

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 9y = 0 & (2) \end{cases}$$

Решение:

1) ОДЗ: $\begin{cases} y < 0 \\ xy^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$

2) Решим уравнение (1):

$$\frac{x^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln(xy^2)}$$

П.к. $x > 0, -y > 0$, то $\frac{x^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} > 0, x^{2\ln(xy^2)} > 0$

на ОДЗ $\Rightarrow \frac{x^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln(xy^2)} \Leftrightarrow \ln \left(\frac{x^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} \right) = \ln x^{2\ln(xy^2)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \ln(-y) \ln x - \ln^2(-y) = 2\ln(xy^2) \ln x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln^2(-y) \ln x = \ln^2(-y) + 2\ln^2 x + 4\ln(-y) \ln x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln^2(-y) - 3\ln(-y) \ln x + 2\ln^2 x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln^2(-y) = \ln x \\ \ln(-y) = 2\ln x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y = x & \text{✗} \\ -y = x^2 & \text{✗} \end{cases}$$

3) Подставим (3) в (2):

3) Возвращаемся к системе:

$$\begin{cases} -y = x \\ -y = x^2 \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = x \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \\ -y = x^2 \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = x \\ y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0 \\ -y = x \\ x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 4y^2 + 8y = 0 \\ x = -y \\ x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ y(y+2) = 0 \\ y = -x^2 \\ x(x-3)(x^2+x-4) = 0 \end{cases} \begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$$

(3): $\begin{cases} x = -y \\ y = 0 \\ y = -2 \end{cases}$, но $y < 0$ на OD $\Rightarrow y = -2, x = 2$
 Решение системы (3): $(2; -2)$

(4): $\begin{cases} y = -x^2 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$, $x = 0, x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ не входят в OD : $x > 0 \Rightarrow$

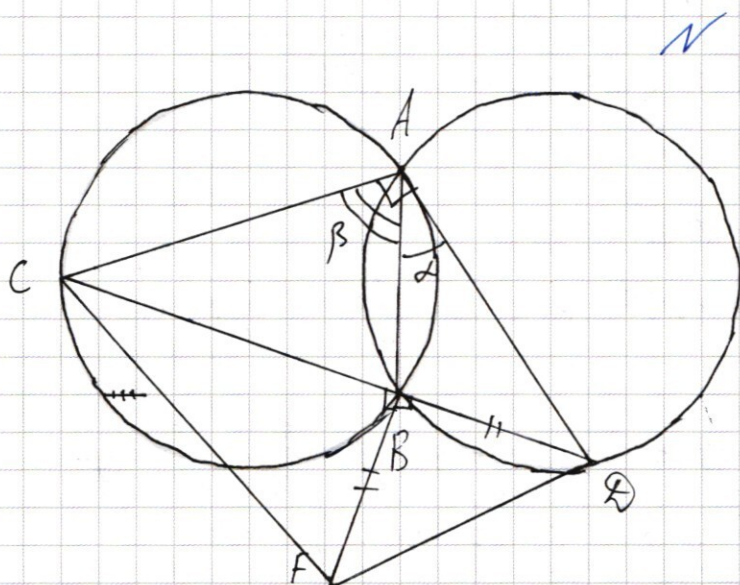
$$\begin{cases} y = -x^2 \\ x = 3 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = -\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)^2 = -\frac{2 - \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}, \sqrt{17} < 9 \Rightarrow \end{cases}$$

$y = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$ входит в OD $\Rightarrow$ решение (4): $(3; -9), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 9}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \right).$$

Ответ: $(2; -2), (3; -9), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \right), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \right)$



Дано: $R = 17; \omega_1, \omega_2$
 $R_1 = R_2 = R; \omega_1 \cap \omega_2 = A, B;$
 $B \in CD, C \in \omega_1, D \in \omega_2$
 $BF = BD, BF \perp CD, \angle CAD = \frac{\pi}{2}$

Найти CF
 Решение: $S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot BF \cdot \sin \gamma$, если $BC = 16$

Решение:

а) Проведём AB

Пусть $\angle CAB = \beta, \angle BAD = \alpha$, тогда $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

Из $\triangle CAB, \triangle DAB$:

$$BC = 2R \cdot \sin \beta$$

$$BD = 2R \sin \alpha, \text{ т.к. } \triangle CAB \text{ и } \triangle DAB \text{ вписаны в}$$

