

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

У3

$$\begin{cases} \left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2/\ln(xy^2)} & (1) \quad \text{обз.: } \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 7x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 7x = 0$$

Рассмотрим как кв. уравн. отн. y :

$$D_1 = (x+2)^2 + 3x^2 - 7x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 7x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x^2 - 2x + 1) = 4(x-1)^2$$

$$y = \frac{-x-2 \pm 2(x-1)}{2} = \begin{cases} -x-2+2x-2 = x-4 \\ -x-2-2x+2 = -3x \end{cases}$$

$$\text{т.е. } (2) \quad (y-x+4)(y+3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-4 & \text{I} \\ y = -3x & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{I) } y = x-4 \rightarrow (1)$$

$$\left(\frac{x^2}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{\frac{2}{\ln(x^2(4-x))}} \quad \text{т.к. } \begin{cases} y < 0 \\ x-4 < 0 \\ x > 4 \Rightarrow x \neq 4 \end{cases}$$

$$x^{\frac{2}{\ln(4-x)} - \frac{2}{\ln(x^2(4-x))}} = (4-x)^{\frac{1}{\ln(4-x)}}$$

$$x \ln \left(\frac{(4-x)^2}{n^2 (4-x)^4} \right) = (4-x) \ln(4-x)$$

$$x \ln \left(\frac{(4-x)^3}{n^2} \right) = (4-x) \ln(4-x); \text{ заметим, что } 4-x = \ln(4-x) = e$$

и $x = e$

$$\left(e \ln x \right) \ln \left(\frac{(4-x)^3}{n^2} \right) = e \ln^2(4-x)$$

в эту моментальную
р-цу $f(x) = e^x$;

предположим, x равна некоторой:

$$\ln x \left(\ln \frac{(4-x)^3}{n^2} \right) = \ln^2(4-x)$$

$$\ln x (3 \ln(4-x) - 2 \ln(x)) = \ln^2(4-x);$$

$$\begin{cases} \ln x = a; & \ln(4-x) = b \end{cases}$$

$$a(3b - 2a) = b^2;$$

$$3ab - 2a^2 = b^2; \quad 2a^2 + b^2 - 3ab = 0;$$

~~как~~ как кв-ное отн-но a :

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a = \frac{3b \pm |b|}{4} = \begin{cases} b & \text{III} \\ \frac{b}{2} & \text{IV} \end{cases}$$

III) $a = b$ или $\ln x = \ln(4-x)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в силу монотонности пр. ч. $f(n) = \sqrt{n}$
 $x = 4 - x$ ч.ч. $x = 2$ то $y = x - 4 = -2$

IV) $a = \frac{b}{2}$ ч.ч. $2/n \quad x = \sqrt{n(4-x)}$

$$x^2 = 4 - x;$$

$$x^2 + x - 4 = 0;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ (не год.)} \\ \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \text{ (год.)} \end{array} \right]$$

т.к. $x \geq 0$

тогда $x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$ и $y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} - 4 = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$ (год.)

II) $y = -3x \rightarrow (7)$

$$\left(\frac{-x^7}{-3x} \right)^{\ln(x)} = x^{\ln(x^2 - 9x^4)};$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln(3x)} = x^{\ln(x^6 - 3^4)};$$

$$x^{6 \ln(3x) - \ln(x^6 \cdot 3^9)} = 3^{\ln(3x)} ;$$

$$x^{\ln\left(\frac{3^6 x^6}{x^6 \cdot 3^9}\right)} = 3^{\ln(3x)} ;$$

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} ; \text{ по свойствам логарифмов}$$

$$e^{2 \ln x \cdot \ln 3} = e^{\ln 3 \cdot \ln(3x)} \quad \frac{\log_3 8}{8} = \frac{\log_3 9}{9}$$

II

$$2 \ln x \ln 3 = \ln 3 \cdot \ln(3x) ; \quad \ln x^2 = \ln 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3x \\ x=0 \text{ не год. по ЗЗ} \\ x=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=3 \quad y = -3x = -9.$$

$$\text{ответ: } (3; -9) ; (2; -2) ; \left(\frac{\sqrt{77}-1}{2} ; \frac{\sqrt{77}-9}{2} \right) ;$$

