

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

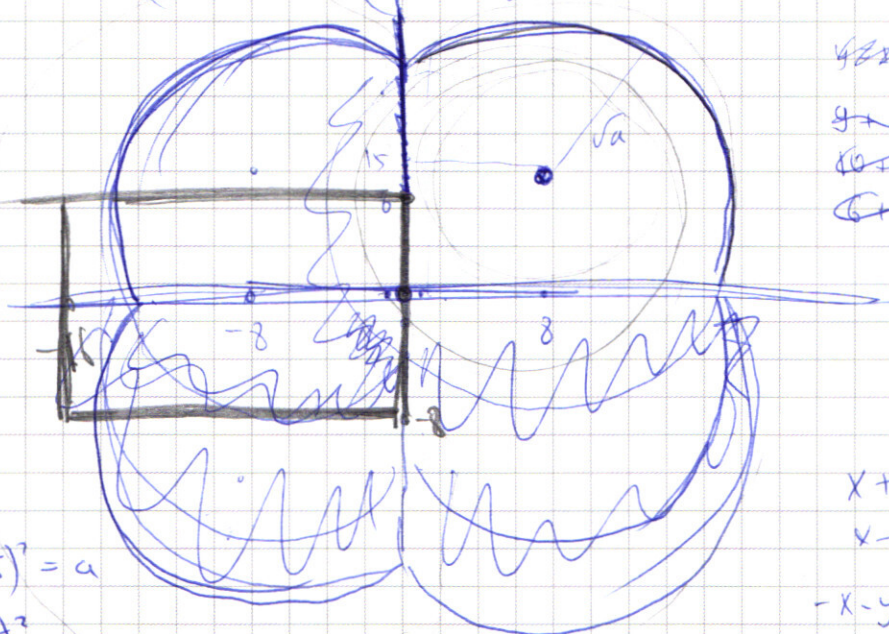
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{-x} \\ y \leq 93 + 3(3^{17} - 1)x \end{cases}$$

$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = r^2$$

$$|y-8| + |8-y| = 16$$



422

$$9 + 2 = 16$$

$$10 + 26$$

$$6 + 10$$

$$x < 0$$

$$(x+8)^2 + (y-15)^2 = a$$

$$(x+8)^2 + (y+15)^2 = a$$

$$x+y \geq -8$$

$$x-y \geq -8$$

$$x = 0$$

$$y \leq 8$$

$$y \geq -8$$

$$x+y \geq -8$$

$$x-y \leq -8$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$x+y \leq -8$$

$$x-y \geq -8$$

$$-x-y-8+x-y+8=16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$x-y+8 \geq 0$$

$$x \geq y-8$$

$$x+y+8+x-y+8=16$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$8 \geq y$$

$$x+y \leq -8$$

$$x-y \leq -8$$

$$-x-y-8-x-y-8=16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$y \leq 8$$

$$-16-y \leq -8$$

$$y \geq -8$$

$$x-y+8 \leq 0$$

$$x \leq y-8$$

$$x \leq y-8$$

$$x+y+8-x+y-8=16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$x \geq -16$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x+y+8)$$

$$(x+y+8)^2 - (x-y+8)^2 + 2|x+y+8|/|x-y+8|$$

$$x+y+8 > 0$$

$$x+y > -8$$

$$x-y+8 > 0$$

$$x > -8+y$$

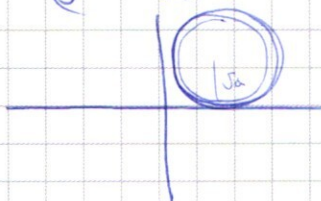
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$1) x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$$



$$x^2 + y^2 = 5^2$$



$$x \geq 0$$

$$y \leq 0$$

$$x+y-8 + |x-y+8| = 0$$

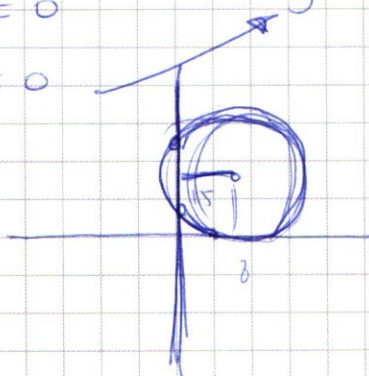
$$x-y+8 > 0$$

$$x > 8 - y - 8$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$y < 8$$



$$a \geq 15^2$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2) Числа : 3, 9, 7

9 может быть только одна, так как у нас всего 3 зч.