окр. с радиусами R .

$$BF = BD = 2R \sin \alpha - \text{по укл.}$$

По укл. $BF \perp CD \Rightarrow \angle CBF - \text{прямой} \Rightarrow$

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = 4R^2 (\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha), \text{ Но } \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow$$

$$CF^2 = 4R^2 (\sin^2(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \sin^2 \alpha) = 4R^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 4R^2 \Rightarrow CF = 2R = 34$$

д) И.к. ~~AB - общая хорда 2-х окр. равных радиусов, то~~

1) ~~Уз. $\triangle ACB: AB = 2R \sin \angle ACB$~~

~~Уз. $\triangle ADB: AB = 2R \sin \angle ADB$~~ $\Rightarrow \sin \angle ACB = \sin \angle ADB$

~~И.к. $\sin \angle ACB + \sin \angle ADB = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle ACB$ и $\angle ADB$ - острые $\Rightarrow$~~

~~$\angle ACB = \angle ADB = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AC = AD$~~

2) Уз. $\triangle CBF: BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} =$
 $= \sqrt{28 \cdot 50} = 10\sqrt{14} \Rightarrow$

$CD = BC + BF = 16 + 10\sqrt{14} \Rightarrow$

$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} + 10\sqrt{14}$, и.к. $\triangle CAD$ - равнобедр.,
 равнобедр.

3) ~~Уз. $\triangle ACB: 2R \sin \beta = BC \Rightarrow \sin \beta = \frac{BC}{2R} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$~~

Уз. $\triangle BCF: \cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} \Rightarrow$

$\sin \angle BCF = \sqrt{\frac{289 - 64}{17^2}} = \frac{15}{17}$, тогда

$\sin \angle ACF = \sin (\angle BCF + \angle ACD) = \sin (\angle BCF + \frac{\pi}{4}) =$

$= (\sin \angle BCF + \cos \angle BCF) \frac{\sqrt{2}}{2} = (\frac{15}{17} + \frac{8}{17}) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{23}{17\sqrt{2}} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$

Итак, $CF = 2R = 34$, $AC = 8\sqrt{2} + 10\sqrt{14}$, $\sin \angle ACF = \frac{23\sqrt{2}}{34} \Rightarrow$

$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} CF \cdot AC \cdot \sin \angle ACF = 17 \cdot (16 + 10\sqrt{14}) \frac{23}{34} =$

$= 23(8 + 5\sqrt{14}) = 184 + 115\sqrt{14}$

Ответ: $CF = 34$

$S_{\triangle ACF} = 23(8 + 5\sqrt{14}) = 184 + 115\sqrt{14}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано:

$\omega(O; R)$ вписана в $\angle S$

ω кас. $\angle S$ в

K, L, M

$S_1 = 9, S_2 = 16$

α_1, α_2 — ~~сечения~~ ^{плоскости}, сечение $\angle S$

$\alpha_1, \alpha_2 \perp SO$,

α_1, α_2 кас. ω .

Найти:

$\angle KSO = ?$

$S_+ = ?$

$S = ?$

Решение:

1) ~~Пл. к. по усл.~~

~~Пусть $SO \perp \alpha_1 = K_1, SO \perp \alpha_2 = K_2$,~~

~~тогда $SK \perp OK_1 \perp \alpha_1, OK$~~

Пусть $SO \perp \alpha_1 = K_1, SO \perp \alpha_2 = K_2$

Пл. к. из точки к плоскости

можно провести только 1

перпендикуляр, то OK'_1 —
радиус в точку касания
сферы и пл. совпадает

$SO \perp \alpha_1 \Rightarrow K_1 \equiv K'_1$

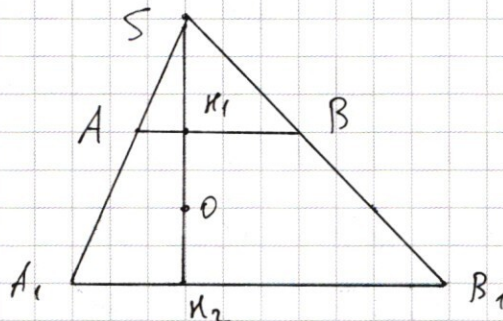
Аналогично $OK_2 \perp \alpha_2, SK_2 \perp \alpha_2$.

2)

Рассмотрим 1 угол

3-х углового угла, SA, SB —
его ребра.