12

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} (\cos 4x = 0)$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 ;$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos 5x + (\cos 2x - \sin 2x)) = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\cos 5x + \sin 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 5x + \cos(\frac{\pi}{4} + 2x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ \cos 5x + \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan 2x = -1 \\ 2(\cos(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2})) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k & \Leftrightarrow \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k & \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \\ 3x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ k = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{72} + \frac{2}{3}\pi k \end{cases}$$

ответ: $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \quad x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k;$

$x = \frac{5\pi}{72} + \frac{2}{3}\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$

или

значения:

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 78 \\ \underline{78} \\ 027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 03 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2407 \overline{) 7} \\ \underline{27} \\ 36 \\ \underline{28} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$30.28 + 280 = 7726$$

~~Ordnung, 7720~~

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 76 \quad (7)$$

$$\begin{cases} (|x| - 8)^2 + (|y| - 75)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Задание, при $q < 0$

$$n, g \neq \gamma. n. n. z. (z) \geq 0$$

$\text{Morga} \left[\frac{1}{2} a^{-1} \right]^2; \quad (7) \quad \begin{array}{l} \text{выражал. со мезондрии, сог. в вырабн} \\ \text{взаим. со мезондрии} \end{array}$

$$t = \sqrt{a} \approx 20$$

$$\bullet \quad n+y+8+n-y+8=16 \quad ; \quad n=0$$

$$\bullet \quad x + y + 8 = 26 \rightarrow x + y - 8 = 16 \quad ; \quad y = 8$$

$$c. \quad \cancel{x+y} \quad -12 \cdot \cancel{y} - 8 + (x - \cancel{y} + 8) = 76; \quad y = -8$$

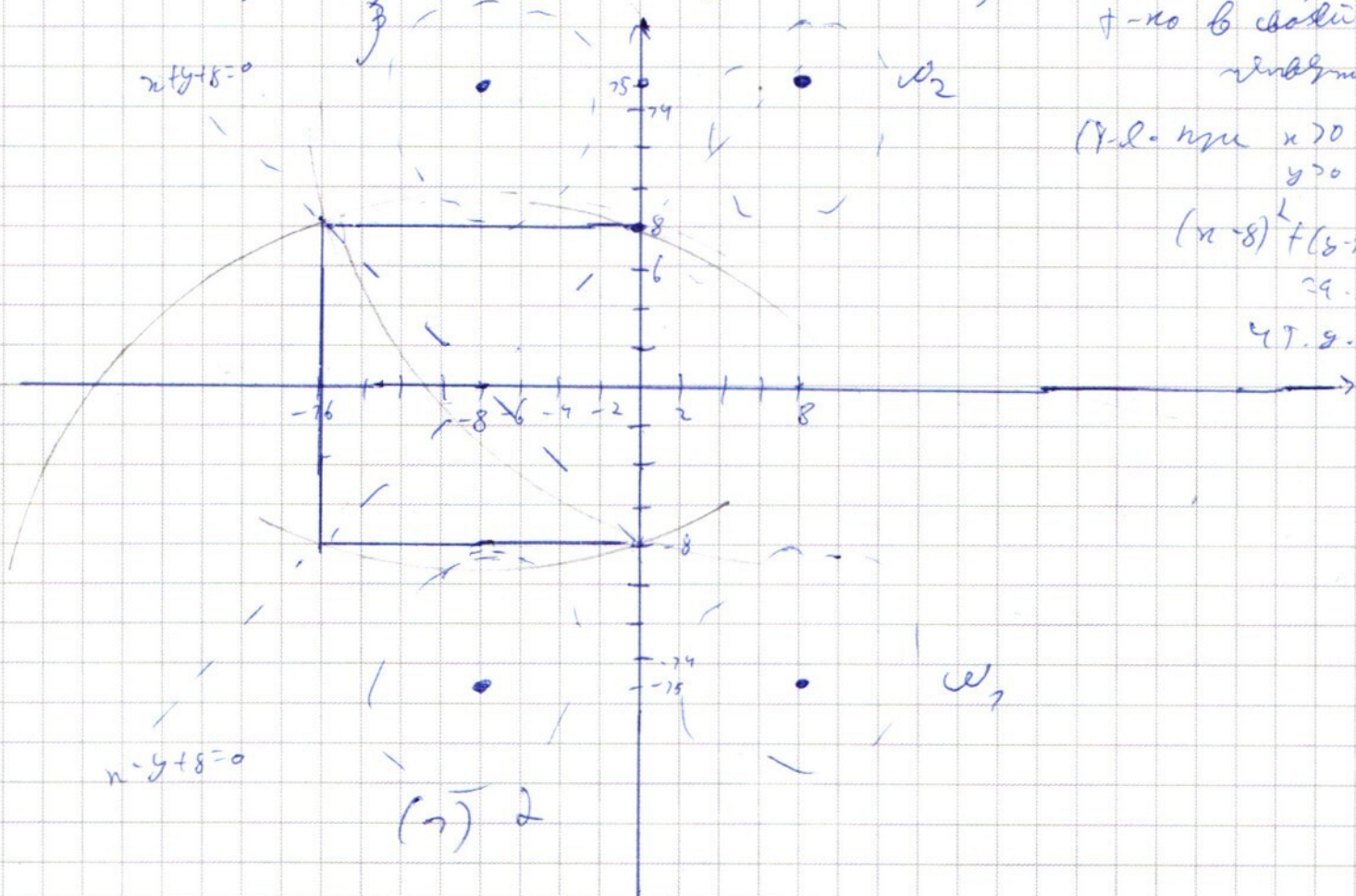
$$-x - 8 - x + 8 = 76 \quad ; \quad x = -76$$