Тогда у нас 8 вариантов куда поставить 3. C_7^2 варианты куда поставить 7. И C_5^1 вариант куда поставить оставшуюся 3; для 7-ки принципов при такой расстановке фиксировано число $8 C_7^2 C_5^1$ чисел состоящих из цифр 3, 9, 7

Всего подходящих чисел $8 (C_7^2 C_5^1 + 8 C_7^3)$

$$= 1120$$

Ответ : 1120

№ 3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } y < 0, x > 0$$

$$\begin{aligned} -\frac{x^2}{y} &> 0 \\ x^2 &> 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ логарифмируем правую и левую часть (1) по основанию e

$$\ln(-y) \ln\left(-\frac{x^2}{y}\right) = \ln x^2 \ln(xy^2)$$

$$\ln(-y) (2\ln x - \ln(-y)) = 2\ln x (\ln(x) + 2\ln(-y))$$

$$2\ln(-y)\ln(x) - \ln^2(-y) = 2\ln^2(x) + 4\ln(-y)\ln x$$

$$2\ln^2(x) - 3\ln(x)\ln(-y) + \ln^2(-y) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Если произведение цифр ^{восьмизнач.} числа = 64827,
то $\exists$ 8 цифр перемножение которых = 64827.

Посмотрим разложение 64827 на простые
множители $64827 = 7^4 \cdot 3^3$.

7 может быть только отдельной цифрой,
так как ближайшее число ^{7²} которое
делится на 7 & это 14 - цифра не явля-
ется.

3 может быть либо 3 в числе
восьмизначном. числе либо входить
в состав цифр 9.

Прочие цифры будут 1, так как
1 не влияет на результат произведения.

1) Цифры: 3, 7, 1

У нас есть 8 вариантов ~~куда~~ где
будет стоять 1. Остается 7 позиций.

Тогда C_7^3 это сколько вариантов
расставить 3оки. К остальным по-
ставим ~~еще~~ 7ки.

$8 C_7^3$ вариантов составить число только

из 3, 7, 1.

Ответ: $(2; -2)$ $(3; -9)$ $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2})$

√ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = r^2 \end{cases}$$

или $r^2 = a$ (при $a \geq 0$ всегда)
или $r = \sqrt{a}$ (так как левая часть
сумма кв. ≥ 0)

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$ это графически прямоуголь-
ник с коорд. левой нижней углы
 $(-16; -8)$ и правого верхнего $(0; 8)$

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = r^2$ это графически
окружность. В зависимости от того какой
будет радиус (появится отриц. или нуль)
окружность будет ~~симметрична~~ симметрична
относительно оси $Ox (x \geq 0, y \leq 0)$
оси $Oy (x \leq 0, y \geq 0)$ т. $O(0,0)$ $(x \leq 0, y \leq 0)$

(смотри рисунок стр. 5). При этом
решения появляются в I и ~~втором~~ II четвертях.

1) $r \leq 7$ — левая часть оси Oy и $y \geq 8$ симметрична так же как
ось Ox и $x \geq 8$ симметрична так же как ось Oy

Окружность только в II четверти, решений нет.
 $r \leq 7$ 1 реш. $r \in (7; 8]$ 2 реш.

2) $r \geq 8$ $r \in (8; 8\sqrt{2}]$

Окружность и в I и во II четверти

Уравнение имеет 2 решения.

(окружность пересекает верх. стор. прямоугольника в
2 точки, так как радиус от центра ^{окр.} во II кв. 90°
верх. стор. $= 7$)

3) $r \in (8\sqrt{2}; 15]$

Окружность в I и в II четверти

Уравнение имеет 2 реш.

