МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

- кв. 8

- окр.

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cos 2x \cdot \cos 5x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \ (1) \\ \sqrt{2}\cos 5x = \sin 2x - \cos 2x \ (2) \end{array}\right.$$

$\cancel{\cos 2x = 0}$ (1) $x = \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ – не корень ур-я (1),

$$\frac{\cos 2x}{\sin 2x} = -1 \Rightarrow \operatorname{ctg} 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

(2) $\cos 5x = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x$

$$\cos 5x = -\left(\cos\frac{\pi}{4}\cos 2x - \sin\frac{\pi}{4}\sin 2x\right)$$

$$\cos 5x = -\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$$

$$\cos 5x = \cos\left(-\frac{\pi}{4} - 2x\right)$$

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2\cos\left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)\cos\left(\frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0 \end{array}\right. \to \left[\begin{array}{l} \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{array}\right., \quad m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \end{array}\right. \to \left[\begin{array}{l} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \cancel{2\pi}\frac{2}{7}\pi m \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2} \\ x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2}{7}\pi m \\ x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi n \end{array}\right. ,\quad k,m,n\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$; $x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2}{7}\pi m$; $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi n$; $k,m,n\in\mathbb{Z}$

№3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \quad (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \quad (2) \end{cases}$$

$(*)\begin{cases} -y>0 \\ xy^2>0 \end{cases}$ $(*)\begin{cases} y<0 \\ x^7>0 \end{cases}$

(1) Метод логарифмирования.

$\ln(-y)\cdot\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)=2\ln(xy^2)$

$\ln(-y)\cdot(7\ln x-\ln(-y))=2\ln x+4\ln|y|$, т.к. $y<0$, то $|y|=-y$

$\cancel{\ln(-y)=b}$ $\ln(-y)\cdot(7\ln x-\ln(-y))=2\ln x+4\ln(-y)$

$\cancel{\ln x=a}$ $\ln(-y)=b$ $\ln(x)=a$ $b(7a-b)=2a+4b$

$b^2-7ab+4b+2a=0$

$b^2-b(7a-4)+2a=0$

$D=(7a-4)^2-8a$

$\cancel{b(7a-b)=2a}$

(2) $y^2+2y(x+2)-3x^2+12x=0$

$D_1=x^2+4x+4+3x^2-12x=4x^2-8x+4=4(x-1)^2$

$y_1=-x-2+2(x-1)=x-4$

$y_2=-x-2-2(x-1)=-3x$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} \ln(-y)\cdot(7\ln x-\ln(-y))=2\ln x+4\ln(-y) \\ \left[\begin{array}{l} y_1=x-4 \\ y=-3x \end{array}\right. \end{cases}$$

$x-4<0$ $\quad x<4$

$-3x<0$ $\quad x>0$ $\quad x\in(0,4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = x-4$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x)) = 2\ln x + 4\ln(4-x)$

$\ln(4-x)(7\ln x - \ln(4-x) - 4) = \ln x^2$

$\ln(4-x)(\ln\frac{x^7}{4-x} - 4) = \ln x^2$

$\ln(4-x)\cdot\ln(\frac{x^7}{4-x}) + (\ln x^2 + \ln(4-x)^4) = 0$

$\ln(4-x)\cdot\ln(\frac{x^7}{4-x}) - \ln(x^2(4-x)^4) = 0$

(1) $\left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

$\frac{x^{7\ln(-y)}}{e} = x^{2\ln x + 2\ln y^2} = e^2 \cdot x^{4\ln|y|}$ т.к. $y<0$, $|y|=-y$

$x^{7\ln(-y)} = e^3 x^{4\ln(-y)}$, $x>0$

$x^{3\ln(-y)} = e^3$

Вернемся к системе.

$$\left[\begin{cases} y = x-4 \\ x^{3\ln(-y)} = e^3 \end{cases}\right. \qquad \left[\begin{cases} y = x-4 \\ x^{\ln(4-x)} = e \end{cases}\right.$$

$$\begin{cases} y = \cancel{x-4}\ -3x \\ x^{3\ln(-y)} = e^3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -3x \\ x^{\ln(3x+1)} = e \end{cases}$$

Метод логарифмирования

$x-4<0$, $x<4$

$-3x<0$ $x>0$ см. *

Условие: $x\in(0,4)$

Т.к. $x^{\ln(-y)}>0$, $e>0$, то можно взять корень 3-й степ. от обеих частей.

