

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K , L , M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1

$$64824 = 3^3 \cdot 4^4$$

Значит, в восьмизначном числе могут быть только цифры, делящиеся на 3, 4 (и 1). Цифра 0 при этом не может быть. Таким образом, восьмизначное число может состоять из цифр 1, 3, 4, 8.

Разберем два случая.

I. В числе нет цифр 8. Значит, в числе три цифры 3, четыре цифры 4, одна цифра 1. Всего 8! перестановок, при этом перестановки одинаковых цифр ~~не меняют~~ не меняют число.

$$\text{Значит, число способов } \frac{8!}{3! \cdot 4!} = 8 \cdot 4 \cdot 5$$

II В числе есть цифра 8. Значит, в числе одна цифра 8, четыре цифры 4, одна цифра 3, две цифры 1. Всего 8! перестановок, при этом перестановки одинаковых цифр не меняют число.

$$\text{Значит, число способов } \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3$$

$$\text{Суммарное число способов } 8 \cdot 4 \cdot 5 + 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$$

Ответ: 1120

~2

$$\cos 7x + \cos 3x + 4 \sin 7x - 8 \sin 3x + 5 \cos 5x = 0 \quad (\text{продолж. на след. стр.})$$

$$2 \sin \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} \cdot \cos \frac{90^\circ - 4x - 90^\circ + 3x}{2} + 2 \sin \frac{4x - 3x}{2} \cos \frac{4x + 3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \sin(90^\circ - 4x) = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot 2 \sin 45^\circ \cdot \cos(45^\circ - 2x) + \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sin(45^\circ - 2x) \cos(45^\circ - 2x) = 0$$

$$\cos(45^\circ - 2x) (4 \cos 5x \sin 45^\circ + 2\sqrt{2} \sin(45^\circ - 2x)) = 0$$

$$\cos(45^\circ - 2x) \left(2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + \sqrt{2} \sin(45^\circ - 2x) \right) = 0$$

$$\cos(45^\circ - 2x) (\cos 5x + \sin(45^\circ - 2x)) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cdot 2 \sin\left(\frac{3\pi}{8} - 3,5x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - 1,5x\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{8} - 3,5x\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} - 1,5x\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi}{8} - 3,5x = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3,5x = \frac{3\pi}{8} - \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3}{2}x = -\frac{3\pi}{8} - \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7}{2}x = \frac{3\pi}{8} - \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$3x = -\frac{3\pi}{4} - 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} - 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} - \frac{2}{7}\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{28} - \frac{2}{7}\pi m, m \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

$$\ln\left(\frac{-x}{y}\right) = x \ln(-y)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y_1 = \frac{-2x - 4 + 4(x-1)}{2} =$$

$$= x - 4 \quad y_2 = \frac{-2x - 4 - 4(x-1)}{2} = -3x$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 12x) =$$

$$= 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x =$$

$$= 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= 16(x-1)^2$$

Продолжение

на след. странице

Подставим y_2 в 1 уравнение

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{-x^2}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x \cdot 3x^2)} \quad \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(3 \cdot x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{3\ln 3 + \ln x} = (x^2)^{2\ln 3 + 3\ln x}$$

$$\left(\frac{x^2}{3^{\frac{1}{3}}}\right)^{3\ln 3 + 3\ln x} = (x^2)^{2\ln 3 + 3\ln x}$$

$$\left(\frac{x^2}{3^{\frac{1}{3}}}\right)^{3\ln 3} \cdot \left(\frac{x^2}{3^{\frac{1}{3}}}\right)^{3\ln x} - (x^2)^{2\ln 3} \cdot (x^2)^{3\ln x} = 0$$

$$(x^2)^{3\ln x} \left(\frac{(x^2)^{3\ln 3}}{(3^{\frac{1}{3}})^{3\ln 3} \cdot (3^{\frac{1}{3}})^{3\ln x}} - (x^2)^{2\ln 3} \right) = 0$$

$x=0$ не кор.