(окруж. пересекает 2 боковые стор. прямоугольника)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$D = 9 \ln^2(-y) - 8 \ln^2(-y) = \ln^2(-y)$$

$$\ln(x)_{1,2} = \frac{3 \ln(-y) \pm \ln(-y)}{4} = \begin{cases} \ln(-y) \\ \frac{1}{2} \ln(-y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ln(x) = \ln(-y) \\ \ln(x) = \ln(\sqrt{-y}) \end{cases} \text{ поскольку } \ln \text{ монотонна, то } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -y & ① \\ x = \sqrt{-y} & ② \end{cases}$$

Подставим найденные значения в (1)

① $x = -y$

$$y^2 + 2y^2 + 3y^2 - 12y + 4y = 0$$

$$-4y^2 - 8y = 0$$

$$y^2 + 2y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 - \text{не подходит к ОДЗ} \\ y = -2 \Rightarrow x = 2 \quad \text{ОК.} \end{cases}$$

② $x = \sqrt{-y} \Rightarrow y^2 - x^2 = -y$

$$y^2 - x^2 + y = 0$$

$$y^2$$

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$

$$x = 0 \text{ не подходит к ОДЗ}$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$$

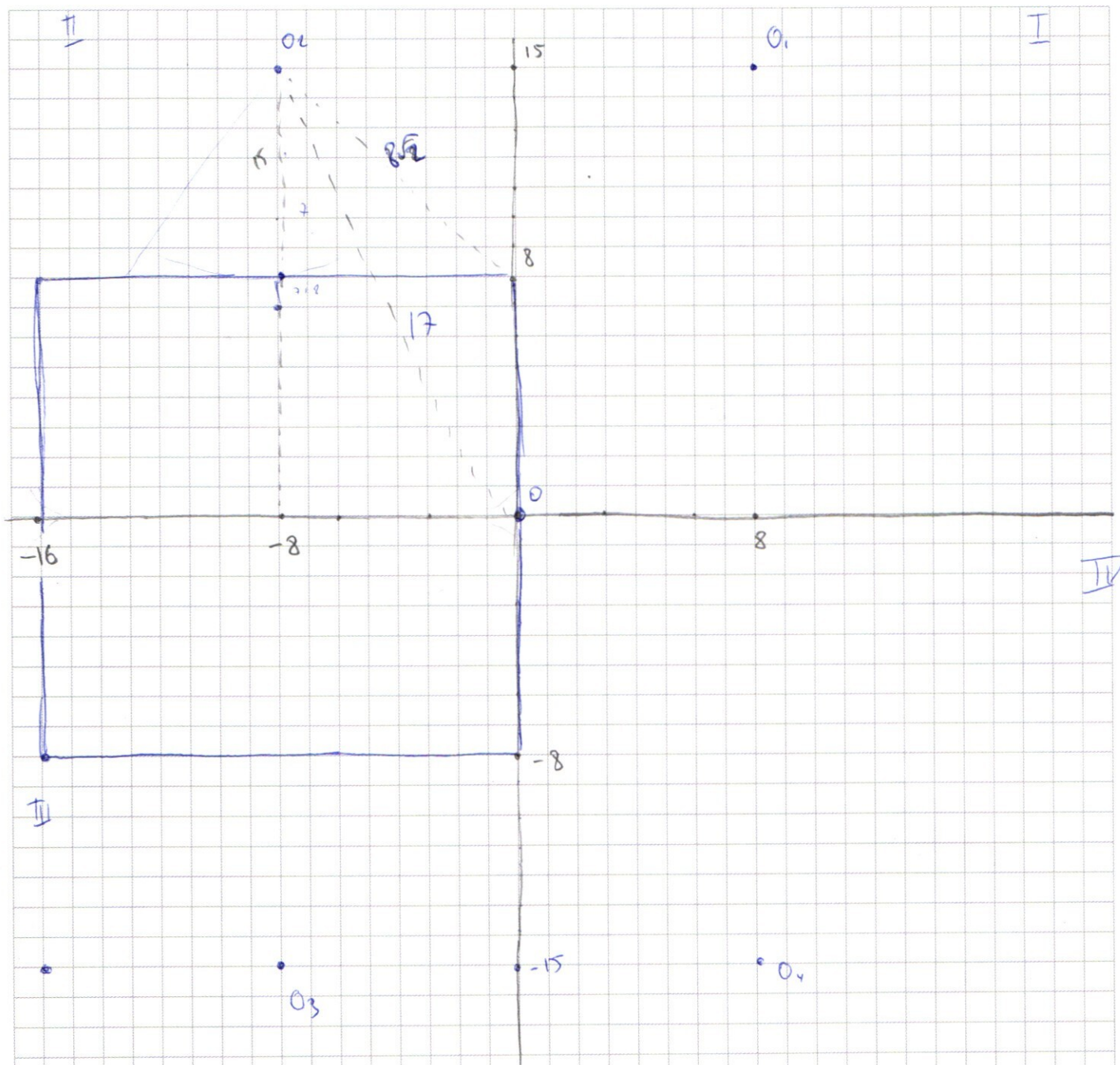
$$(x-3)(x^2+x-4) = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -9 \quad \text{ОК} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \frac{17-9}{2} \quad \text{ОК} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} - \text{не подходит к ОДЗ} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- 4) $r \in (15; 17)$ в I, II, III, IV четвертях
окружность ~~находится~~ ~~также~~ ~~в III четверти~~
~~и IV четверти~~ Урем. (окружность II четв. пересекает
прямоугольник в 2 точках и III четв. в 2
точках)
- 5) $r = 17$ 2 решения (окружность пересекает прямоугольник
в 0 бск осей)
- 6) $r > 17$ решений НЕТ