$$\left[\begin{cases} y = x-4 \\ \ln(4-x) = \log_x e = \ln 1 \end{cases} \atop \begin{cases} y = -3x \\ \ln(3x) = 1 \end{cases}\right.$$

Метод рационализации

$$\left[\begin{cases} y = x-4 \\ (e-1)(4-x-e) = 0 \end{cases} \atop \begin{cases} y = -3x \\ (e-1)(3x-e) = 0 \end{cases}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{cases} y = -e \\ x = 4-e \end{cases} \atop \begin{cases} x = \frac{e}{3} \\ y = -3\left(\frac{e}{3}\right) = -e \end{cases}\right.$$

$$\left[\begin{cases} x = 4-e \\ y = -e \end{cases} \atop \begin{cases} x = \frac{e}{3} \\ y = -e \end{cases}\right.$$

Ответ: $x = 4-e$, $y = -e$; $x = \frac{e}{3}$, $y = -e$;

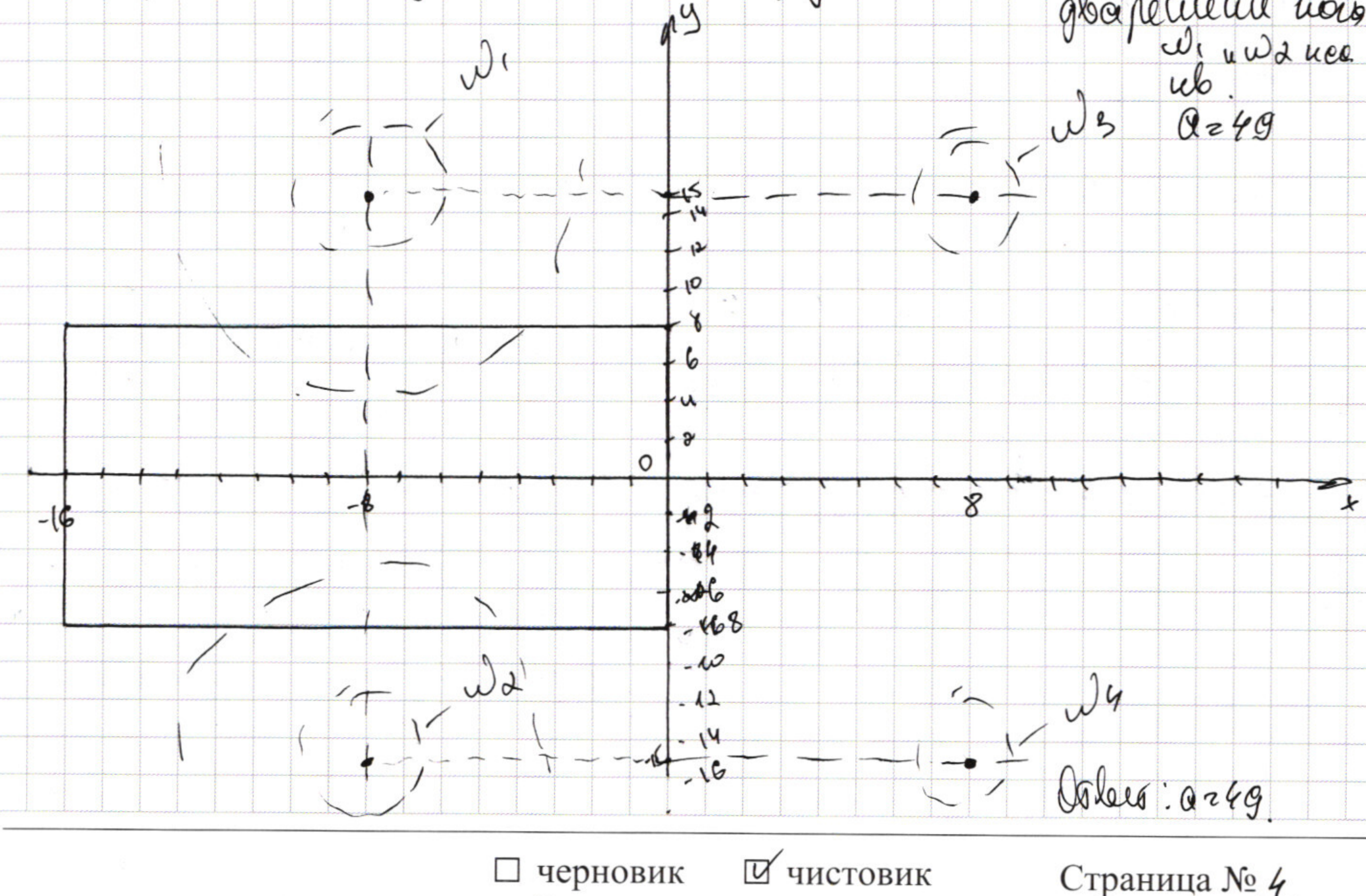
№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

