МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

+ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

+ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

+ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

? 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

+ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

? ± 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

? 7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложим число 64827 на простые множители.
$64827 = 3^3 \cdot 7^4$, т.е. получается два варианта:
1) Числа 6, отличных от 1: одна 9, одна 3 и четыре 7, остальные единицы (две)
2) Числа от 7 отлич. от 1: три 3 и четыре 7.
0 быть не может, т.к. произведение $\neq 0$.

~~1) Всего вариантов: $C_8^1 \cdot C_7^4 \cdot C_3^2 \cdot C_1^1$~~
~~т.е. мы ставим одну 3 на любое из свободных мест, потом 4 семёрки из свободных, потом одну 9 и далее 1, т.е. $\frac{8!}{2!6!} \cdot \frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!} = \frac{8!}{2!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{4!}$~~
~~$4\cdot7\cdot6\cdot5 = 740$ варианто~~

~~1). Всего вариантов: $C_8^3 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1$~~

потом две 1 и одну 9, т.е. $\frac{8!}{1!7!} \cdot \frac{7!}{4!3!} \cdot \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!}$
$= 4\cdot7\cdot6\cdot5 = 840$ вариантов.

2) Всего варианты: $C_8^3 \cdot C_5^4 \cdot C_1^1$, т.е. ставим три 3 на любые места, потом четыре 7 из 5 оставш., и единицу $\Rightarrow$ $\frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{4!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{6} = 280$

Всего: $280 + 840 = 1020$ вар.

Ответ: 1120 вариантов

№2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0$

$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x - \sin 2x \frac{1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2}\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

доп аргумен.

$2(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$

доп аргумен: $\sqrt{2}$

$4\sqrt{2}(\sin(2x + \frac{\pi}{4}))(\cos(3{,}5x + \frac{\pi}{8})\cos(1{,}5x - \frac{\pi}{8})) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{5}{2}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{8}$; $x = \frac{3\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi n$; $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi m$. $k, n, m \in \mathbb{Z}$

№5

$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \to (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \to (2) \end{cases}$

(2): Четыре окружности с координатами $O_1(8;15)$, $O_3(-8;-15)$, $O_4(8;-15)$, $O_2(-8;15)$ и радиусом $\sqrt{a}$, причём $a \geq 0$, если $a = 0 \to$ это точки и имеем не более 4-х решений, но они не лежат на (1) $\to$ 0 реш.