$$(x^2)^{2\ln 3} \left((x^2)^{\ln 3} - 3^{\ln 3 + \ln x} \right) = 0$$

$$(x^2)^{\ln 3} = 3^{\ln 3 + \ln x}$$

$$x^2 = 3^{\frac{\ln 3 + \ln x}{\ln 3}}$$

$$x^2 = 3^{1 + \frac{\ln x}{\ln 3}}$$

$$x^2 = 3 \cdot 3^{\frac{\ln x}{\ln 3}}$$

$$x^2 = 3 \cdot 3^{\log_3 x}$$

$$x=3$$

$$x^2 = 3 \cdot x$$

$$y = -3$$

Подставим y в 1 уравнение

$$\left(\frac{-x}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-y)^2)}$$

(Продолжение на след. странице)

$$\left(\frac{-x^2}{x-4}\right)^{\ln(-(x-4))} = x^{2(\ln x + 2\ln|x-4|)}$$

Но так как $\frac{-x^2}{x-4}$ должно быть > 0 , $x \in (0; 4)$, поэтому $|x-4| = -(x-4) = 4-x$

$$\left(\frac{-x^5}{x-4} \cdot x^2\right)^{\ln(4-x)} = (x^2)^{\ln x + 2\ln(4-x)}$$

$$(x^2)^{\ln(4-x)} \cdot \left(\frac{-x^5}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} - (x^2)^{\ln x} \cdot (x^2)^{2\ln(4-x)} = 0$$

$$(x^2)^{2\ln(4-x)} \left(\left(\frac{-x^3}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} - (x^2)^{\ln x} \right) = 0$$

$x=0$ не возм.

$$(x^3)^{\ln(4-x)} - (x^2)^{\ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} = 0$$

$$x^3 = (4-x) \cdot (x^2)^{\frac{\ln x}{\ln(4-x)}} \Rightarrow (\ln(4-x) = 0 \text{ не возм.})$$

~~$$x^3 = (4-x) \cdot (x^2)^{\log_{4-x} x}$$~~

~~$$x^3 = (4-x) \cdot (x^2)^{\log_{4-x} x}$$~~

~~$$x^3 = (4-x)^2$$~~

~~$$x^3 = (4-x) \left(\frac{1}{4-x}\right)$$~~

$$x=2 \quad y=-2 \quad (\text{возм.})$$

Ответ: $(3; -3); (2; -2)$

а 5

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$$

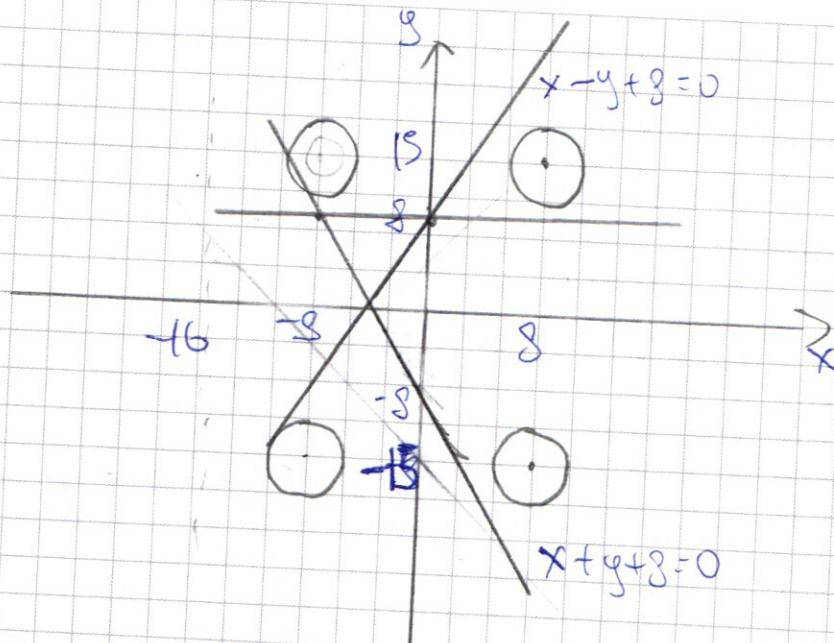
~~$$|x| \geq 0 \text{ и } |y| \geq 0 \Rightarrow (x+y+8) \geq 0$$~~

~~$$x+y+8 + |x-y+8| = 16$$~~

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ — окружности (сферы) с центрами в точках $(-8; 15), (-8; -15), (8; 15), (8; -15)$ и радиусами. Если $a=0$ точек, конечно, не имеет (нет).

(См. след. стр.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x + y + 8| + |x - y + 8| = 16$$

I ~~вариант~~ $x + 8 \geq -y$

$$x + y + 8 + |x - y + 8| = 16$$

$$x + y + |x - y + 8| = 8$$

1) $x + 8 \geq y$

$$x + y + x - y + 8 = 8$$

$$2x = 0 \quad x = 0$$

$$(0 - 8)^2 + (y - 15)^2 = 64 \quad \text{и} \quad y \geq -8 \quad \text{и} \quad y \leq -8$$

$$(y - 15)^2 = 64 - 64 = 0$$

$$(y - 15)^2 - 0^2 = 0$$

$$(y - 15 - 0)(y - 15 + 0) = 0$$

$$-8 \leq 15 - 0 \leq 8$$

$$-23 \leq -0 \leq -8$$

$$7 \leq 0 \leq 23$$

$$-8 \leq 15 + 0 \leq 8$$

$$-23 \leq 0 \leq -8$$

(См. аналогичные случаи)