— ур-е кв. с центром $(-8,0)$ и стороной $= 16$

— ур-е окружности с центрами: $(-8,-15)$, $(8,-15)$, $(-8,15)$, $(8,15)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

построим в одной системе координат.



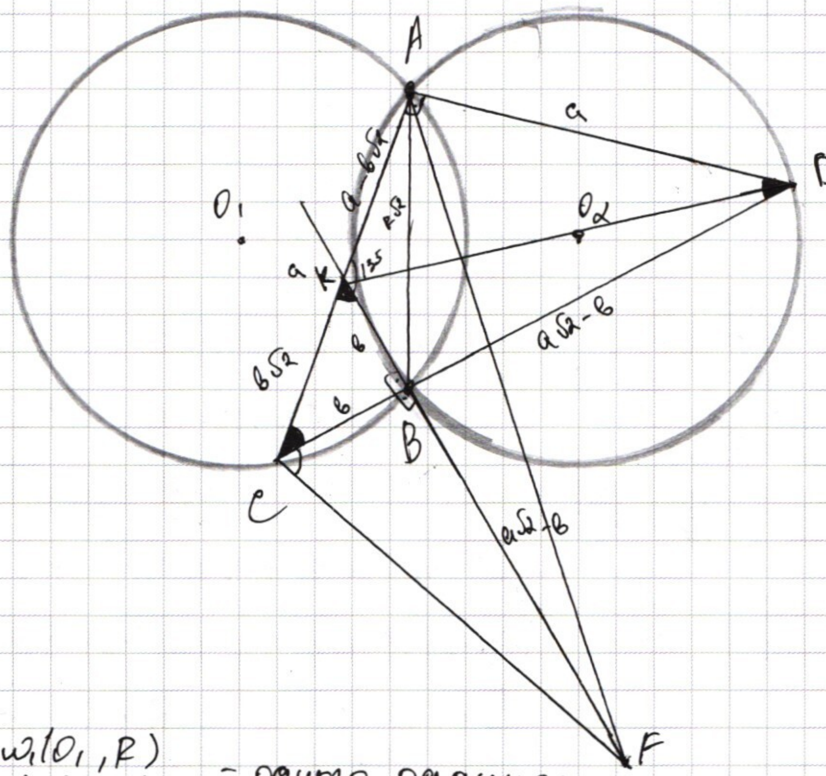
два решения когда ω_1 и ω_2 кас. кв.

$a = 49$

Ответ: $a = 49$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



а)

1) ~~Пу~~ т.к. $\omega_1(O_1, R)$, $\omega_2(O_2, R)$ – одного радиуса и пересекаются в т. A и B, то хорда AB отсекает от окружностей равные дуги, тогда

$\angle ADB = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB} = \angle ACB \Rightarrow$

$\triangle ACB$ – прямоуг. по усл., тогда $\angle ACB + \angle ADC = 90° \Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = 45°$.

2) $BF \cap CA = K$, $BF \perp CB$.

$\angle CBK = 90° \Rightarrow \angle CKB = 90-45 = 45° \Rightarrow CB = BK = b$

3) Пусть $AD = AC = a$, тогда по т. Пифагора $CD = a\sqrt{2}$.

4) $\angle BKA$ – смежный с углом $CKB \Rightarrow \angle BKA = 135°$

5) вокруг 4-уг. BKAD – можно описать окружность (по св-ву впис. 4-уг.)

6) Т.к. т. $B, A, D \in \omega_2$, ~~то~~ и ~~б~~ через 3 точки можно провести окр. и притом только одну, то $K \in \omega_2$.

7) $\triangle KBD$, $\angle KBD = 90^\circ \Rightarrow$ опир на диаметр $\Rightarrow$ KD-диам $= 2R$.