Пл. к. $OK_1 \perp$



Пусть α_1 AB — сторона треугол., созданного сечением
 α_1 угла S , а A_1B_1 — сечением α_2 .

Пл. к. $\triangle ASB \sim \triangle A_1SB_1$ ($\alpha_1 \parallel \alpha_2 \Rightarrow AB \parallel A_1B_1$), то

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{SK_2}{SK_1} = \frac{h+2R}{h} = 1 + \frac{2R}{h} \quad (SK_1 = h)$$

П.к. каждая сторона сечения Δ_2 в $(1+2\frac{R}{h})$ раз больше соответв. стороны Δ_1 , то

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(1 + 2\frac{R}{h}\right)^2$$

$$\frac{16}{9} = \left(1 + 2\frac{R}{h}\right)^2$$

$$2\frac{R}{h} = \frac{4}{3} - 1$$

$$\frac{R}{h} = \frac{1}{6}$$

$$h = 6R$$

3) Рассмотрим ΔKSO .

$OK \perp OK$ перпендикулярно грани LS , но

$S \in S$ и K лежат в этой грани $\Rightarrow$

$SK \perp OK \Rightarrow \Delta OKS$ — прямоуго. $\Rightarrow$

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{OK}{SO}, \text{ где } OK - \text{радиус, а}$$

$$SO = SH_1 + H_1O = h + R = 7R \Rightarrow$$

$$\sin \angle KSO = \frac{R}{7R} = \frac{1}{7} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$$

4) П.к. ΔOKS , ΔOMS , ΔOLS имеют общую гипотенузу и ~~рав~~ соответв. равные катеты, то

$$\Delta OKS = \Delta OMS = \Delta OLS, \nRightarrow$$

Проведем $KF_1 \perp SO$, $LF_2 \perp SO$, $MF_3 \perp SO$, $F_1, F_2, F_3 \in SO$

П.к. $KF_1 = LF_2 = MF_3$ и $SK = SL = SM$, то

$$SF_1 = SF_2 = SF_3 \Rightarrow F_1 \equiv F_2 \equiv F_3 \equiv F.$$

Итак, $SF \perp (KLM)$, т.к. $KF \perp FL$, $KF \perp SO$, $FL \perp$

$FL \perp SO$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По $F \in SO \Rightarrow (KLM) \perp SO \Rightarrow (KLM) \parallel L_1 \parallel L_2 \Rightarrow$

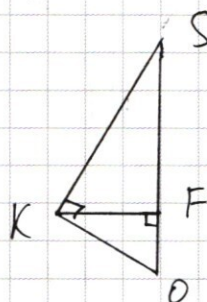
Аналогично
пункту 2 $\frac{S}{S_1} = \left(\frac{SF}{SH_1} \right)^2 = \left(\frac{SF}{6R} \right)^2$

Найдём SF :

$(SO = 7R, OK = R)$

$SK = \sqrt{SO^2 - OK^2} = 2\sqrt{48} = 4R\sqrt{3}$

$SF = \frac{SK^2}{SO} = \frac{48R^2}{7R} = \frac{48}{7}R$



Умнож, $S = S_1 \left(\frac{\frac{48}{7}R}{6R} \right)^2 = S_1 \left(\frac{8}{49} \right)^2 = \frac{(24)^2}{49}$

~~$S = \frac{576}{2401}$~~ $S = S_1 \left(\frac{\frac{48}{7}R}{6R} \right)^2 = S_1 \cdot \left(\frac{48}{42} \right)^2 = 9 \cdot \left(\frac{8}{7} \right)^2 = \frac{576}{49}$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$

$S = \frac{576}{2401} - \frac{(24)^2}{49}$

$S = \frac{576}{49}$

N 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((x|-8)^2 + (y|-15)^2 = a \end{cases}$$

Решение:

1) Раскроем модули по опред. и построим графики полученных ур-ний:

График $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$ — квадрат с вершинами ~~(8; 8)~~ $(-16; 8), (-16; -8), (0; 8), (0; -8)$