(правая вершина
окружности)

(лево

с окружностью

окружности

возле

необходимости

☐ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5

(Нумеровать только...

$$49 \leq x^2 - 64 \leq 23^2 \quad 113 \leq a \leq 593$$

$$2) \quad x + 8 < y$$

$$x + y - x + y - 2 = 8 \quad y = 8$$

$$x + y + z = 0$$

$$x + 8 + 8 = 0$$

$$x = -16$$

$$x - y + 8 \geq 0$$

$$x - 8 + 8 \geq 0$$

$$x \geq 0$$

Для левой верхней оц.

$$r_{\min} = 15 - 8 = 7$$

$$r_{\max} = \sqrt{(0 - (-8))^2 + 15^2} = 17$$

Для правой верхней оц.

$$r_{\min} = 17$$

$$r_{\max} = \sqrt{(16 + 8)^2 + 15^2} = \sqrt{801} = 3589$$

~~Для левой нижней оц.~~

$$r_{\max} = \sqrt{(16 + 8)^2 + 8^2}$$

$r_{\min}, r_{\max}$ - минимальное и максимальное значение функции

Для левой верхней оц

$$r_{\min} = 15 - 8 = 7 \quad r_{\max} = \sqrt{(0 - (-8))^2 + 1^2} = \sqrt{13}$$

Для правой верхней оц

$$r_{\min} = \sqrt{13} \quad r_{\max} = \sqrt{(8 - (-16))^2 + 1^2} = \sqrt{625}$$

Для правой нижней оц

$$r_{\min} = \sqrt{(8 - (-8))^2 + (-15 - 8)^2} = \sqrt{485}$$

$$r_{\max} = \sqrt{(8 - (-16))^2 + (-15 - 8)^2} = \sqrt{1105}$$

Для левой нижней оц

$$r_{\min} = 8 - (-15) = 23 = \sqrt{529}$$

$$r_{\max} = \sqrt{(0 - 8)^2 + (8 - (-15))^2} = \sqrt{593}$$

Итак образ, $a \in [49; 625] \cup [529; 593] \cup [485; 1105]$ (Продолжение на след. странице.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r}
 6482 \div 3 \\
 \underline{6} \\
 4 \\
 \underline{3} \\
 18 \\
 \underline{18} \\
 2 \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 21609 \div 3 \\
 \underline{21} \\
 6 \\
 \underline{6} \\
 00 \\
 \underline{00} \\
 9 \\
 \underline{9} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7203 \div 3 \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0 \\
 \underline{0} \\
 3 \\
 \underline{3} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 38 = \frac{8}{2} + \frac{8}{4} \\
 \frac{38}{4} = \frac{8}{2} + \frac{8}{4}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 241 \\
 \times 241 \\
 \hline
 1687 \\
 482 \\
 \hline
 6507
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21609 \\
 \times 3 \\
 \hline
 64827
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7203 \\
 \times 3 \\
 \hline
 64827
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2401 \\
 \times 2401 \\
 \hline
 16807 \\
 4802 \\
 \hline
 64828
 \end{array}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2401$$

$$3^3 \cdot 4 \cdot 4^3 = 3 \cdot 4^4$$

$$\begin{array}{r}
 2401 \div 7 \\
 \underline{21} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 21 \\
 \underline{21} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 343 \\
 \times 49 \\
 \hline
 343
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2401 \\
 \times 343 \\
 \hline
 816323
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 31 \\
 \div 21 = \frac{6}{2} = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 88888311 \\
 88888311 \\
 88888311 \\
 88888311
 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2}$$

$$8 \cdot 8 = 56$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 56 \\ 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$8 \cdot 5 = 40$$

$$7 \cdot 4 = 28$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 28 \\ 40 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 4x &= \sin(90 - 4x) = \\ &= \sin(2(45 - 2x)) = \\ &= 2 \sin(45 - 2x) \cos(45 - 2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 5x + \sin(-3x) &= 2 \sin \frac{5x - 3x}{2} \cdot \cos \frac{5x + 3x}{2} = \\ &= 2 \sin 2x \cdot \cos 5x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(90 - 5x) + \sin(90 - 3x) &= 2 \sin \frac{180 - 10x}{2} \cos \frac{80 - 2x - 90 + 3x}{2} = \\ &= 2 \sin(90 - 5x) \cos \frac{-4x}{2} = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x \end{aligned}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + 5 \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + 5 \cos 4x = 0$$