8) $BD = BF = a\sqrt{2} - b$ (по услов)
$KB = BC$ (по доп-му)
$\Rightarrow \triangle KBD = \triangle CBF$ по 2-м катетам $\Rightarrow$

$\Rightarrow KD = CF = 2R = 34$

$\underline{\underline{CF = 34}}$

б) $BC = 16$.

1) $\triangle CFB$, $BC = 16$
$CF = 34$
$BF = a\sqrt{2} - 16$

$\cos\angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$

$\sin\angle BCF = \sqrt{1 - \frac{64}{17^2}} = \frac{15}{17} = \frac{BF}{CF} \Rightarrow$

$\Rightarrow BF = 30 = a\sqrt{2} - 16$
$46 = a\sqrt{2} \Rightarrow a = 23\sqrt{2}$

по т Пифагора
~~34~~ $CF^2 = BC^2 + BF^2$
~~$34^2 = 16^2 + 2a^2 - 32\sqrt{2}a + 16^2$~~
~~$2a^2 - 32\sqrt{2}a + 2 \cdot 16^2 - 34^2 = 0$~~
~~$D_1 = 2 \cdot 16^2 - 2 \cdot 16^2 \cdot 34^2 = 2 \cdot 16^2$~~
~~$D_1 = 2 \cdot 16^2 - 2 \cdot 16^2 + 34^2 = 34^2$~~
~~$a_1 = \frac{32 \cdot 16\sqrt{2} + 34}{2} = 8\sqrt{2} + 17$~~
~~$a_2 < 0$~~

~~$BF = a\sqrt{2} - 16 = 16 + 17\sqrt{2} - 16 = 17\sqrt{2}$~~

2) $S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \sin\angle ACF \cdot AC \cdot CF =$, $\angle ACF = 45 + \angle BCF$

$= \frac{1}{2} \cdot (\sin 45 \cdot \cos\angle BCF + \sin\angle BCF \cdot \cos 45) \cdot a \cdot 2R =$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) \cdot 23\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 17 =$

$= 23 \cdot 23 = 529$

$\sin\angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{17\sqrt{2}}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\cos\angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{16}{34} =$

Ответ: $CF = 34$; $S_{ACF} = 529$

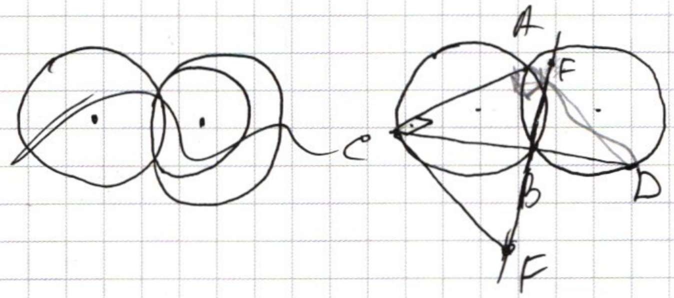
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$16^2 + ((8\sqrt{2}+17)\sqrt{2}-16)^2 = 34^2$



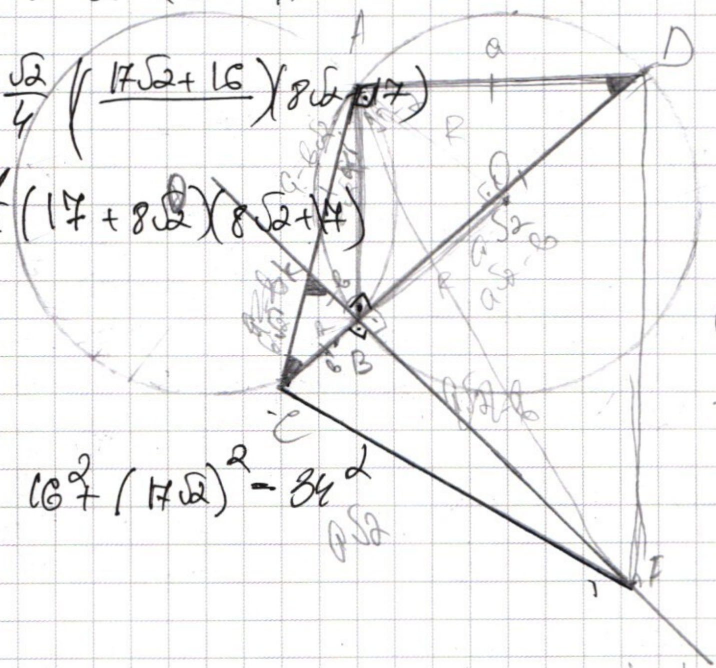
$\cos\alpha \cdot \cos\beta - ?$

$\sin\alpha + \beta =$

$S = \frac{1}{2}(\sin 45 \cos\alpha + \sin\alpha \cdot \cos 45) \cdot AC \cdot CF$