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + 2 \sqrt{2} \cos^2 2x = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + 2 \cos^2 2x = 1$$

$$2 \cos^2 2x + \sqrt{2} \cos 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 5x \sin 2x - 1 = 0$$

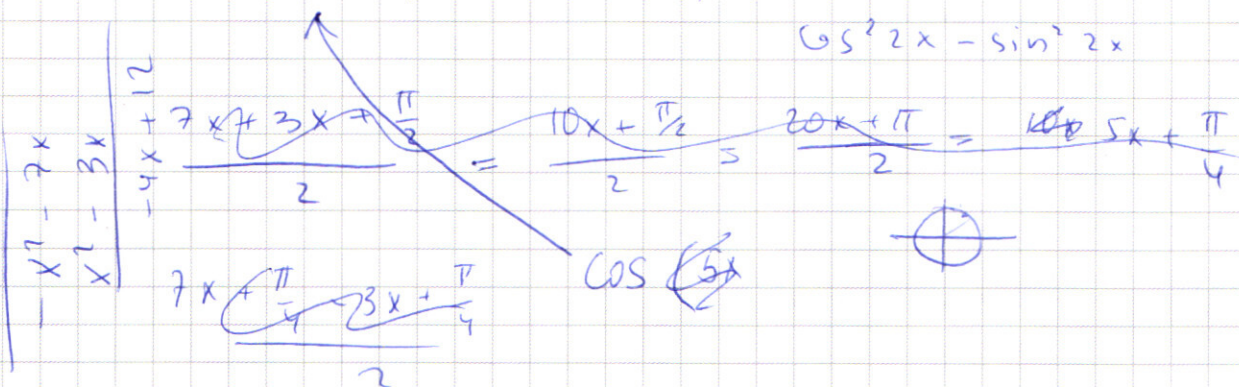
$$\text{Д} = 2 \cos^2 5x - \{8 \sqrt{2} \cos 5x \sin 2x\}$$

$$\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$2 \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cos(2x) + \cos 4x = 0$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x$$



$$2 \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cos 2x + 2 \cos^2 2x - 1 = 0$$

$$2 \cos 2x (\sin(5x + \frac{\pi}{4}) + \cos 2x) = 1$$

$$2 \cos 2x (\sin(5x + \frac{\pi}{4}) + \cos 2x) = 1$$

$$x = x$$

$$(21 + 12 - 6)$$

$$21 + 12 - 8 - 12$$

$$21 + 12 - 8 - 8$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abcde fgh

64827 3
21609 3
7203 3
2401 3
867343 3
288 3
789 3

ny ok. --

20

243

7203 3
6 12401

12
12
0

17
17
9

28

343 17
11 9
17 789

71 3
243

71 3
243

17

9

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

17

789

2401 7
21 343
30
22
21

64827 243
489 126
1592
1458
7

243 243
3 2 243
243 243
1944 1958

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 = \frac{1 + 17 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$7x \rightarrow 5x$$