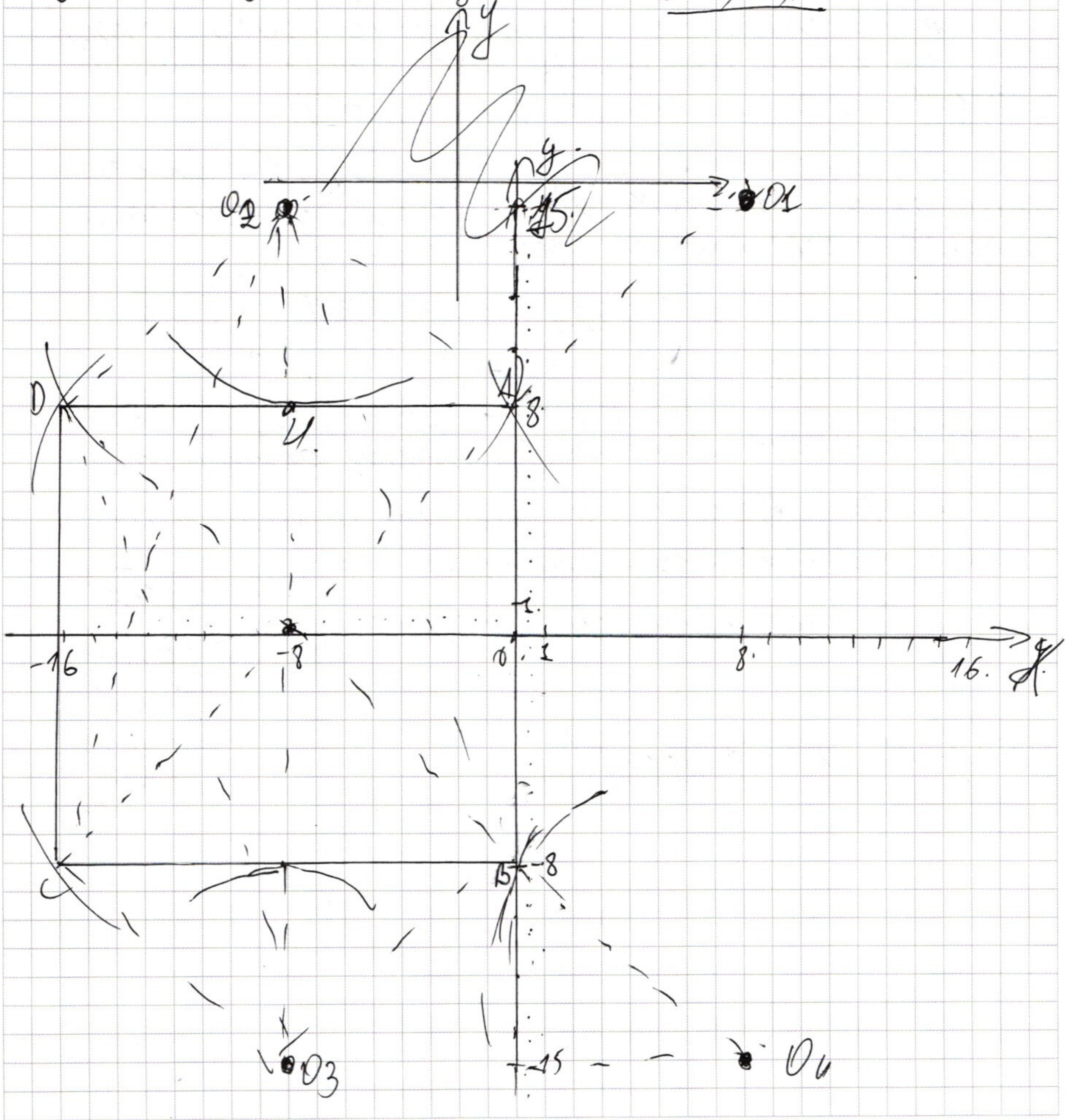
(1) Раскроем модули.

а) $x+y+8 \geq 0$; $x-y+8 \geq 0 \to x = 0$.
б) $x+y+8 \leq 0$; $x-y+8 \leq 0 \to x = -16$.
в) $x+y+8 \geq 0$; $x-y+8 \leq 0 \to y = 8$
г) $x+y+8 \leq 0$; $x-y+8 \geq 0$. $y = -8$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 продолж.

Это ~~квадрат~~ ~~прямоугольник~~ квадрат, образованный пересечением 4-х прямых, диагонали которого ~~равны~~ задаются $y = x+8$ и $y = -x-8$, центр в $(-8, 0)$.



Прежде всего ~~оценим~~ посчитаем расстояние до вершин точек квадрата, т.к. точки расположены симметрично относ. OY и OX, то можно считать только для одной из точек (O_1 или O_4) и (O_2 или O_3)

а) внутр. пар.

1) т.к. для O_2 и O_3: OH, $H(-8; 8)$; $OH = 15 - 8 = 7$

$A(0; 8)$; $D(-16; 8)$; $B(0; -8)$; $C(-16; -8)$ — вершины квадрата.

2) т.к. для O_1 и O_4: $O_1A = \sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{113} > OH$, значит окружности с центрами O_1 и O_4 не пересекут квадрат, а O_2 и O_3 — касаются внешним образом $\Rightarrow$ 2 решения при $a = 7$

Внеш. кас.

