МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 = 7^4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

I случай: в числе есть 3 тройки, 4 семерки, 1 единица. Кол-во способов для того, чтобы разместить семерки: C_8^4

Это число надо умножить на 4 – кол-во способов разместить единицу. Получаем:

$C_8^4 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cancel{4}} \cdot \cancel{4} = 56 \cdot 5 = 280.$

II случай: в числе есть 1 тройка, 1 девятка, 4 семерки, 2 единицы.

Кол-во способов для размещение 7-ок: C_8^4

Далее это число надо умножить на 4: кол-во способов разместить 9 или 3 после размещ. 7-ок.

Далее ~~на~~ произведение надо умножить на 3 – кол-во способов разместить 9 или 3 после размещ. 9 или 3 →

⇒ Кол-во способов: $C_8^4 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 4 \cdot 3 =$

$= 280 \cdot 3$ → Общее кол-во: $280 \cdot 3 + 280 = 280 \cdot 4 = 1120$ Ответ: 1120.

№2

$$\cos 7x+\cos 3x+\sin 7x-\sin 3x+\sqrt{2}\cos 4x=0$$

Сгруппируем и применим формулу доп. угла.

$$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 7x\right)+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x\right)+\sqrt{2}\cos 4x=0$$

$$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos 4x=0$$

$$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0$$

$$2\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0$$

$$\cancel{\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)}\left(\right.$$

$$\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right)=0$$

$$\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{8}-\frac{x}{2}\right)\right)=0$$

$$\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cdot 2\cdot\sin\left(\frac{3x}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)\cdot\sin\left(2x-\frac{2\pi}{8}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi n;\ n\in Z\\ \frac{3x}{2}+\frac{3\pi}{8}=\pi k;\ k\in Z\\ 2x-\frac{\pi}{4}=\pi l;\ l\in Z.\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}=\frac{3\pi}{8}+\pi n;\ n\in Z\\ \frac{3x}{2}=-\frac{3\pi}{8}+\pi k;\ k\in Z\\ 2x=\frac{\pi}{4}+\pi l;\ l\in Z.\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7};\ n\in Z\\ x=-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3};\ k\in Z.\\ x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi l}{2};\ l\in Z.\end{array}\right.$$

Проверим, не совпадают ли корни:

$$\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7}=-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}\ \Big|\cdot 3\cdot 28.$$

$$9+24n=-21+56k\ \Big|:2$$

$$15+12n=28k.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$15+12n$ – нечетное
$28k$ – четное } → совпадений нет

$$-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi l}{2} \Big| \cdot 3 \cdot 8$$

$$-6+16k=3+12l.$$

$16k-9=12l$ → совпадений нет.

$$\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7}=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi l}{2} \Big| \cdot 7 \cdot 8$$

$$6+16n=7+28l.$$

$16n=1+28l$ → совпадений нет

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7};\ n\in\mathbb{Z} \\ x=-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3};\ k\in\mathbb{Z} \\ x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi l}{2};\ l\in\mathbb{Z}. \end{array}\right.$

№3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)}=x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

$\boxed{\begin{array}{l} x>0 \\ y<0 \end{array}}$

2) $y^2+2xy-3x^2+12x+4y=(y-x)(y+3x)+4(y+3x)=0$

□ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$(y+3x)(y-x+4)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} y=-3x \quad (1) \\ \\ y=\cancel{x}-4 \quad (2) \end{array}\right.$$

Подставим в (1)

$\Rightarrow x\in(0;4)$

$$\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)}=x^{2\ln(x\cdot 9x^2)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)}=x^{2\ln(9x^3)}.$$

$$x^{6\ln(3x)}=x^{2\ln(9x^3)}\cdot 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{6\ln 3x}=x^{2\ln x}\cdot x^{2\ln 9x^2}\cdot 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{6\ln 3x}=x^{2\ln x}\cdot x^{4\ln 3x}\cdot 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{4\ln 3x}\left(x^{2\ln 3x}-x^{2\ln x}\cdot 3^{\ln(3x)}\right)=0.$$

$$x^{4\ln 3x}\neq 0$$

$$x^{2\ln 3x}=x^{2\ln x}\cdot 3^{\ln 3x}$$

$$\frac{x^{2\ln 3x}}{x^{2\ln x}}=\cancel{3^{\ln 3}}\ 3^{\ln 3x}$$

$$x^{2\ln 3}=3^{\ln 3x}$$

$$9^{\ln x}=3^{\ln 3x}$$

$$9^{\ln x}=3^{\ln x}\cdot 3^{\ln 3}$$

$$3^{2\ln x}-3^{\ln x}\cdot 3^{\ln 3}=0$$

$$3^{\ln x}\left(3^{\ln x}-3^{\ln 3}\right)=0$$

$$3^{\ln x}=3^{\ln 3}\Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\Rightarrow y=-9$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