$\frac{16}{34} = \frac{8}{17}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{8}{17}\right) \cdot 34 \cdot (8\sqrt{2}+17)$



$\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{17\sqrt{2}+16}{}\right)(8\sqrt{2}+17)$

$\frac{1}{2}(17+8\sqrt{2})(8\sqrt{2}+17)$

$2R^2 = a^2 + (17\sqrt{2})^2 - 2a\,17\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(8\sqrt{2}+17)^2 - 2(8\sqrt{2}+17)\cdot 17 = 0$

$(8\sqrt{2}+17)(8\sqrt{2}+17-2\cdot 17)$

$\frac{\sin\alpha}{KB} = \frac{\sin 135}{R\sqrt{2}}$

$16^2 + (17\sqrt{2})^2 - 34^2$

$\frac{16}{34} = \frac{8}{17}$

$\frac{\sin\alpha}{CB} =$

$BD^2 = 2R^2 + a^2 - 2\sqrt{2}Ra\cos(90-\alpha)$

$BD^2 = 2R^2 + a^2 - 2\sqrt{2}Ra\cdot\frac{b}{2R}$

$BD^2 = 2R^2 + a^2 - \sqrt{2}ab = (a\sqrt{2}-b)$

$2R^2 + a^2 - \sqrt{2}ab = 2a^2 + b^2 - 2\sqrt{2}ab$

$2R^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab.$

$2\cdot 17^2 = a^2 + 16^2 - \sqrt{2}\cdot 16\cdot a.$

$a^2 - 16\sqrt{2}a + 16^2 - 2\cdot 17^2 = 0$

$D_1 = 8\cdot 8\cdot 2 - 16^2 + 2\cdot 17^2$

$b = 16$

$R = 17$

$D_1 = 8\cdot 8\cdot 2 - 16^2 + 2\cdot 17^2$

$16(8-16) + 2\cdot 17^2$

$= 16\cdot 8 + 2\cdot 17^2$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$2\cos5x\cos2x + 2\sin2x\cos5x + \sqrt2(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$(\cos2x+\sin2x)(2\cos5x + \sqrt2\cos2x - \sqrt2\sin2x) = 0$

$\cos2x - \sin2x$

$\sqrt2\cos5x = \sin2x - \cos2x$

$\sqrt2\cos5x = 2\sin^2x + \sin2x - 1$

$\sqrt2(\cos4x\cos x - \sin4x\sin x) = -\cos2x + \sin2x$

$\cancel{\sqrt2(2\ \sqrt2\cos x(2\cos^2 2x-1-2}$

$\sqrt2((2\cos^2x-1)\cos x - 2\sin2x\cos2x\sin x) =$

$= \sqrt2(\cos2x\cos x - 2\sin^2x\cos2x\cos x) =$

$= \sqrt2\cos x(\cos2x(1-2\sin^2x)) =$

$= \sqrt2\cos2x\cos x\cdot\cos2x + \cos2x - \sin2x =$

$= \cos2x(\sqrt2\cos x\cos2x - \sin2x)$

$\cos2x(\sqrt2\cdot\frac12\cancel{(\cos3x+\cos x) - \sin2x})$

$\sqrt2\cancel{\cos x(2\cos^2x-1)} - 2\sin x\cancel{\cos x})$

$\cancel{\sqrt2\cos^3x} - \sqrt2\sin^2x\cos x - 2\sin x\cos x =$

$= \cancel{\sqrt2\cos x(\sqrt2\cos^2x - \sin x) - \cos x\sin x}(\sqrt2\sin x - 1)$

$\cos2x\cdot\cos x(\sqrt2\cos2x - 2\sin x)$

$\boxed{\sin\alpha - \sin\beta}$ $-?$

$b(7a-b) = 2a+4b$

$7ab - b^2 = 2a+4b$

$b^2 - b(7a-4) + 2a = 0$

$D = (7a-4)^2 - 8a =$

$= 49a^2 - 56a +$

$D = a^2 - 16\sqrt2\,a + 16^2 - 2\cdot17^2 = 0$

$= 16^2\cdot2 - 4\cdot16^2 + 8\cdot17^2$

$\cancel{-2\cdot16^2 + 8\cdot2\cdot3\dots}$

$\cancel{8\cdot17\cdot17 - 4\cdot16\cdot16}$

$\frac{225}{2}$ $\frac{64}{}$ $\frac{289}{}$ $\frac{17}{17}$ $\frac{119}{}$ $\frac{\times17}{7\cdot17}$

(1) $y_1 = x-4$.