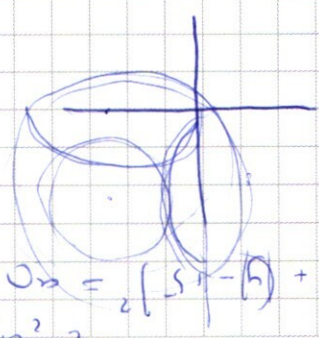
$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cos 5x \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0 \Rightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

2) т. к. кр. окружности равны и AB - отрезок
по которому они пересекаются $\Rightarrow$

$$\angle ACB = \angle DAB = 45^\circ \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow A, B, F -$$

леж. на одной прямой $\Rightarrow BD = AB$

(так как $\angle BAD = \angle BDA = 45^\circ$) $\Rightarrow AB = CB$

отсюда $\Rightarrow ADFC$ - ~~ромб~~ квадрат $\Rightarrow$

$$CF = AC = AB\sqrt{2} = 34$$

Ответ: $CF = 34$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \frac{3\pi}{28} + \frac{4\pi k}{7} \\ -\frac{5\pi}{28} + \frac{4\pi k}{7} \\ \frac{\pi}{4} + \frac{4\pi k}{3} \\ -\frac{5\pi}{12} + \frac{4\pi k}{3} \end{array} \right\}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Antwort: $x \in \mathbb{R} = \pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

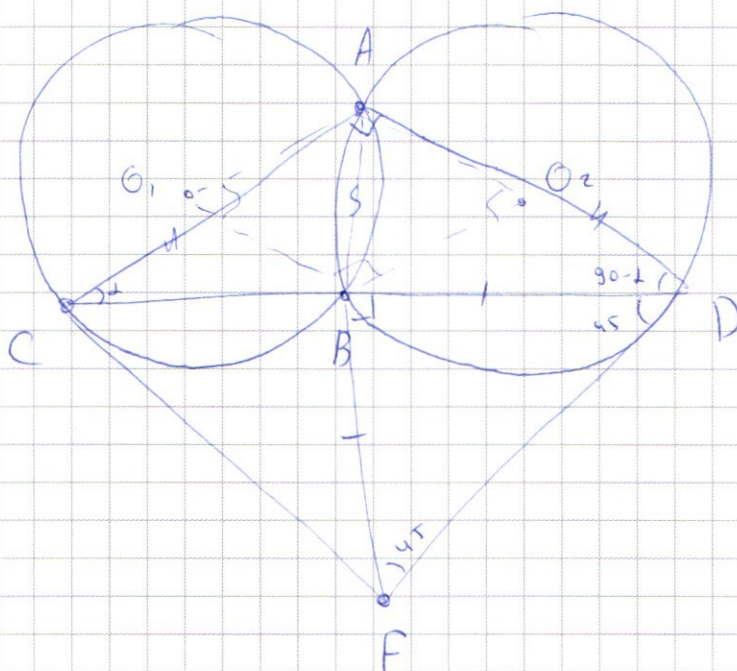
$$x = -\frac{5\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/4 + \frac{4}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\lambda = \frac{5}{12}\pi + \frac{4}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

26

a)



1) $\angle ACB = \angle =$

$$\angle ADC = 90^\circ - \angle$$

$$\angle AOB = 2L$$

$$\angle AOB = 180 - 22$$

$$O_1 A + A O_2 = O_2 B + B O_1 =$$

$O_1 A O_2 B$ - ромб

$$180 - 2L = 2L$$

$$\angle = 45^\circ$$

$$\angle A O_1 B = \angle A O_2 B = 90^\circ$$

AO, BO_2 — квадраты.

$$\cancel{AC} \quad AC = AD$$

$$\angle ACF = \angle ACD = \angle CDF = 45^\circ$$

$$A \cap B = \{ \sqrt{5}, 12, 50 \} \subseteq \{ \sqrt{5}, 17, 52 \}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 5x \sin 2x + 2 \cos 5x \sin 2x -$$

$$2 \cos 3x + \sqrt{2} \cos 4x + 2 \cos 5x \sin 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

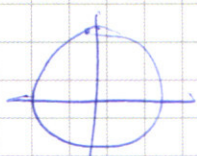
$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos(4x + x) \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$(\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x) \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\cos \sin(4x + \frac{\pi}{2}) \cos 5x}{\cos(2x + \frac{\pi}{4})} + \cos 4x = 0$$