г) $\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{7\ln(x(x-4)^2)}$

$$\frac{x^{7\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{7\ln x^2(x-4)^4}$$

$$(4-x)^{-\ln(4-x)} = x^{\ln\left(\frac{x^2\cancel{(x-4)^4}}{(4-x)^{\cancel{7}3}}\right)}$$

функция убывает т.к. $(4-x)\downarrow \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln(4-x)\downarrow \Rightarrow$

$\Rightarrow -\ln(4-x)\uparrow \Rightarrow$

$\Rightarrow (4-x)^{-\ln(4-x)}\downarrow$

функция возрастает

$\frac{x^2}{(4-x)^3}\uparrow$ на $x\in(0;4) \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln\left(\frac{x^2}{(4-x)^3}\right)\uparrow \Rightarrow$

$\Rightarrow x^{\ln\left(\frac{x^2}{(4-x)^3}\right)}\uparrow$

$\Downarrow$

1 решение $x=2 \Rightarrow y=-2$

Ответ: $(3;-9)$, $(2;-2)$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Построим первый график.

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -8-x \\ y \geq x+8 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ x=-16 \end{cases}$$

2 график: 4 окружности, каждая не выходит за пределы своей коорд. четверти, с центрами:

$(8;15)$, $(-8;15)$, $(8;-15)$, $(-8;-15)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

совпадут, и будет 2 решения. Далее при увеличении ~~A~~ a ~~окружности будут~~ ~~иметь~~ ситуации, при которой бы будет мог иметь 2 решения, не будет.

~~Ответ:~~

Посчитаем значения для найденных a:

