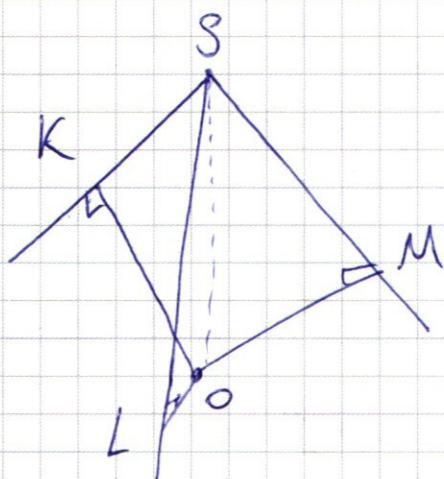


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1/3 $y^2 + (2x+4)y - (3x^2-12x) = 0$
 $\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x$

$$\frac{y < 0}{x > 0}$$

$\sqrt{4}$



WS) $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$x+y+8=0 \longrightarrow y=8-x$

$x-y+8=0 \qquad y=8+x$

① $++ \quad y \geq 8-x$
 $y \leq x+8$
 $x+y+8+x-y$

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$7777 + 333 \overline{) 219}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7343} \\ \underline{21} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ 63 \overline{) 7203} \\ \underline{18} \\ 13 \end{array}$$

$$63000 + 1800 + 27$$

$$343 = 49.7$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$64827 \mid 27$

$\begin{array}{r} 54 \\ 108 \\ 108 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 2401 & 343 \\ \hline 2401 & 7 \end{array}$

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

$4 "7" + 3 "3"$

(7)

$[1]$

$13, 7$

$\begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \searrow \\ 7 \quad 3 \\ \swarrow \searrow \\ 7 \textcircled{1} \quad 3 \textcircled{1} \\ \swarrow \searrow \\ \dots \end{array}$

$\begin{array}{c} k \quad k \quad k \quad \dots \\ \uparrow \end{array}$

3 K

4 C

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

$\frac{7!}{4!}$

$R^2 = Q$

$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 520 \end{array}$

$\begin{array}{r} 28 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 829 \end{array}$

$\begin{array}{r} 11 \\ 529 \\ + 576 \\ \hline 1005 \end{array}$

$15+$

8

$$\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \frac{(x^7)^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}}$$

$$a^{\ln a} = (a^{\log_a e})^{\ln a}$$

$$a^{\frac{1}{\log_a e}}$$

$$-y = |y| = z$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^7}{z}\right)^{\ln z} = x^{2 \ln(xz^2)} \\ z^2 - 2xz - 3x^2 + 12x - 4z = 0 \end{cases}$$

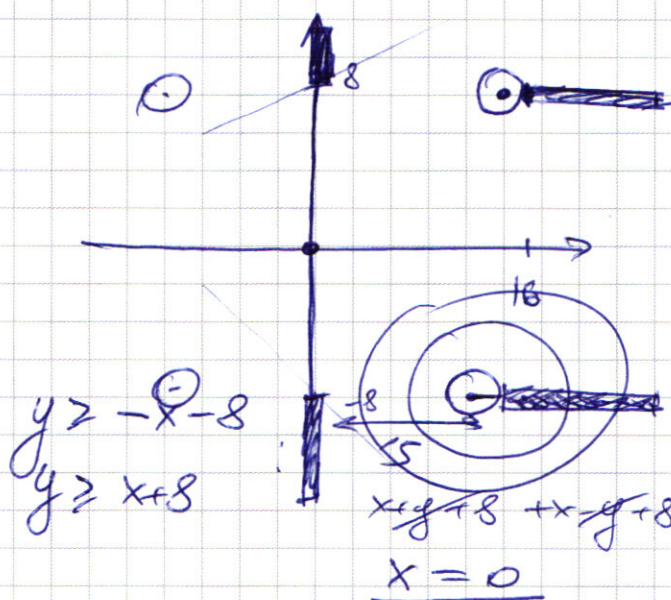
$$z^2 - 2(x+2)z - (3x^2 - 12x) = 0 \quad \frac{D}{4} = x^2 + 4x + 3x^2 - 12x =$$

$$z = x+2 \pm (2x-2) \quad \begin{matrix} x+2+2x-2 \\ x+2-2x+2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} = 4x^2 - 8x + 4 = \\ = 4(x^2 - 2x + 1) = \\ = (2(x-1))^2 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} z = 3x \\ z = -x+4 \end{cases}$$

$$z = -x+4 \quad \underline{x < 4} \quad x \cdot 9x^2$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^2 \ln 9x^3 = x^2 (\ln(3x)^2 + \ln x) = x^2 (2 \ln x + 4 \ln(3x)) = x^2 (2 \ln x + 4 \ln 3 + 4 \ln x) = x^2 (6 \ln x + 4 \ln 3)$$



$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} y+8 & -y+8 \\ |y+8| + |y-8| = 16 \\ |y+7| + |y-7| = 16 \end{matrix} \\ & R=1 \\ & R=15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ a &= 225 \end{aligned}$$

$$R = \sqrt{a}$$

$$\begin{aligned} y &\geq -x-8 \\ y &\leq x+8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y+8 &\rightarrow x+y-8=16 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 &\leq x+8 \rightarrow x \geq 0 \\ 8 &\geq -x-8 \rightarrow x \geq 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &\leq -x-8 \\ y &\geq x+8 \end{aligned}$$

$$2 \cos$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$