б) Далее окружности с центрами O_2 и O_3 пересек. суммарно в 4-х точках. Найдём наиболее отдалённые точки для O_1 и O_2:

$O_1 \to C$: $O_1C = \sqrt{\cancel{26^2} + 23^2} = \cancel{\sqrt{1285}}$ $\sqrt{1105}$

$O_2 \to C$: $O_2C = \sqrt{8^2 + 23^2} = \sqrt{593}$; $O_1C > O_2C \to$

~~окр~~ квадрат лежит внутри окружности с центрами O_2 и O_3, и окр-ти с центрами O_1 и O_4 кас. внешним образом $\Rightarrow$ $a = \sqrt{1105}$

~~Отве~~ Других решений нет, т.к. $O_2C > O_1A \to$ т.е в этой момент O_1 и O_4 пересек. квадр.

Ответ: $a = 7; \sqrt{1105}$

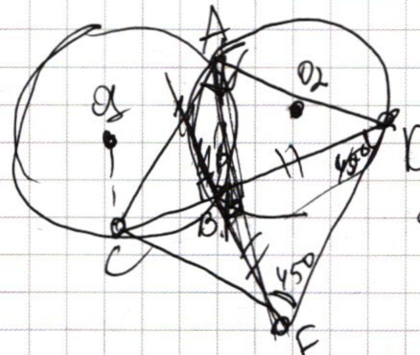
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6.



Дано:
$\angle CAD = 90^0$
$BC = CD$; $BF \perp CD$
$FB = BD$
$R = 17$

CF ?
$BC = 16$,
S_{ACF} ?

Решение.

а) 1) $\triangle FBD$ - р/б и прям.
$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^0$
$\Rightarrow FD = \sqrt{2} BD$.

2) ~~Анало.CB~~ $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD =$
$= 90^0$; $\angle CAB = \frac{1}{2} \smile BC$ - впис угол и $\angle BAD = \frac{1}{2} \smile BD$

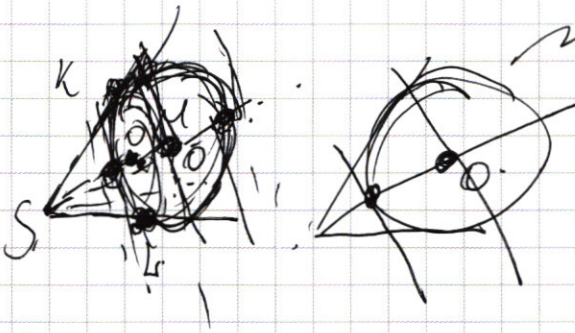
3) $\smile BC + \smile BD = 180^0$; $\angle CBA + \angle ABD = 180^0$ - смеж углы, где $\angle CBA = \frac{1}{2} \smile AC$ - не через
$= \frac{1}{2}(360^0 - \smile CBA)$, аналог. $\angle ABD = \frac{1}{2}(360^0 - \smile ABD)$;
$\frac{1}{2}(360^0 - \smile CBA + 360^0 - \smile ABD) = 180^0$, но ещё $\smile CBA = \smile CB + \smile AB$
и $\smile ABD = \smile AB + \smile BD$ $\Rightarrow 360^0 = 2 \smile AB + \smile BD + \smile CB \Rightarrow$
$\smile AB = 90^0 = 2 \angle ACB = \angle ADC = 45^0$ - т. впис. $\Rightarrow$
AF - искомый перпенд и $\triangle ACD$ - прям и р/б.
$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^0$ и AC и AD - диам окр-тей
$\Rightarrow AC = AD = 34$;

4) Т.к. $BF \perp CD$, ~~то~~ AB - серед. перпенд к CD, т.
$BC = BD = BF \Rightarrow CF = FD$; $BD = \frac{AD}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$, но $\triangle CBF$ и $\triangle BFD$ - р/б.
$\Rightarrow CF = AD = 34$. ? - ответ!