Получены в ДНХ.

oxy-nu b unben unben, unben

(2) - ~~variance analysis (8 samples, $(\pm 8; \pm 95)$ at $k=6$)~~

†-но в саду
взрослым.



(7-2. 4) $x > 0$
 $y > 0$

$$(x-8)^2 + (y-10)^2 = 29$$

1-е решение найдем из $R = 75 - 8 = 7$, и.е. ~~$a = 7$~~

$a = 49 = 7^2$ (будем для решения, т.к. окружность

и β будут касаться в точке $y = -8$ и $y = 8$ соответственно,
а окружности ω_1 и ω_2 не будут касаться
общ. т.к. (касания);

далее при $a > 49$ будем 2 решения

(т.к. a и β симметричны относительно $y = 0$)

касаниям окружностей ω_1 и ω_2 (т.е. $(-16, 8)$).

~~$(8)^2 + 7^2 = a$; $64 + 49 = 50 + 63 = 113$;
при $a > 113$ и β также не будут
иметь общ. т.к. (касания) но!
будут иметь ω_1 и ω_2 ; т.к. ω_1 и ω_2
касн. симметричны относительно $y = 0$, и если
 ω_2 касается ω_1 в точке (x_0, y_0) ,
то ω_1 касается ω_2 в точке $(x_0, -y_0)$ (т.к. касания
симметричны относительно $y = 0$)
поэтому кас. при $a > 113$ до к тому
и решения; найдем K - точку ω_2
при β $(-16, -8)$ и ω_1 $(-16, 8)$.~~

то мы найдем, найдя 2 точки ω_1 и ω_2 $(0, -8)$:

$$(8)^2 + 23^2 = a = 529 + 64 = 593; \text{ далее при}$$

$a > 593$ будет еще 2 решения за

каждой пары окружностей и отсюда т.по

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

le 17. ; hru a=593 Byggh 4x-ur
u sek (se skemafor Klagenska);

gave me a f (593, 90 ^m B) system
4 new f.m. n. - 29 ongr - no system

kaladnora 7 uz nylnoi b bolii vuvlyznom
Dno Tyghm go nra hoy, nold

2. ^{4/3} Im zugeordneten $\psi/2 (-26; 0)$, $\alpha \omega_1$ u. ω_2 zu $\psi/2$

$(0;0)$ - в силу симметрии (го второго
 w_1 и w_2 нас н.о. $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$ $n = -26$)

monogamisch & polygamisch:

$$(76+8)^2 + 75^2 = 24^2 + 75^2 = 576 + 225 = 801$$

дане нм $a > 807$ бггн о редмн.