1) Окружности касаются прямых $y=8$ и $y=-8 \Rightarrow$

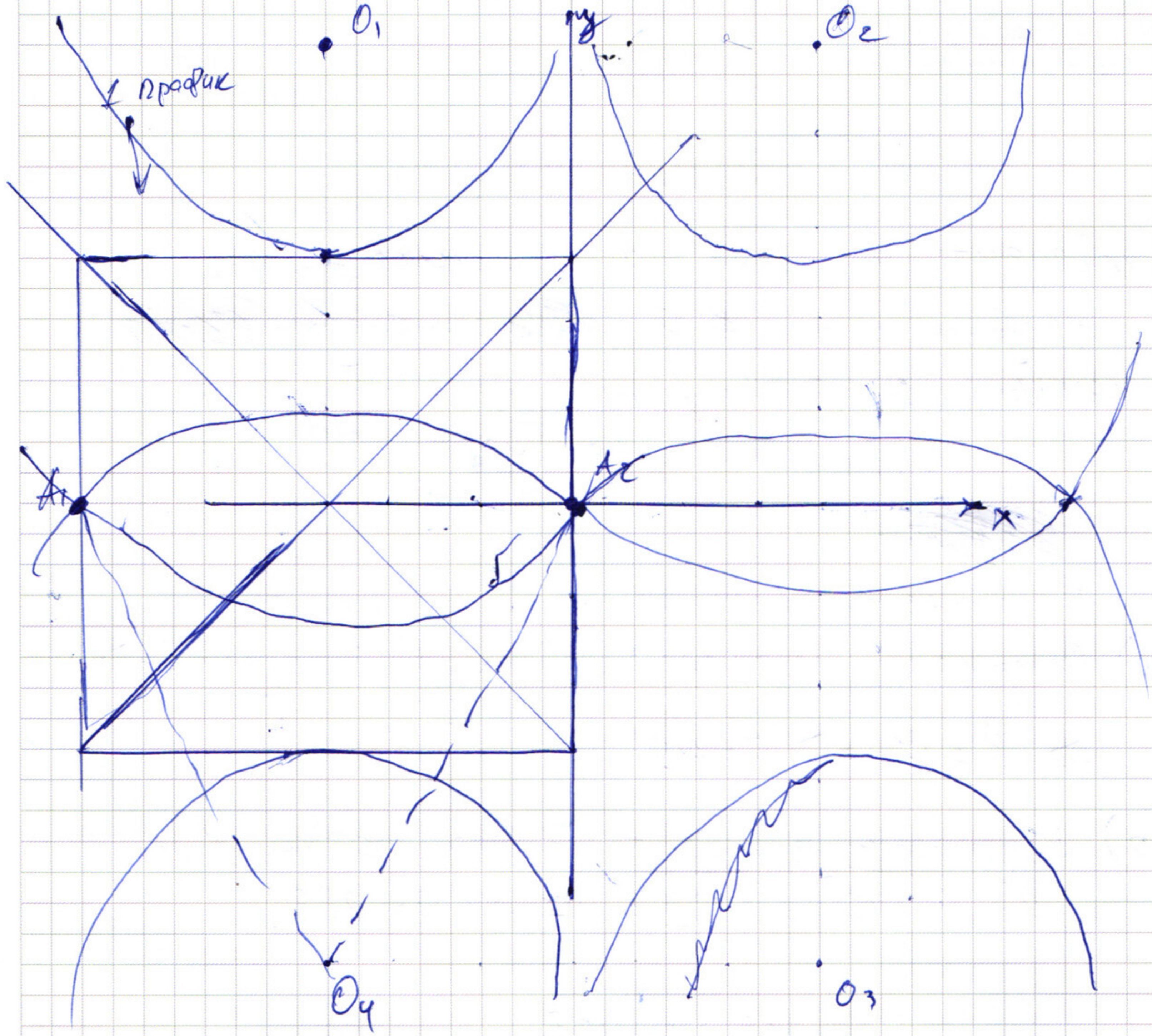
$\Rightarrow R=7 \Rightarrow a=49.$

2) Окружности проходят через точки $A_1, A_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17 \Rightarrow a=289.$

Ответ: $a=49$; $a=289$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)



Видно, что 2 решения будет при касании O_1 и O_4 прямых $y=8$ и $y=-8$

Далее при увеличении радиусов все окружности будут ~~касаться~~ пересекать прямую $x=0$ и только O_1 и O_4 будут пересекать прямую $x=-16$.

при увеличении a будет 4 корня до тех пор пока O_1 и O_4 не пересекут $x=-16$ и $x=0$ в точках A_1 и A_2, тогда корни попарно