б) $BC = 16$ - другое условие, т.к. BF не проходит через A ?

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

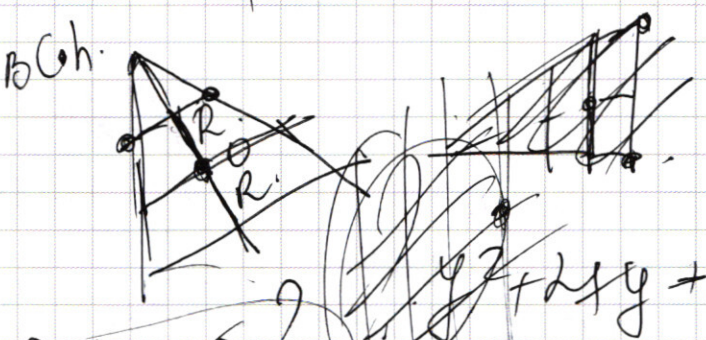
№ 4.



$x \neq 1$

$x^{2\ln x}$

1^{0}, $1-1^{3\ln 3}$



$y^2+2xy+3x^2+12x+4y=0$

$3(x-4)$ y^2+ y^2+4y+4 $x-x^{3\ln(4+x)}$

$4y+2xy$

$(y+2)^2+\ln x^{2\ln x} = \ln(x^{3\ln(4+x)})$

y^2

y^2-3x^2 $(y^2-9x^2)+6x^2$

$2^{\ln 2}$

$(y-3x)(y+3x)+6x^2+2y.$

$+4(x+4)$

~~Выписать~~

добавить и вычесть что-то x^2 в скобки

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} (1)\ \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ (2)\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

ОДЗ:
$-y>0$
$xy^2>0$
$-\frac{x^7}{y}>0$
⇓
$y<0$
$x>0$

(2) $(y^2-9x^2)+6x^2+2xy+12x+4y=0$

$(y-3x)(y+3x)+2x(3x+y)+4(3x+y)=0$

$(3x+y)(y-3x+2x+4)=0$

а) $y=-3x$; б) $y=x-4$.

а) $\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln 9x^3}$; $\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln 9x^3}$

$x^{6\ln(3x)}\cdot 3^{-6\ln(3x)} = x^{2\ln 9x^3}$

$x^{6\ln 3}\cdot x^{6\ln x}\cdot 3^{-6\ln 3}\cdot 3^{-6\ln x} = x^{2\ln 9}\cdot x^{2\ln x^3}$,

$x^{6\ln x}\left(x^{6\ln 3}\cdot 3^{-6\ln 3}\cdot 3^{-6\ln x} - x^{2\ln 9}\right) = 0$

$x^{6\ln x}\left(\cancel{3^{6\ln x}}\cdot 3^{-6\ln 3}\cdot \cancel{3^{-6\ln x}} - 3^{8\ln x}\right) = 0$

$3^{4\ln x} = 3^{-6\ln 3}$, $x^{\ln x}>0$ – из опр. показ. ф-ии.

$\ln x^4 = \ln 3^{-6}$; $x^4=\frac{1}{3^6}$; $x^2=\pm\frac{1}{3^3}$; $x=\pm\frac{1}{3\sqrt{3}}$,

но $x>0$; $x=\frac{1}{3\sqrt{3}}$, $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

б) $y = x - 4$; $\Rightarrow \left(-\frac{x^7}{(x-4)}\right)^{\ln(-x+4)} = x^{2\ln(x(x-4))^2}$, ОДЗ: $x < 4$ для этого случая

$= x^{7\ln(4-x)} \cdot \cancel{(4-x)}^{\ln(4-x)} = \cancel{x}^{2\ln x} \cdot \cancel{x}^{2\ln(x-4)^2}$

(уч. ОДЗ): $x^{4\ln(4-x)} \cdot \left(x^{2\ln x} - x^{3\ln(4-x)} \cdot \cancel{(4-x)}^{-\ln(4-x)}\right) = 0$