Problem: $a = 807$, $c = 49$;

N7

$$\begin{cases} y \geq 3 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)n \end{cases}$$

haufiger T. hgr

$$y = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$4 \quad y = 93 + 3(3^{27} - 7)x$$

Задание, что $y = 93 + x(3^{28} - 3)$ - секрет

нужно y на g -м $y = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$ (г.к.)

$$f_1'(x) = 3^x / \ln 3$$

и $f_2'(x) = (3^{28} - 3)$ и при $x > 28$ $\Rightarrow$ не будет

$$f_2'(x) = (3^{28} - 3)$$

2-й + 1-й
не - 49

нужно g -м h -м: $93 + x(3^{28} - 3) = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$

$$3^{28}(x-4) = 3^x - 93 + 3x$$

$$3^{27}(x-4) = 3^{x-1} - 37 + x$$

подборки: $x=4$ и $x=37$

$x=4$: $0 = 27 - 37 + 4 (-1)$

$x=37$: $3^{27} \cdot 27 = 3^{30} (8)$

и-т $x \in [5; 30]$, $x \in \mathbb{Z}$;

при $x=5$: $y = 3^5 + 4 \cdot 3^{28}$

$$y = 93 + 3 \cdot 5 (3^{27} - 1)$$

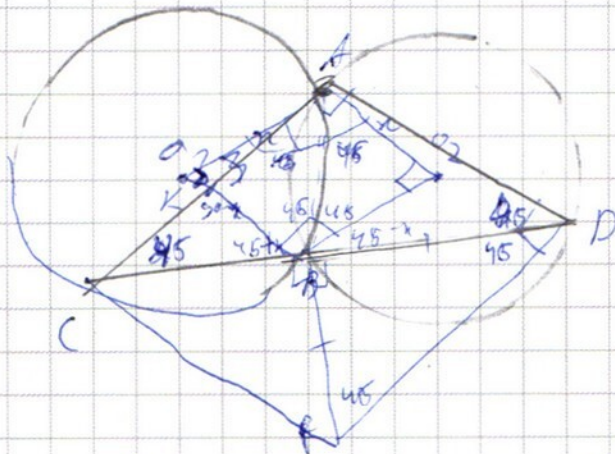
Самостоятельно находим $93 + 3x(3^{27} - 1) = 3^x - 3 \cdot 4 =$

$$= 93 + x \cdot 3^{28} - 3^{28} \cdot 4 - 3x - 3 =$$

$$= 3^{28}(x-4) + 93 - 3x - 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16



$$\angle OPA = \alpha;$$

$$\text{т.к. } PO_1 = PO_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ACP = 2$$

(как углы

центр. крив ?

гориз.)

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ (\text{т.к. } \angle CAD = 90^\circ); \Rightarrow \angle PO_1A = \angle PO_2B = 90^\circ$$

(как углы вписанные); $\triangle PO_1A$ и $\triangle PO_2B$ - н/д

(по орг., т.к. $PO_1 = PO_2$ и $AO_1 = BO_2 = R$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle PO_1A = \angle PO_2B = 90^\circ \quad \angle O_1AP = \angle O_2BP = 45^\circ \text{ и } \angle$$

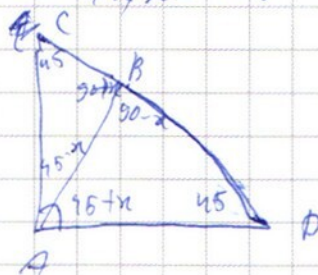
$$O_1O_2 = 90^\circ \quad \text{т.к. } AP = 77\sqrt{2} \text{ (по т. Пифагора),}$$

$$\angle PO_2B = \alpha; \text{ тогда по т. об угле } \triangle$$

$$\angle PO_2B = 360 - 270 - \alpha - 45 = 45 - \alpha;$$

$$\angle PO_1A = 780 - 90 - 45 + \alpha = 45 + \alpha; \quad \angle CKB = 90 - \alpha;$$

$$\angle O_1AK = \alpha; \Rightarrow \angle CAD = 90 - \alpha; \quad \angle ABC = 90 + \alpha;$$



$$\angle BAP = 45 + \alpha$$

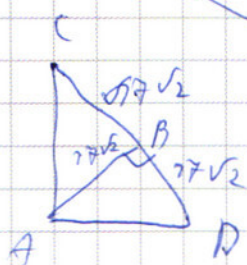
$$\triangle BDF - \text{н/д (по орг.) и т.д.}$$

$$\Rightarrow \angle BDF = \angle BFP = 45^\circ$$

и т.д.