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=9 \end{cases}$$

$x-y+8\le 0$

$y\ge x+8$

$x+16=16$

$x=0$

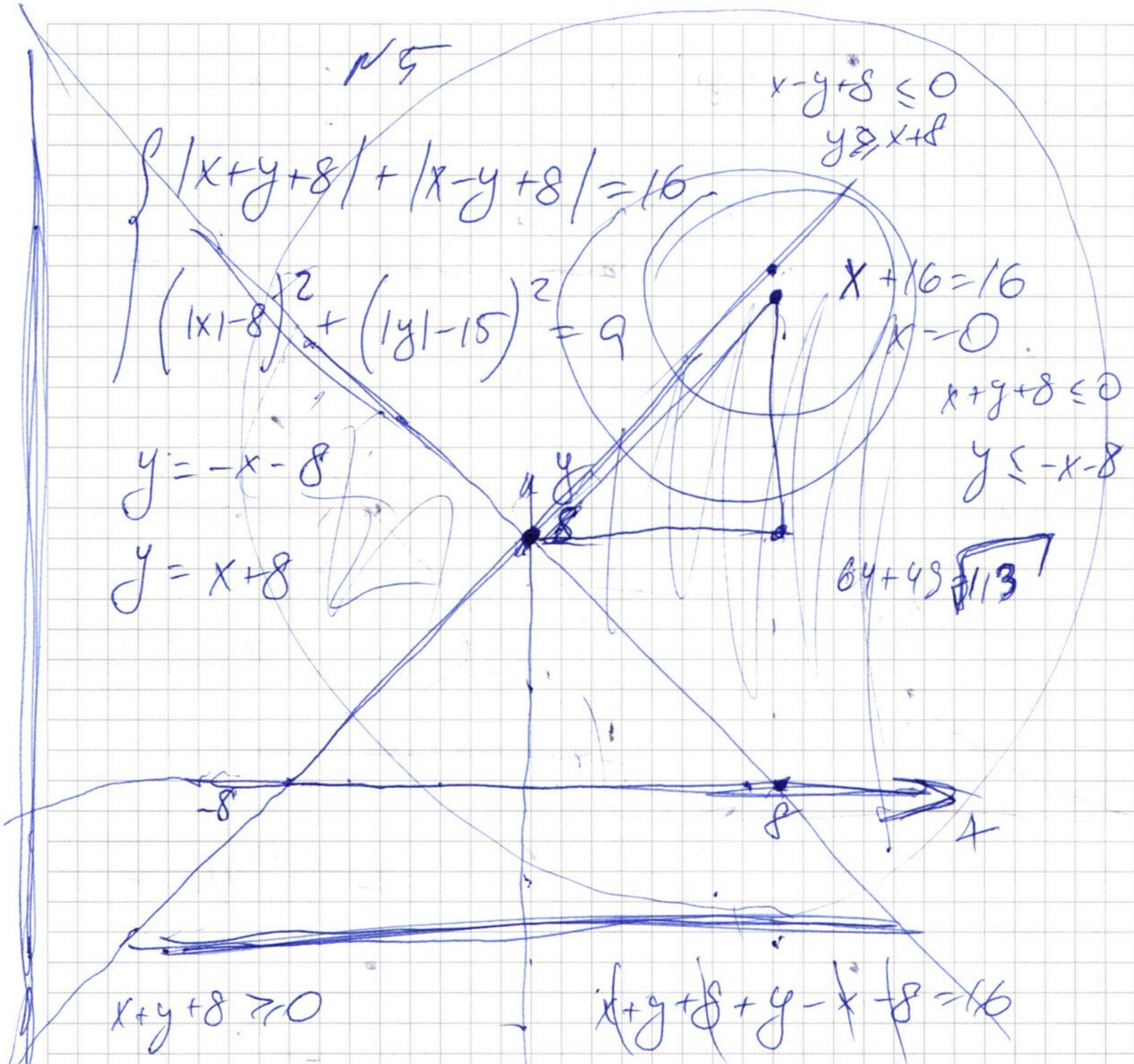
$x+y+8\le 0$

$y\le -x-8$

$y=-x-8$

$y=x+8$

$64+49$ $\sqrt{113}$



$x+y+8\ge 0$

$y\ge -x-8$

$x-y+8\ge 0$

$y\le x+8$

$\cancel{x+y+8}$

$x+y+8+y-x-8=16$

$y=8$

$-x-y-8+x-y+8=16$

$y=-8$

$-x-y-8-x+y-8=16$

$-2x=32$

$x=-16$

$y=-x-8$

$y=x+8$

$y=-x-8$

$y \leq -x-8$

$y \geq x+8$

$-x-y-8-x+y-8=16.$

$x=-16.$

$(3^9-1)(3^{18}+2\cdot3^9+1)$

$|x+y+8|-|x+y-8|=16$

$y=-8$

$y \geq -x-8$

$y \geq x+8$

$(3^3-1)(3^6+2\cdot3^3+1)(3^{18}+2\cdot3^9+1)$