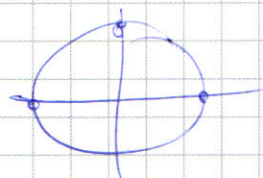
$$\frac{\cos(4x) \cos 5x}{\cos(2x + \frac{\pi}{4})} + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

$$\cos(5x) + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\frac{1}{2}$$

$$-\frac{\pi}{8}$$



$$\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}$$



черновик



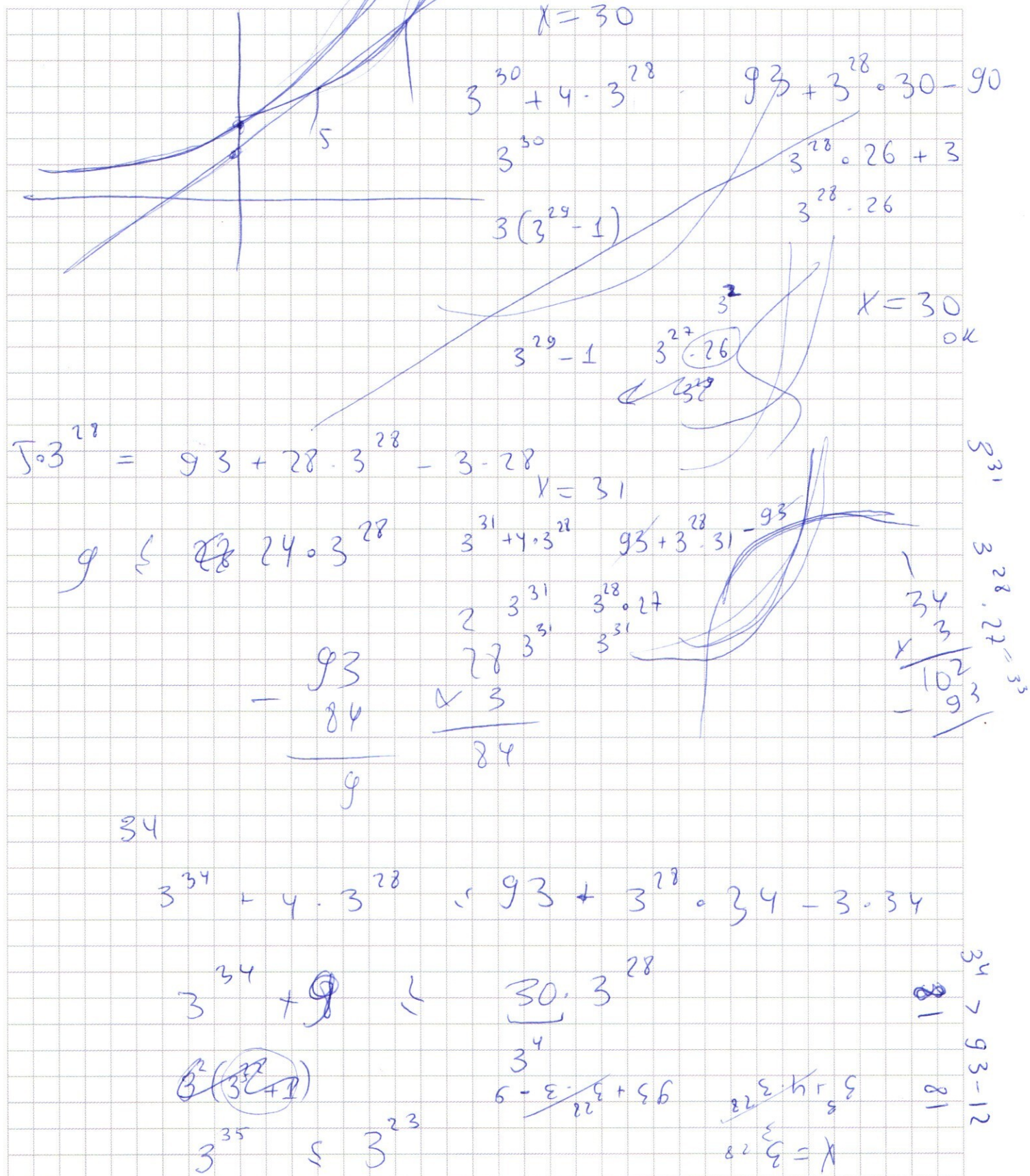
чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



для второй части больше графика
правой части.