$$\sin(90 - 2x) + \sin 2x = 2 \sin \frac{90 - 2x + 2x}{2} \cdot \cos \frac{90 - 2x - 2x}{2} =$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$= 2 \sin 45 \cos(45 - 2x)$$

$$\cos 45 \cos 2x + \sin 45 \sin 2x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

$$2 \cos 5x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(90 - 5x) + \sin(45 - 2x) = 2 \sin \frac{90 - 5x + 45 - 2x}{2} \cos \frac{90 - 5x - 45 + 2x}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{135 - 7x}{2} \cos \frac{45 - 3x}{2} = 2 \sin \left(\frac{3\pi}{8} - 3,5x \right) \cos \left(\frac{\pi}{8} - 1,5x \right)$$

$$\left(\frac{-x \pm \sqrt{16x^2 - 4(-3x^2 + 12x)}}{2} \right) = \frac{-x \pm \sqrt{16x^2 - 4(-3x^2 + 12x)}}{2} = \frac{-x \pm \sqrt{16x^2 + 12x^2 - 48x}}{2} = \frac{-x \pm \sqrt{28x^2 - 48x}}{2}$$

$$\ln(x^2) = 2 \ln(x) = \ln(x^2)$$

$$\ln(x^2) = 2 \ln(x) = \ln(x^2)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$$

$$y_1 = \frac{-2x-4 \pm 4(x-1)}{2} = -x-2 \pm 2(x-1) = -x-2 \pm 2x-2 = x-4$$

$$2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = \frac{4\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8} + \pi$$

$$-x-2-2(x-1) = -x-2-2x+2 = -3x$$

$$\ln 3 + \ln x = \ln(3x) = \ln 3 + \ln x$$

$$2(\ln 3 + \ln x) = 2 \ln 3 + 2 \ln x$$

$$\left(\frac{16}{3} \right)^{\ln 3 + \ln x} = \left(\frac{16}{3} \right)^{2 \ln 3 + 2 \ln x} = \left(\frac{16}{3} \right)^{2 \ln 3} \cdot \left(\frac{16}{3} \right)^{2 \ln x} = \left(\frac{16}{3} \right)^{2 \ln 3} \cdot \left(\frac{16}{3} \right)^{2 \ln x}$$