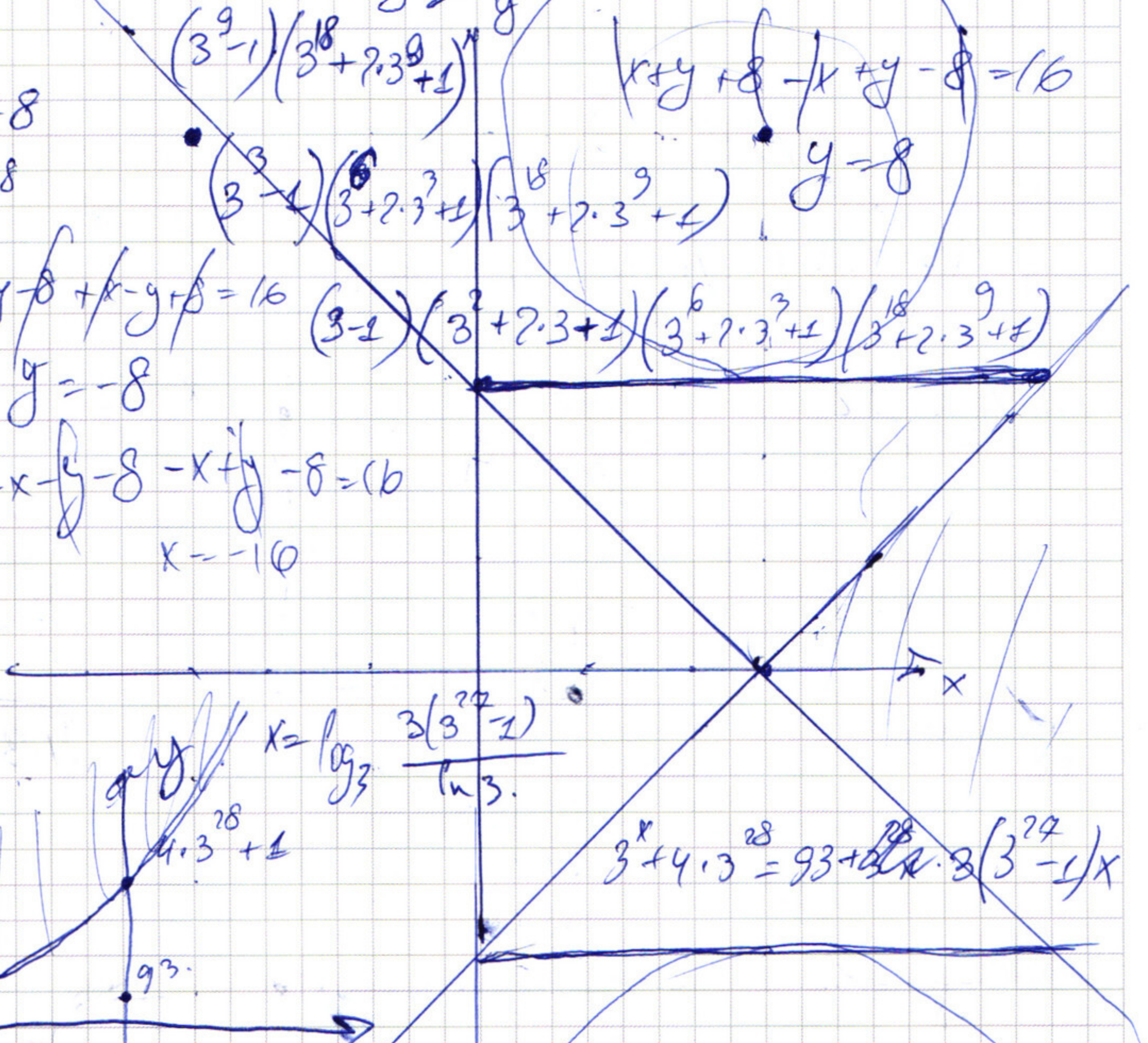
$-x-y-8+x-y+8=16$

$(3-1)(3^2+2\cdot3+1)(3^6+2\cdot3^3+1)(3^{18}+2\cdot3^9+1)$

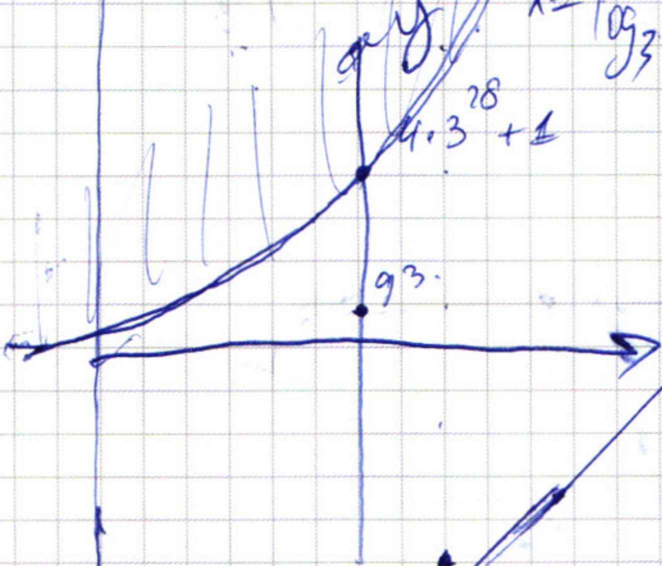
$y=-8$

$-x-y-8-x+y-8=16$

$x=-16$



$x=\log_3 \dfrac{3(3^{27}-1)}{\ln 3}.$



$3^x+4\cdot3^{28}=93+3(3^{27}-1)x$

$3^x+4\cdot3^{28}-93-3(3^{27}-1)x=0$

$3^x\cdot\ln3-3^{28}+3=0$

$3^x\ln3=3(3^{27}-1)$

$3^x=\dfrac{3(3^{27}-1)}{\ln3}$

$$\begin{cases} y>3^x+4\cdot3^{28} \\ y\leq 93+3(3^{27}-1)x \end{cases}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$64827 : 9 = 7203$

-63, 18, -18, 27

....