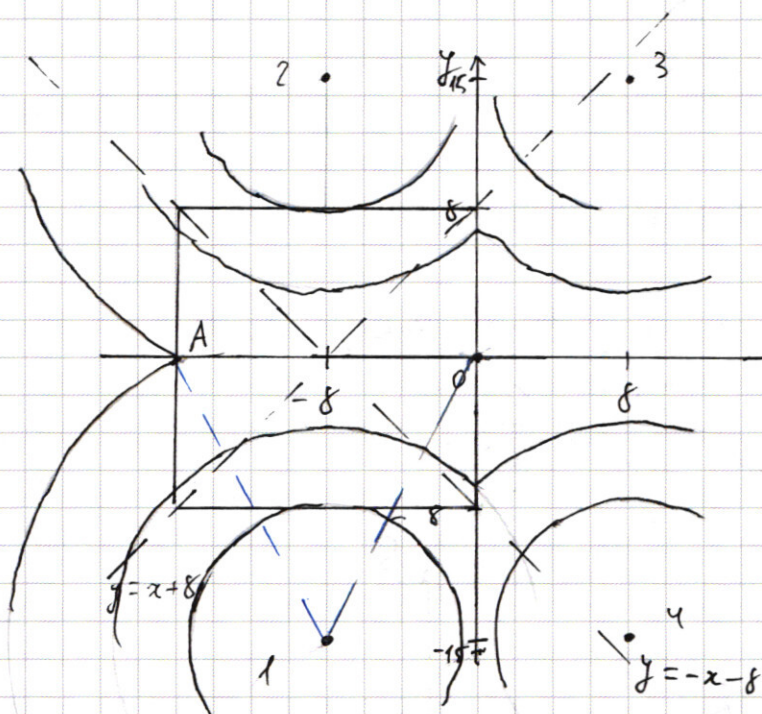


График уравнения
 $(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a$
 - Семейство
 4-х окр., равных
 радиусов
 с центрами
 в $(-8; -15)_1$,
 $(-8; 15)_2$, $(8; -15)_3$,
 $(8; 15)_4$

2) При $\sqrt{a} = (15 - 8) = 7$
 Окр. 1 и 2 касаются сторон квадрата,
 а 3 и 4 не достигают их. $\Rightarrow$
 $a = 49$ - часть решения.

3) При $\sqrt{a} = 15$
 $a = (-15)^2 + (-8)^2 = 289$

Все 4 окр. пересекаются в $(0; 0)$, а
 1 и 2 ещё и в $(-16; 0)$, т.к. $AO_1 = O_1O$ из
 симметрии. $\Rightarrow$ имеем 2 пересечения и
 $a = 289$ - часть решения.

4) При $a < 49$ ни одна из окр. не
 пересекает квадрат.

При $49 < a < 289$ окр.-ти пересекают квадрат
 в ~~от 4 до 8~~ точек. 4-х точек.

При $a > 289$ пересечений нет.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$64827 = 7^4 \cdot 3^3 \cdot 1$$

В записи 8-ми значного числа
надо использовать 4 7-ки, 3 3-ки и 1 ед. $\Rightarrow$

$$N = C_8^3 \cdot C_8^4 \cdot C_8^1$$

П.к. $C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$, то $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 6}{6} = 56$

$$C_8^4 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 5}{24} = 35 \cdot 4 = 140$$

$$C_8^1 = \frac{8!}{7! \cdot 1} = 8$$

Итак, $N = 56 \cdot 140 \cdot 8 = 62720$ — искомое кол-во.

Ответ: 62720.

№ 2

* Пояснение к п.1: Окр. 1 существует только ~~в~~
при $x \leq 0, y \leq 0$.

окр 2 — при $x \leq 0, y \geq 0$

окр 3 — при $x \geq 0, y \geq 0$

окр 4 — при $x \geq 0, y \leq 0$.

Ответ: $a = 49$

$a = 289$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x = -\sin^4 x \sin 3x + \cos^4 x \cos 3x$$

$$\sin 7x = \sin 3x \cos 4x + \sin 4x \cos 3x$$

$$\cos 3x (1 + \cos 4x) - \sin 3x (1 + \frac{\sin 4x}{\sin x})$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{0.2 + 2.9 \cos A + \cos B}{8} = 2 \cdot \cos 5x \cos \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) +$$

$$\cos 5x \cos 2x$$

$$\begin{array}{r} 941 \times \\ 844 \\ \hline 2 \quad 1 \end{array}$$

$8 \cdot 8 \cdot 8$
 $8 \cdot 8 \cdot 8$
 $8 \cdot 8 \cdot 8$

$$\begin{array}{r} 8 \text{ h h} \\ \hline 8 \text{ h} \\ 95 \\ \hline 95 \end{array}$$