тогда $x \in [5; 30]$, $x \in \mathbb{Z}$

$$x \in 5 \cup \{ (25 + 4 \cdot 3^{22}, 93 - 3 \cdot 5 + 3^{22} - 5) \}$$

$$g(x) = 93 - 3 \cdot 5 + 3^{22} - 3 \cdot 5 \rightarrow 78 + 3^{22} - 3^5$$

$$x = 6 \rightarrow 93 - 18 + 3^{22} \cdot 2 = 3^6$$

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(5x) \cos(2x) + 2 \sin(2x) \cos(5x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(5x) (\cos(2x) + \sin(2x)) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \sin(2x + \pi/4) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\cos 5x \sin(4x + \pi/2)}{\cos(2x + \pi/4)} + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\cos 5x \cos 4x}{\cos(2x + \pi/4)} + \cos 4x = 0$$

$$\begin{cases} \cos 4x = 0 & (1) \\ \cos 5x + \cos(2x + \pi/4) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): 4x = \pm \arccos(\cos(0)) + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

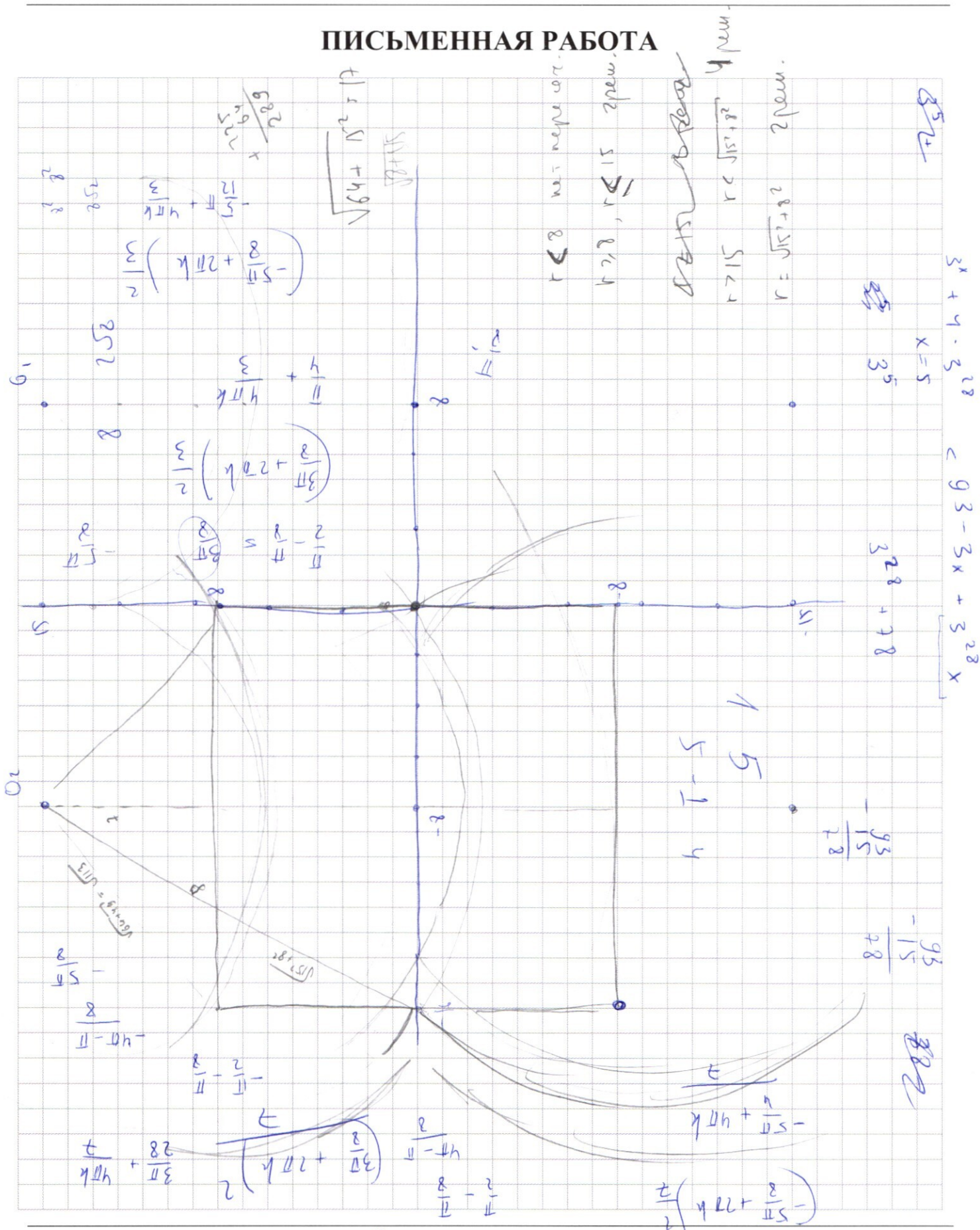
$$(2) 2 \cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