$\ln(4-x)(7\ln x - \cancel{4}\ln(4-x)) = 2\ln x + 4\ln(x-4)$

$\ln(4-x)(\cancel{7\ln x}\ \ln\frac{x^7}{4-x}) = \ln\frac{x^2}{(\cancel{4-x})^4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(4x+3x) + \cos 3x + \sin(4x+3x) - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cancel{\cos^2 4x + \sin^2}$ $\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x +$

$+ \cancel{2\sin}$ $\sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\sin 4x(\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x(\cos 3x + \sin 3x) + (\cos 3x - \sin 3x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$(\cos 3x - \sin 3x)(\sin 4x + 1) + \cos 4x(\cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2}) = 0$

$\cancel{(\cos 7x + \sin 7x}$

$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cdot \sin\frac{7x+3x}{2} \cdot \sin\frac{7x-3x}{2} = 2\sin 5x \cdot \sin 2x$

$\cancel{\cos}\ \sin 7x - \sin 3x = 2\cdot$

$-2\sin^{\alpha-\beta} \cos^{\alpha+\beta}$

$2(\sin(2x+3x)) \cdot \sin 2x = 2\cdot(\sin 2x \cos 3x + \sin 3x \cos 2x)\sin 2x =$

$2(\sin^2 2x \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 2x \cdot \sin 2x)2 =$

$\cos\alpha + \cos\beta - ?$

$\sin\alpha - \sin\beta - ?$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x = 2(\cos$

$\cos 5\alpha \cdot \cos\beta = \cancel{\cos x \cos}$

$\alpha = x+y$ $(\cos x \cos y + \sin x \sin y)(\cos x \cos y +$

$\beta = x-y$ $+\sin x \sin y) =$

$\cancel{= \cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y}$

$\cancel{= \cos}$

$\cos^2 \alpha^2$

$\cos 7x$

$\sin\alpha - \sin\beta - ?$

$2\sin$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$2\cos 5x\cos 2x - 2\sin 2x\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x - \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cancel{\cos 4x = \cos(5x - x)}$

$2\cos 5x(\cos 2x - \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

$2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x + \sqrt{2}\sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x + \sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\cos(2x + 3x) + \cos 2x + \sin 2x = 0$

Если (x) то всё красиво

$\cancel{\sqrt{2}(\cos 2x\cos 3x - \sin 2x\sin 3x) + \cos 2x + \sin 2x = 0}$

$\cancel{\cos 2x(\sqrt{2}\cos 3x + 1) + \sin 2x(1 - \sqrt{2}\sin 3x) = 0}$

$\cos 5x = \cos(4x + x) = \cos 4x\cos x - \sin 4x\sin x =$

$= (\cos^2 2x - \sin^2 2x)\cos x - 2\sin 2x\cos 2x\sin x$

$\cancel{\cos^3 2x\ \cos^2 2x\cos x - \sin^2 2x\sin x}$

$\cancel{((\cos^2 x - \sin^2 x)^2 - 4\sin^2 x\cos^2 x)\cos x - 2(2\sin x\cos x}$

$\cancel{\cos 2x(\cos 2x\cos x - 2\sin 2x\sin x) - \sin 2x(\sin 2x\cos x + \cos 2x\sin x)}$

$\cancel{\cos 2x\cos 3x - \sin 2x\sin 3x = 0}$

$\cos 2x\cos 3x - \sin 2x\sin 3x$

$((\cos^2 x - \sin^2 x)^2 - 4\sin^2 x\cos^2 x)\cos x - 2(2\sin x\cos x(\cos^2 x - \sin^2 x)) =$

$= (\cos^4 x - 2\sin^2 x\cos^2 x + \sin^4 x - 4\sin^2 x\cos^2 x)\cos x - 4\sin x\cos^3 x + 4\sin^3 x\cos x \ldots$ $\quad 1 - 2\sin^2 2x$