$$I = \frac{1}{2} C$$

2 4 0

1 2 3

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2849 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$A + B = x$$

$$A - B = y$$

$$A = \frac{x+y}{2}$$

$$B = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$u = 8 \frac{1}{2}$$

$$\frac{i m (1-m)}{i m} = m$$

$$\therefore \frac{y_1(y_1 - u_1)}{1} = \frac{m}{n}$$

$$g \rightarrow 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$

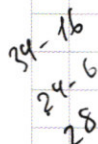
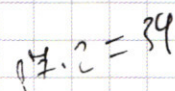
$$289 - 64 = 225$$

$$\log_3 y > \frac{2}{3} \log_3 (3^x + 4 \cdot 3^{28})$$

$$y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)2$$

$$R = 17$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$



$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 23 \\ \hline 8 \\ 78 \\ \hline 184 \end{array}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

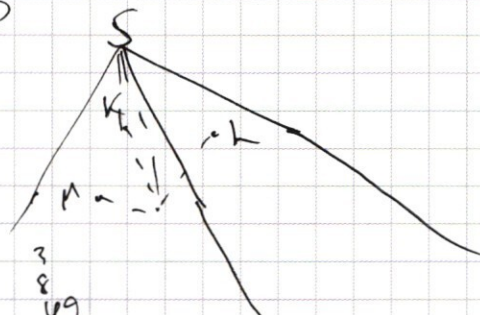
~~$$b = 16 \quad \text{tg } \delta = \frac{\sin \beta \alpha}{\sin \beta} = \text{tg } \alpha = \text{ctg } \beta$$~~

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

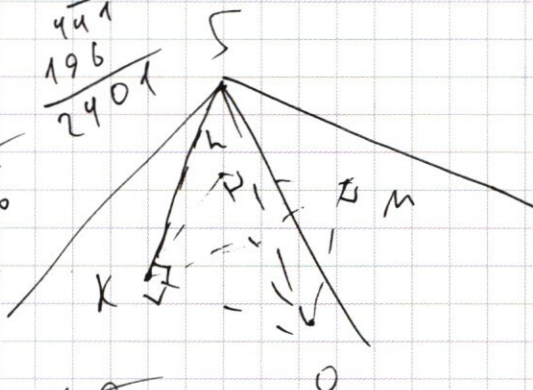
18

8.15

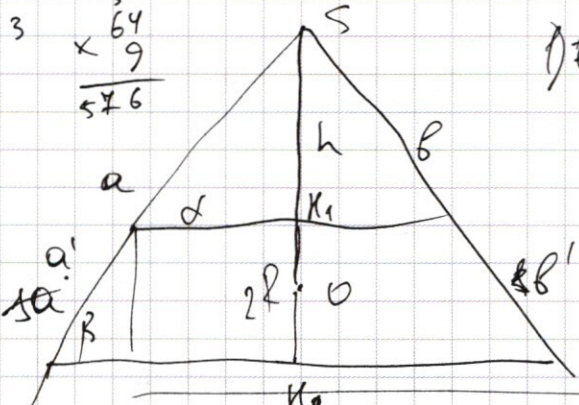


$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ + 24 \\ \hline 48 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 4 \cdot 12 \\ 16 \cdot 3 \\ \times 64 \cdot 9 \\ \hline 576 \end{array}$$



$$1) \left\{ \begin{array}{l} SK_1 \perp AB \\ OK_1 \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SK_1 \parallel OK_1 \Rightarrow K_1 \in SO$$

$$\left\{ \begin{array}{l} SK_1 \perp AB \\ OK_1 \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow K_1 \in SO$$

184

$$3) KO = R \quad SO = \sqrt{h^2 + R^2}$$

$$SK = \sqrt{h^2 + R^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

$$48 = 4 \cdot 12 = 16 \cdot 3$$

$$S_1 = 9$$

$$S_2 = 16$$

$$2) \frac{a'}{a} = \frac{a'b'}{ab} = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{h+2R}{h} \right)^2$$

$$\frac{16}{9} = \frac{4}{3} = \left(1 + \frac{2R}{h} \right)^2$$

$$\frac{2R}{h} = \frac{1}{3}$$

$$6R = h$$

$$4) S' = SK \cdot \cos \alpha$$

$$S' = \frac{SK \cdot \cos \alpha}{h}$$

$$S' = \left(\frac{SK \cdot \cos \alpha}{h} \right)^2 \cdot 9$$

$$SK = KO \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$S' = \left(\frac{KO}{h} \right)^2 \cdot \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) \cdot 9$$