$x^{4\ln(4-x)} > 0$ — из опр. показ ф-ии

~~Потенц~~ Логарифмируем: ~~$x^{2\ln x} - x^{3\ln(4-x)}$~~

$\ln x^{2\ln x} - \ln x^{3\ln(4-x)} + \ln(4-x)^{-\ln(4-x)}$:

$2\ln x^2 - 3\ln x \ln(4-x) + \ln(4-x)^2 = 0$

$x = 4$; $2(\ln 4)^2 - 3\ln 4 \cdot 1 + \ln 1 \neq 0$, значит делим на $\ln(4-x)$, пусть $t = \frac{\ln x}{\ln(4-x)}$, т.е.

$2t^2 - 3t + 1 = 0$.

$D = 9 - 8 = 1$, $t = \frac{3+1}{4} = 1$, $t = \frac{1}{2}$;

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\ln x}{\ln(4-x)} = 1 \Rightarrow x = 4 - x, \ x = 2 \Rightarrow y = -2 \\ \frac{\ln x}{\ln(4-x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0. \end{array}\right.$$

$D = 1 + 8 = 3^2$

$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \Rightarrow y = -3$

$x = \frac{-1-3}{2} = -2$ не под ОДЗ

Т.к. все преобразования были равносильные, то это и есть искомый ответ.

Ответ: 1) $x = \frac{1}{3\sqrt{3}}$, $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, 2) $x = 2$, $y = -2$.

3) $x = 1$, $y = -3$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3^{28} - 3x \end{cases}$$

Очевидно, $x > 0$, т.к. при $x=0$, $y > 4\cdot 3^{28}$, но $y \le 93$, что неверно.

Рассмотрим область значений ф-ций: $f_1(x) = 3^x + 4\cdot 3^{28} \in [3 + 4\cdot 3^{28}; +\infty)$ при $x \in \mathbb{Z}$ и $x \ge 0$

$f_2(x) = 93 + 3^{28} - 3x$, $\in [-\infty; 90 + 3^{28}]$, т.к. $x \in \mathbb{N}$

Чтобы ~~система имела решения~~, нужно, чтобы $\cancel{90}\ \cancel{93 + 3^{28} - 3x > 3^x + 4\cdot 3^{28}}$ или $93 - 3\cdot 3^{28} > 3^x + 3x$,

~~что при $x \in \mathbb{N}$ - невозможно~~!

Начинаем с $x = \cancel{4}$; $93 + \cancel{3}3^{28} - 12 \cancel{=} 3^4 + 4\cdot 3^{28}$

т.к $81 = 81$, ~~Значит при $x=5$~~ → не подходит.

$\cancel{93 + 5\cdot 3^{28} - 3x}$ $\quad 93 + 3^{28} - 3x > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$4\cdot 3^{28} - 93 < (3^{27} - 1)x \cancel{+} 3^x$ $\quad x = 5$,

т.к $3^{28} > 243 - 93 + 15$ и $243 + 4\cdot 3^{28}$ и $93 + 5\cdot 3^{27} \cancel{15}$ - верно,

это продолжается до тех x, пока выпол. $[93 + 3^{27}x - 3x > 3^x + 4\cdot 3^{28}]$

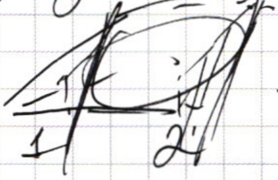
Суммируя y при разн. от 5 вк

Кол y: $93 + 3(3^{27} - 1)x - 3^x + 4\cdot 3^{28} - 1$ до тех x, пока выполн.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№ 4.

Плоскости сечения будут проходить через кас. к шару спереди и сзади.