$7203 : 3 = 2401$; $2401 : 7 = 343$; $343 : 7 = 49$; $49 : 7 = 7$

$C_8^3 = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}} = 56$

280

$7^4 \cdot 3\cdot 3\cdot 3$

$C_8^4 \cdot 4\cdot 3$

$1 \ldots 1$

$C_8^4 \cdot C_4^2$

$C_8^4 \cdot 4 = \frac{8\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5}{1\cdot \cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 4}\cdot 4.$ $\quad C_4^2 = \frac{4\cdot 3}{1\cdot \cancel{2}}\cdot 2$

$280 + C_8^4\cdot 4\cdot 3 = 280 + \frac{\overset{2}{\cancel{8}}\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5}{1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{4}}\cdot 4\cdot 3 =$

$= 280 + 2\cdot 7\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 280 + 70\cdot 4\cdot 3 = 280 + 280\cdot 3 =$

$= 280\cdot 4 = 800 + 320 = 1120$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№2

$$-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3}=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi l}{2} \Big| \cdot 24$$

$$-6\pi+16\pi k=3+12l$$

$$\cos 7x+\cos 3x+\sin 7x-\sin 3x+\sqrt{2}\cos 4x=0$$

$$\cancel{2\cos 5x\cos 2x+2\sin 2x\cos 5x+\sqrt{2}\cos 4x=0}$$

$$16k-9=12l.$$

$$\cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 7x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x\right)+\cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x\right)+\cancel{\sqrt{2}}\cos 4x=0$$

$$\cancel{\cos(7x+}$$

$$\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+\cancel{\sin\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)}+\cos 4x=0$$

$$\cancel{\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos 4x=0}$$

$$\frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi n}{7}=-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3} \Big| \cdot 28\cdot 3$$

$$\cancel{2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos 5x+\cos 4x=0}.$$

$$9+24n=-21+56k.$$

$$24n+30=56k$$

$$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0$$

$$12n+15=28k.$$

$$2\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=0$$

$$2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right)=0$$

$$2\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{8}-\frac{x}{2}\right)\right)=0$$

$$\cancel{2}\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)\cdot\cancel{2}\sin\left(\frac{3x}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{4x}{2}-\frac{2\pi}{8}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\left(\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)=0\\ \sin\left(\frac{3x}{2}+\frac{3\pi}{8}\right)=0\\ \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\frac{7x}{2}+\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

$\cancel{xy\neq 0}$ $\cancel{y\neq 0}$ $\boxed{x>0 \quad \cancel{y\neq 0} \quad y<0}$

$\cancel{(y-x)}$

$(y+3x)(y-x)+4(y+3x)=0$

$(y+3x)(y-x+4)=0$

$\left[\begin{array}{l} y=-3x \\ y=x-4 \end{array}\right.$

$\cancel{y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0}$

$\cancel{(y+x)^2-4x^2+12x+4y=0}$

$\cancel{y^2+2xy+(x+6)^2-4x^2+4y-36=0}$

$\Rightarrow$

$$\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x\cdot 9x^2)}$$

$(x^6)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$

$x^{6\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$

$x^{6(\ln 3+\ln x)} = \cancel{x}^{2}(9x^3)$

$\cancel{x^{6(\ln(3x))}}$ $x^{6\ln(3x)} = 9$

$x^{2\ln 3x-2\ln x}$, $\ln 3x$ $= 3$

$x^{2\ln 3}$ $= 3^{\ln 3x}$

$x^{2(\ln x+2\ln 3x)} = x^{6\cdot\ln 3x}$

$x^{2\ln x}\cdot x^{4\ln 3x} = x^{6\cdot\ln 3x}$

$x^{4\ln 3x}\left(x^{2\ln x}-x^{2\ln 3x}\right)=0$

$x^{2\ln x}\cdot x^{4\ln 3x}=0 \Rightarrow x\in\varnothing$

$x^{2\ln x}=x^{2\ln 3x}\Rightarrow$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\Rightarrow \left(x^{\ln x} - x^{\ln 3x}\right)\left(x^{\ln x} + x^{\ln 3x}\right) = 0$$

$$\cancel{\left(x^{\ln x}\right)' = x^{\ln x - 1} \cdot 2\ln x}$$

$$\cancel{x^{\ln x - 1} \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x} - x^{\ln 3x - 1} \cdot \ln 3x \cdot \frac{1}{3x} = 0}$$