или

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$y \in (3^x + 4 \cdot 3^{28} ; 93 + 3(3^{27} - 1)x]$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

①

~~11~~

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}x - 3x$$

$\div 3$

$$x(3^{28} - 3) + 93$$



~~8-12~~

$$3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27} = 31 + 3^{27} - x$$

~~11-12~~

$$4 \cdot 3^{28} \leq 93$$

$$93 + 3^{28}x \geq 3x$$

$$93 \geq 3x - 3^{28}x(3 - 3^{28})$$

$$\frac{93}{3 - 3^{28}} \geq x$$

$$\frac{31}{1 - 3^{27}} \geq x$$

$$1 + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$4 \cdot 3^{28} - 92 \leq x(3^{28} - 3)$$

$$\frac{4 \cdot 3^{28} - 92}{3^{28} - 3} \leq x$$

$$5 + 4 \cdot 3^{28} + 93 + 3^{28} - 3 \leq 1000$$

$$3^{27} + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28} + 3000$$

$$x = 5$$

$$x = 4$$

$$\frac{93}{15} = 78$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3^{28} \cdot 5 - 15$$

$$\frac{3^4}{81} = \frac{93 - 12}{81}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy + x^2$$

$$(x+y)^2 + 4x^2 + 12x + 9 + 4y - 9$$

$$(2x+3)^2 + 4y - 9 = 0$$

$$y < 0 \quad x > 0$$

$$y^2 + 2y(2+x) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-3x^2 + 2(6x+2y) + y^2 + 4y = 0$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = \left(\frac{x^2}{x}\right)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^{\ln y^2}$$

$$\ln(-y) \ln\left(-\frac{x^2}{y}\right) = \ln x^2 \ln xy^2$$

$$\ln(-y) (2\ln x - \ln(-y)) = 2\ln x (\ln x + 2\ln(-y))$$

$$\Rightarrow \ln(-y) \ln x - \ln^2(-y) = 2\ln^2 x + 4\ln(x) \ln(-y)$$

$$3\ln(-y) \ln x = 2\ln^2 x + \ln^2(-y)$$

$$\ln(x) \ln(-y) (3 + 2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} \ln(x) + \ln(-y))^2$$

$$2\ln^2(x) - 3\ln x \ln(-y) + \ln^2(-y) = 0$$

$$D = 9\ln^2(-y) - 8\ln^2(-y) = \ln^2(-y)$$

$$\ln(x)_{1,2} = \frac{3\ln(-y) \pm \ln(-y)}{2} = \begin{cases} \ln(-y) \\ \ln(-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(x) = \ln(-y) & x = -y \\ \ln(x) = \ln(\sqrt{-y}) & x = \sqrt{-y} \end{cases}$$

$$y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0$$

$$-4y^2 - 8y = 0$$

$$y^2 + 2y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y^2 + 2\sqrt{-y}y + 3y + 12\sqrt{-y} + 4y = 0$$

$$y^2 + 2y + 3y + 12 = 0 \quad y \neq 0$$

$$y\sqrt{-y} + 2y + 3\sqrt{-y} + 12 = 0$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{-y} \\ y = -a^2 \end{cases}$$

$$-a^3 + 2a^2 + 7a + 12 = 0$$

$$a^3 + 2a^2 - 7a + 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 4 \\ \underline{3} \\ 18 \\ \underline{12} \\ 2 \\ \underline{0} \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 3} \\ \underline{21} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \\ 0 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{11} \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{array}$$