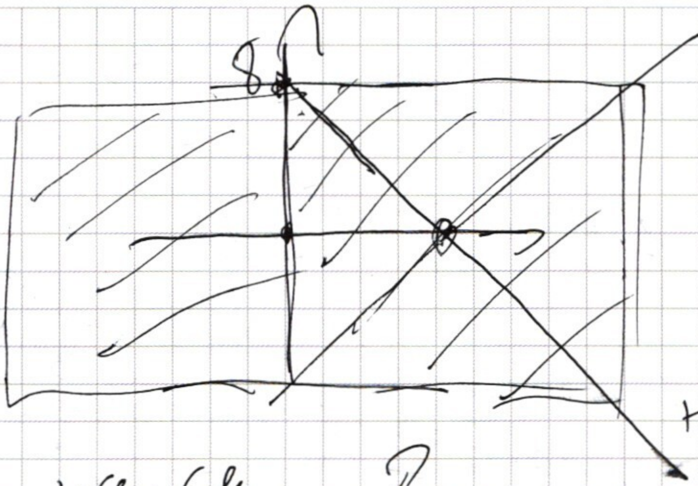
, т.е пл-ти (1 и 2) параллел. причём коэф. подобия $k^2 = \frac{9}{16} = \frac{9}{16}$, и расстоян. между ними $2R$ ⇒ можно составить подобие треуг и выразить отношения (а точнее расстоян. оснований и высоты, т.к. h - о хорда и кас. к сеч. окр-ти) можно найти подоб. треуг через KLM и найти его S,

$\angle KSO = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$ ⇒ ответ.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$y+8+x>0$

$y>-x-8$

$y=-8-x$

$y=x+8$

$y+\cancel{8+x}\ \cancel{-x}y+$

$y=-8+x$

$x+8=-8+x$

$y=x+8$

$x=-8$

$y=0 \to$ уем

$-8+x=x+8$

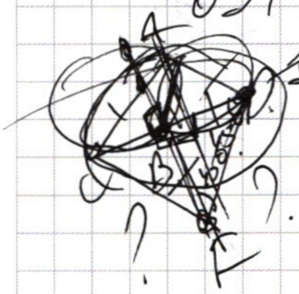
$\cancel{x=8}$

$49+64$

$63+50$

$\cancel{123}$

113

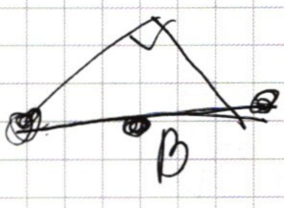


$$\begin{array}{r} 256 \\ +\ 529 \\ \hline 785 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 23 \\ \hline 69 \\ +\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24^2 \\ \times\ 24 \\ \hline 96 \\ +\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

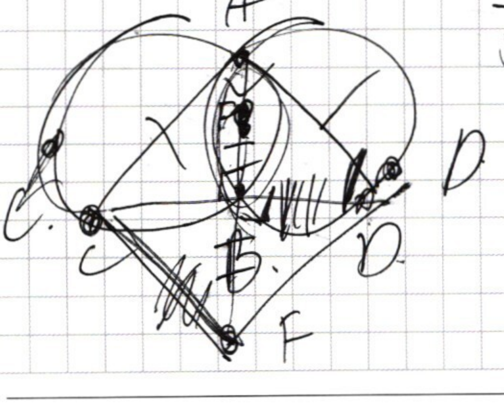
1



$$\begin{array}{r} 529 \\ +\ 576 \\ \hline 1105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ +\ 64 \\ \hline 593 \end{array}$$



$\triangle ABC \sim \triangle \cancel{ACD} ABD$

$AB^2 = CB \cdot BD$?