$$x^{\ln x} - x^{\ln x} \cdot x^3$$

$$x^{\ln x}\left(1 - x^3\right)$$

$$\left(-\frac{x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln\left(x \cdot (x-4)^2\right)}$$

$$\frac{\left(x^7\right)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln 4-x}} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln(x-4)^2}$$

$$\frac{1}{(4-x)^{\ln 4-x}} = x^{2\ln x + 2\ln(x-4)^2 - 7\ln(4-x)}$$

$$\frac{1}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{\ln \frac{x^2 \cdot (x-4)^4}{(4-x)^7}} = x^{\ln \frac{x^2}{(4-x)^3}}$$

$$(4-x)^{-\ln(4-x)} = x^{\ln \frac{x^2}{(4-x)^3}}$$

$$x = 2 \quad 2^{-\ln 2} = 2^{\ln \frac{4}{8}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

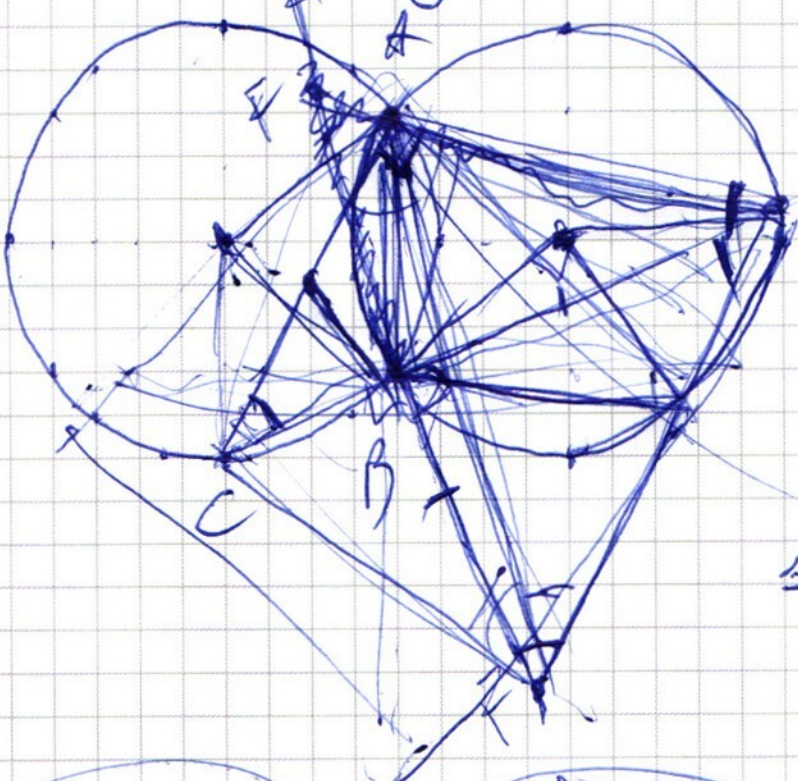
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

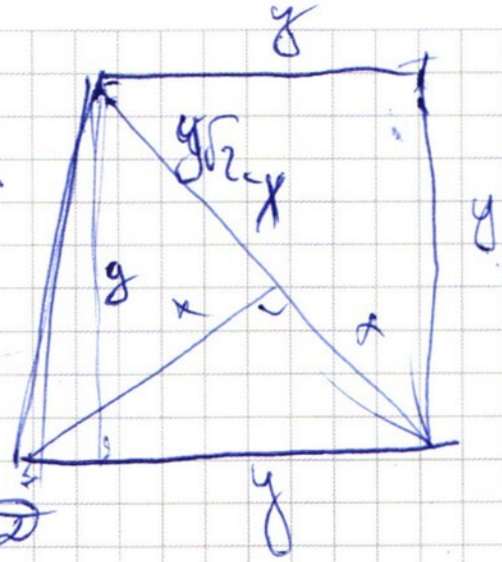
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