$= \cos x(\cos^4 x - 6\sin^2 x\cos^2 x + \sin^4 x - 4\sin x\cos^2 x + 4\sin^3 x)$

$\cos x((1 - 2\sin^2 2x) - 4\sin x\cos^2 x + 4\sin^3 x) =$

$= \cos x(1 - 2\sin^2 2x - 4\sin x(1 - \sin^2 x) + 4\sin^3) = \cos x(1 - 2\sin^2 2x + 8\sin^3 x - 4\sin x) =$

$= \cos x(1 - 8\sin^2 x\cos^2 x + 8\sin^4 x - 4\sin x) = 1 - 8\sin^2 x + 8\sin^4 x + 8\sin^4 x - 4\sin x$

$1 - 8\sin^2 x(1 - \sin^2 x)$

$\boxed{16\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1 - 4\sin x}$

28×23

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x))$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$

$\sqrt{2}\cos 5x = \sqrt{2}(\cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x) = \sqrt{2}\,((2\cos^2 2x - 1)\cos x -$

$- 2\cos 2x \sin 2x \cdot \sin x) = \sqrt{2}\,(\cos 4x \cos x - 4\sin^2 x \cos 2x \cdot \cos x) =$

$= \sqrt{2}\cos x(\cos 4x - 4\sin^2 x \cos 2x) =$

$= \cancel{\sqrt{2}\cos x(2\cos^2 2x - 1 - 4\sin^2 x \cos 2x}$

$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$ — не подходит

$2x = \pi k.$

$x = \frac{\pi k}{2}$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y^3}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(x\cdot y^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \;:\, y^2 \end{cases}$$

$\frac{x^{7\ln(-y)}}{-y^{\ln(-y)}} = x^{2(\ln x + \ln y^2)}$

$= \frac{x^{-7\ln y}}{e} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln y}$

$\frac{x^{-7\ln y}}{e} = e^2 \cdot x^{4\ln y}$

$\frac{1}{e^3} = x^{11\ln y}$

$\cancel{y^2 + (y+x)^2}$

$\cancel{1 + \frac{2x}{y} + 3\frac{x^2}{y^2} + \frac{12x}{y^2}}$

$y = -x$

$(-x)^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x \neq 0$

У тебя не может $y = x$, в 0 не обращается. = подставь во 2-ое ур-е

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

кв еде. (-8,0)
и стор. 16

$\ln(-y)\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(xy^2)$

$\ln(-y)(\ln(ax^7) - \ln(-y)) = 2\ln x + 2\ln y^2$

$\ln(-y)(7\ln(x) - \ln(y)) = 2\ln x + 4\ln y$ $\quad y<0$

$7\ln(x)\cdot\ln(-y) - \ln^2(-y) = 2\ln x + 4\ln|y|$

$\ln x = a \Rightarrow x = e^a$ $\qquad x = e^a$

$\cancel{\ln(y) = b}$ $\quad -y = e^b$ $\quad \cancel{\ln(-1\cdot y) = b}$ $\qquad -y = e^b$

$y = (-e^b)$

$b(7a - b) = 2a + 4b$ $\quad \cancel{\ln(-1) + \ln(y)}$

$\cancel{\ln y = b}$

$\log_a b - 1$ $\quad (a-1)(b-a)$ $\quad \log_a a$

$\log_a b = 1$

$\cancel{(-e^b)^2 + 2\cdot e^a\cdot e^b - 3\cdot e^{2a} + 12\cdot e^a + 4}$

$(-e^b)^2 + 2\cdot e^a\cdot(-e^b) - 3\cdot e^{2a} + 12\cdot e^a + 4\cdot e^b = 0$

$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$

$D_1 = (x+2)^2 - (-3x^2 + 12x) =$

$= x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = \cancel{4(2x}$

$4(x^2 - 2x + 1) =$

$= 4(x-1)^2$

$y_1 = \cancel{2x+2x}\ -x - 2 + 2(x-1)$

$y_2 = -x - 2 - 2(x+1)$

$\frac{x^{7\ln(-y)}}{e} = x^{2\ln(xy^2)}$

$e^{-1}x^{7\ln(-y)} = e^2\cdot x^{2\ln y^2}$

$y = -x$

$0 \neq x^8 + x^5 -$

$0 \neq x^7 - x^2 + x^2 - 3x^8 + 12x - 4x - (-x)^2$