$\frac{AD}{CB}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

~~Эх, планиметрия — прелесть.~~

$x \geq 0$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \geq 93 + 3(3^{27}-1)x \end{cases}$$

$3^x + 4\cdot 3^{28}$

$y \leq 93 \cdot 3^{28} - 3x$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$y > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$3^x + 4\cdot 3^{28} =$

$y \in (3^x + 4\cdot 3^{28}; +\infty)$

$(-\infty; 93 + 3^{28} - 3x]$

$93 + 3^{28} - 3x >$

$3^x + 4\cdot 3^{28}$

$280 \quad 93 - 3\cdot 3^{28}$

$\geq 3^x + 3x$

$3^x + 3x$ — монот.

$\frac{1}{x\ln 3} + 3 = 0$

$\frac{1}{x\ln 3} = -3, \quad x\ln 3 = -\frac{1}{3}, \quad x = -\frac{1}{3\ln 3}$

$6\cdot 3^{27}, 93$

$0, x > 0$

$30 + 4$

$24 + 24 = 96$, 48, 576

$576 + 529 = 1105$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2401×27

16807

4802

64827

343×27

2401

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2\ln(xy^2)$$

$$y^2+2xy-3x^2+12x+14y=0$$

(2) $y^2+2xy+x^2-4x^2+12x+4y$

$(y+x)^2 - \quad +2y^2-2y^2+y^2$

$y(y+2x)$? (1)

8

$2401 \,|\, 7 = 343$; -21; 30; -28; 21

$2401 : 7 \cdot 3$; 49×7; 246

$2401 \,|\, 11$; -22; 201; 2

$343 \,|\, 7$; -28; 7

$201 + 11 = 2210$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x$$

$$2\cos 5x\cos 2x + 2\sin 2x\cdot\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x\,(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x$$

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$

$$(\cos 2x+\sin 2x)(2\cos 5x+\sqrt{2}(\cos 2x-\sin 2x)) = 0$$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\cos 2x - \sin 2x = \cos(2x+\frac{\pi}{4})$

$\cos 5x + \cos(2x+\frac{\pi}{4})$

63, $7\cdot 9$

$49 \times 7 = 343$

1

64827; $\times 9$

$64827 \,|\, 9$; -63; 18; -18; 7203

$7203 \,|\, 3$; -6; 12; 2401

$723 \,|\, 3$; -6; 12; 241

$\times 81$

723

$3^3 \cdot 7^4 \to 1$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$C_8^2 \cdot C_6^4 \quad C_2^1 \cdot C_1^1$

$x+y+8$
$-x+y-8$

$30 \cdot 4 = 120$

$120 + 7 = 740$

$8 \cdot 7 \cdot 5$

$40 + 7 = 280$ $\quad y=8$

$\frac{35}{8} \cdot \frac{8}{5}$

$740 + 280 = 1020$

$\frac{35}{20}$

$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$
$y \le 93 + 3^{28} - 3x \quad x > 0 \quad x \ge 0$

$\frac{56}{8} \cdot \frac{8}{3} \quad \frac{56}{12}$

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(x+y^2)}$

$x^{2\ln x} + x^{2\ln y^2}$; $\frac{x^{7\ln(-y)}}{y^{\ln(-y)}}$?

$-\frac{x^7}{y}$

$xy^2 \ge 0$

$-y \ge 0$
$y \le 0$

$\frac{x^7}{y} \le 0$

$x \ge 0$

$2y^2 - y^2 + 4y$

$2y^2 + 4y + 2$

$2y^2 - 2y^2 + y^2 + 2y - 3x^2 + 4x^2 - 4x^2 + 12x - 9 + 9 + 4y - 2 + 2 = 0$

$2(y+1)^2 + (2x+3)^2 + 1$

$|x+y+8| + (x-y+8) = 16$

1) $x+y+8 \ge 0 \quad x-y+8 \ge 0 \rightarrow 2x+16=16$

$x=0$

2) $x+y+8<0 \quad x-y+8<0 \rightarrow -2x-16=16$

$x=-16$

3) $x+y+8 \ge 0 \quad x-y+8 < 0 \rightarrow y=8$

4) $x+y+8<0 \quad x-y+8 \ge 0 \quad y=-8$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)