$$= \frac{1}{36} \cdot \left(\frac{48}{49} \cdot \frac{1}{7} \right)^2 \cdot 9 = \frac{1}{49} \cdot \left(\frac{48}{7} \right)^2$$

$$= \frac{24^2}{49}$$

~~4)~~

$$\begin{array}{r} 1 \quad -2 \quad -7 \quad +12 \\ 12 \quad 1 \quad 0 \quad -7 \quad -2 \\ 3 \quad 1 \quad 1 \quad -4 \quad 0 \end{array}$$

$$x^2 + x - 4$$

$$\Delta = 1 + 16$$

$$(x^2 + x - 4)(x - 3) = x^3 + x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 12$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12$$

$$\Delta = 1 + 16$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{1 - 2\sqrt{17} + 17}{24}$$

$$\frac{18 - 2\sqrt{17}}{24}$$

$$y_1 = x$$

$$2 \cdot y_1 = x^2 - 16$$

$$y_1 = 8 - x + 8 - 8 - 8 - x -$$

$$s = 8$$

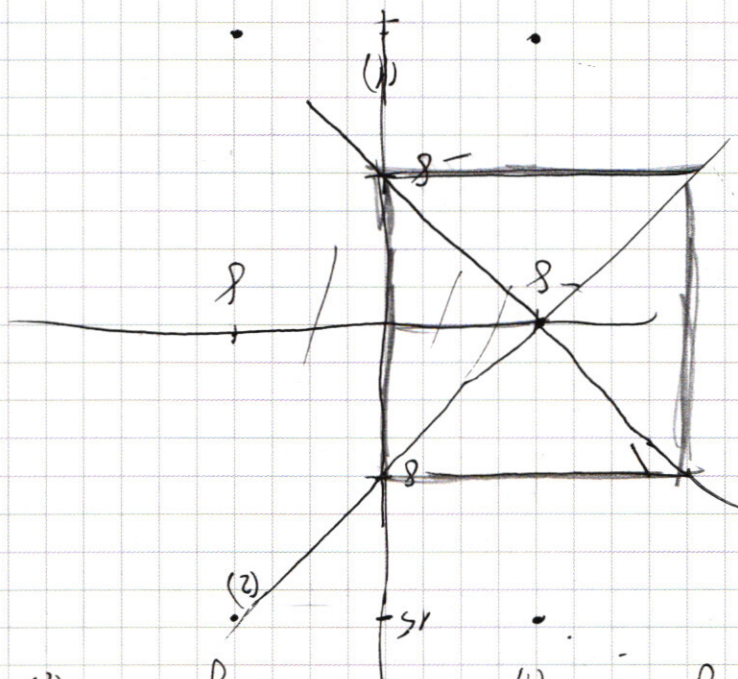
$$y_1 = 8 - h + x - 8 + h + x$$

$$s = 8$$

$$y_1 = 8 - 2x -$$

$$y_1 = 8 - x + 8 - 8 + x -$$

$$y_1 = 8 + h - x + 8 + h + x$$



$$(1) \quad s + x > 8$$

$$0 < 8 + h - x$$

$$(1) \quad x - 8 - < h$$

$$8 - < h + x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper, showing a system of equations and various algebraic manipulations.

Initial system of equations:

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln y} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

Subsequent manipulations and solutions include:

- Case analysis for $y > 0$ and $y < 0$.
- Substitution $x = \frac{y}{2}$ leading to $y^2 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$.
- Logarithmic transformations: $\ln(-y) = y$, $x^{2\ln x + 2\ln y^2} = y$.
- Final solutions: $x = \frac{y}{2}$, $y = -x^2$.

3) a

$$69827 =$$

$$\begin{array}{r} 748273 \\ 6 \overline{) 21609} \\ \underline{4} \\ 3 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{24} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 3} \\ 21 \overline{) 7203} \\ \underline{6} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 09 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \overline{) 3} \\ 6 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 03 \end{array}$$

2401

~~24.101~~

$$\begin{array}{r} 240.1 \overline{) 7} \\ 21 \quad \underline{} \\ 30 \\ 28 \quad \underline{} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 28} \\ 68 \end{array}$$

$$64827 = 7^4 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0$$