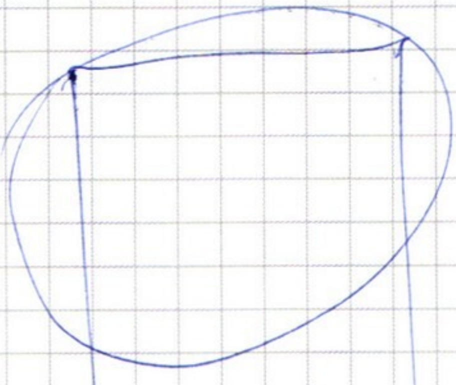
$R = 17.$

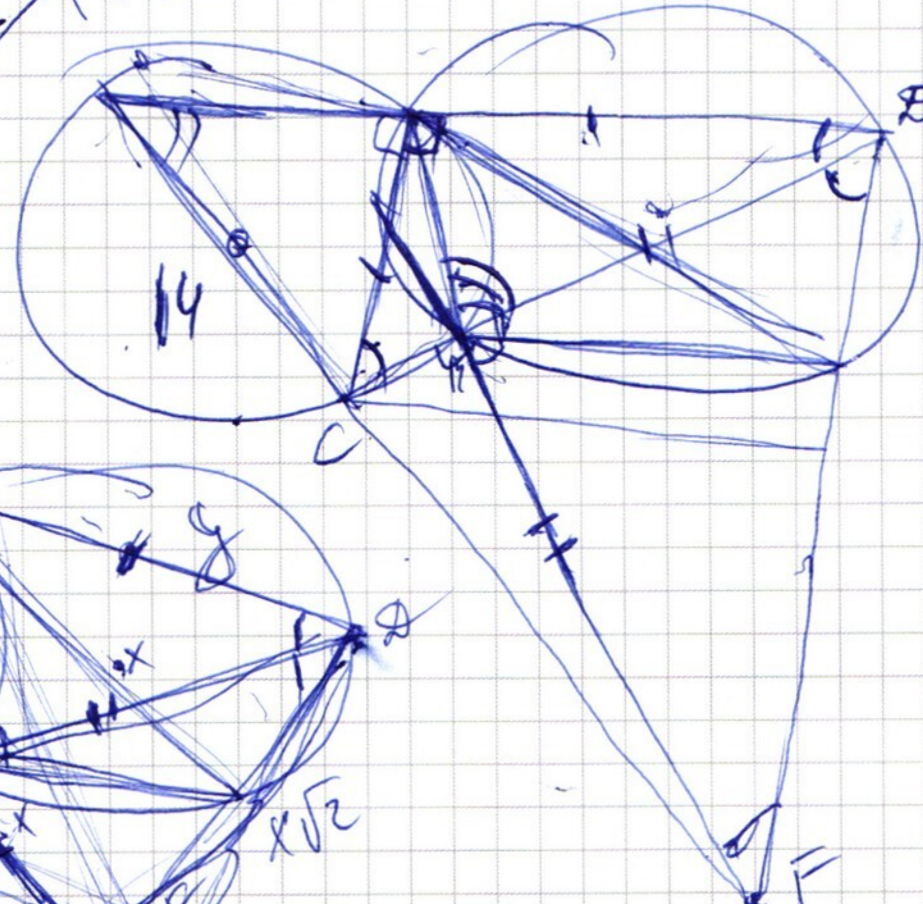
$2x^2+2y^2 = 2\sqrt{2}xy.$

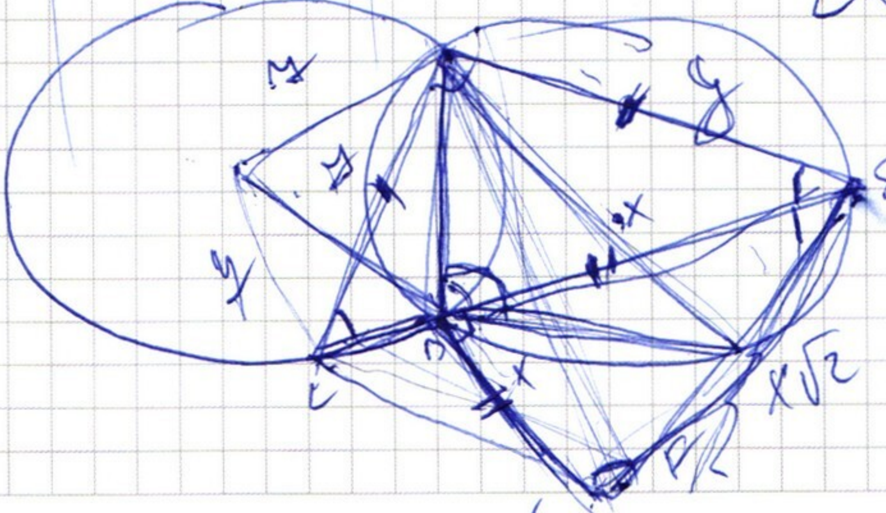




CF – ?







☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)