$$\log_3 x = \frac{\log x}{\log 3}$$

$$x(x^2 - 8x + 16) \quad x > 0$$

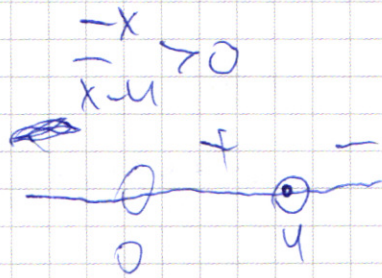
$$y^2 = 6$$

$$\frac{1}{y^2} = \frac{1}{6}$$

$$x^{\log_x(u-x)} = u-x$$

$$\frac{1}{\log_x(u-x)} = \frac{1}{u-x}$$

$$x^{\log_x(u-x)} = u-x$$



$$\left(\frac{-x^2}{x-4} \right)$$

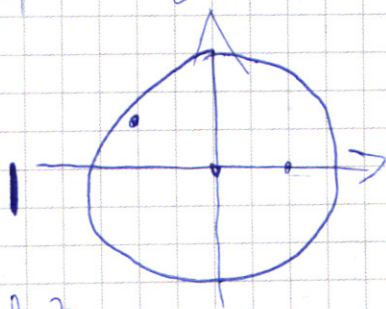
$$2(\ln x + 2 \ln(u-x))$$

$$(x^4)^{\ln(u-x)} = (x^2)^{2 \ln(u-x)}$$

$$\left(\frac{1}{x^2} \right)^0 = 1$$

$$x^{3 \ln(u-x)} = (u-x)^{\ln(u-x)}$$

$$x+8$$



$$\ln 2$$

$$\ln 4$$

$$\ln 2$$

$$\ln 3$$

$$2 \cdot 4$$

$$\left(\frac{1}{x^2} \right)^{\ln 3}$$

$$\ln 2$$

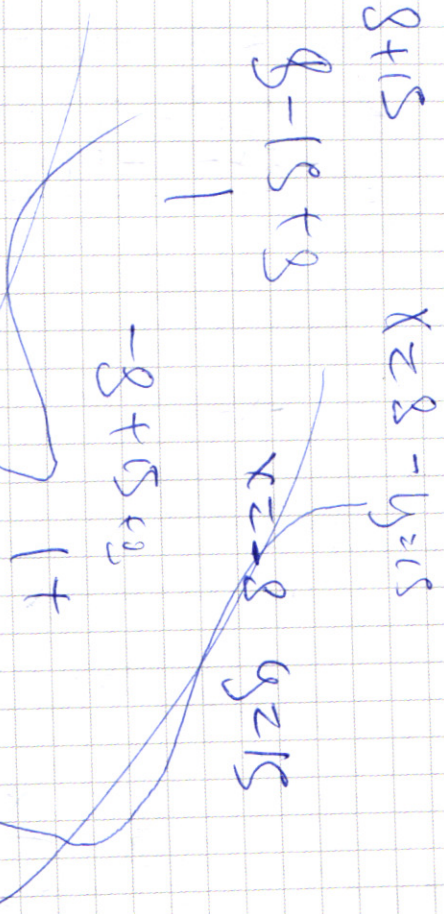
$$\ln 4$$

$$\ln -x$$

$$x^3$$

$$x-4$$

возрастает.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Мин $\rightarrow$ тем $\rightarrow$ чевов. Функции принимают отрицательное значение при $x=4$ ~~и~~; при $x>1$ функции не имеют ~~и~~ других корней.

При $x=4$ не $\exists$ φ , удовлетворяющего условию исходной системы уравнений.

При $x \geq 5$ имеются решения

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \geq 83 + 3^{28} x - 3x$$

$$3^x + (4-x) \cdot 3^{28} \geq 83 - 3x$$

при $x \geq 31$ система не имеет решений.

при $x=5$ решений

$$83 + 3^{28} \cdot 5 - 15 - 3^5 - 4 \cdot 3^{28} = 1 \cdot 3^{28} + 83 - 81 \cdot 3 = 3^{28} - 65$$

Рассмотрим отрицательное число решений при $5 \leq x \leq 30$

$3^x, 3^{x+1}, \dots$ — геом. прогр.

Сумма геом. прогр. ~~$S = 3^{31} - 3$~~

$$S = \frac{3^{31} - 3}{3 - 1}$$

$-3 \cdot 5, -3 \cdot 6, \dots$ — ариф. прогр. Сумма ариф. прогр.

$$S_2 = \frac{-15 - 30}{2} \cdot 26$$

$$II \quad x+8 \leq y$$

$$-x-y-8 + |x-y+8| = 16$$

$$-x-y + |x-y+8| = 24$$

$$1) \quad x+8 \geq y$$

$$-x-y + x-y+8 = 24$$

$$-2y = 16 \quad y = -8$$

$$x-y+8=0$$

$$x+y+8=0$$

$$x+8+8=0$$

$$x-8+8=0$$

$$x = -16$$

$$x = 0$$

Аналогично, как в пункте I.2) получаем
 $x \in [48; 625] \cup [528; 593] \cup [785; 1105]$

$$2) \quad x+8 < y$$

$$-x-y - x+y-8 = 24$$

$$-2x = 32 \quad x = -16$$

Для левой ~~крайней~~ ^{границы} принадлежности:

$$v_{\min} = (-8 - (-16)) = 8 = 564$$

В радиусе $\geq v_{\min}$ есть решение системы враща.

Следовательно I) с оптимальными окруженностями можно не рассматривать т.к. все радиусы будут входить в уже рассмотренные промежутки.

Ответ: $[48; \infty)$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ 93 + 3(3^{28} - 1)x \geq y \end{array} \right. \\ & 93 + 3^{28} \cdot x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \end{aligned}$$

Левая и правая монотонные функции, при этом при $x > 1$ левая y правая производ-
 (или слов стр.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x + y + z \geq 0$$

$$x_2 = y + z$$

$$\begin{array}{rcl} x+y+z > 0 & \uparrow & 39 \\ +z > -y & & 64 \\ \hline x+y > -64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93 + 3 \times 28 - 3 \times 2 \\ 93 + 3 \times 28 - 6 \\ 93 + 84 - 6 \\ 177 - 6 \\ 171 \end{array}$$

$$y^3 + 3^2 \cdot x - 3 \times y \sqrt[3]{6}$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 24 \\ \hline 496 \\ 248 \\ \hline 2976 \end{array}$$

28
7-3x

$$y = 83 + 28 - 3x$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 x^2 dx &= \frac{1}{3} \\ \int_0^1 x^3 dx &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$g \circ f(28 - 3)4 = 81 + 4 \cdot 8$$

$$G \supseteq -x - 8$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ + 64 \\ \hline 593 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 528 \\ 256 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 529 \\ + 64 \\ \hline 593 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ 128 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 529 \\ 286 \\ \hline 1015 \end{array}$$

1
526
+ 49

675

520
64
584