$$\text{т.к. } \triangle CAD \text{ и } \triangle BAP \text{ } \alpha = 0 \Rightarrow O_2 \in AD \text{ и } O_1 \in AC$$

2) $AB \perp CD$ в



2) $AB \perp CD$, медиана CM и $AD \perp CB$

$\angle CAP = \angle BAP = 45^\circ \Rightarrow AP = 17\sqrt{2} = CA$

$$CF = \sqrt{AP^2 + CB^2} = CB\sqrt{2} = 34$$

из подобия $CF = AP = 17\sqrt{2}$

а)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln \left(\frac{-x^7}{y} \right) \ln(-y) = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 22x + 4y = 0$$

$$x \ln \left(\frac{-y^3}{x^2} \right) = (-y) \ln(-y)$$

$$\frac{(-x)^{2 \ln(-y)}}{4y^{\ln y}} = x^{\ln(x^2 y^4)}$$

$$\ln x = y \quad \begin{matrix} -y = a \\ x = b \end{matrix}$$

$$\frac{(\ln x)^{\ln(-y^7)}}{x^{\ln(x^2 y^4)}} = y^{\ln(-y)} \ln \frac{b^3}{a} = b^{\ln b^2} \ln b^2$$

$$\frac{-y^7}{x^2 y^4} = -\frac{y^3}{x^2}$$

$$\log_2 y$$

$$\frac{\ln(-y^7) - \ln(x^2 y^4)}{x} = y \ln(-y)$$

$$\ln(x^2 y^4)$$

$$x \ln \left(\frac{-y^3}{x^2} \right) = (-y) \ln(-y)$$

$$b^{\ln \left(\frac{a^3}{b^2} \right)} = a^{\ln a}$$

$$\frac{3 \ln b - \ln a}{a} = \frac{2 \ln b}{b}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^2} \right)^{\ln b} = a^{\ln a}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 72x + 4y = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 72x = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 72x) \neq 0$$

$$= 4x^2 + 16 + 76x + 72x^2 - 48x =$$

$$= 76x^2 + 76 - 32x =$$

$$= 76(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= 76(x-1)^2$$

$$7) \quad y = x - 4$$

$$\frac{-2x-4 \pm 4(x-1)}{2}$$

$$= -x-2 \pm 2(x-1)$$

$$-x-2+2x-2 = x-4$$

$$-x-2-2x+2 = -3x$$

$$(y-x+4)(y+3x) = 0$$

$$7) \quad y = x - 4$$

$$\left(\frac{-x+7}{x-4} \right)^{\ln(x-4)}$$

$$x^{\ln\left(-\frac{y^3}{x^2}\right)} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$x^{\ln\left(-\frac{(x-4)^3}{x^2}\right)} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = x - 4$$

$$n > 0$$
$$2 < 0$$

$\frac{1}{2} \times 2$

$$\left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2/\ln(y^2)}$$

$$x \geq 9$$

$$y - x = 8$$

$$y = x - 4$$

$$\frac{x \ln(-y)}{(-y) \ln(-y)} = x$$

$$\frac{x^{2/n} (4-x)}{x^{1/n} (4-x)} = 1/n (4-x)$$

$$x^{-4} \ln\left(-\frac{y^7}{x^2 y^4}\right) = (-y) \ln(-y)$$

$$x^{2/n} = \left(x^3 \right)^{1/(4-n)}$$

$$a^{2/n} = \left(\frac{a}{b} \right)^{1/n} b^{1/n}$$

$$-n-2 + 2n-2$$

$$\sim n-2 - 2n+2 = -n \ln\left(\frac{-y^3}{n^2}\right) = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$-2x - 4 \pm 4(x-1)$$

$$\frac{x+2 + 2x-2}{x+2} = \frac{3 \ln(-y) - 2 \ln x}{x} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$-2x - 9 + 4x - 4$$

$$3 \ln(4-x) - 2 \ln x = \ln(4-x)$$

$$n+2 \pm 2(x-7)$$

$$y = x - 7$$

$$\frac{2\pi}{72}$$

$$\frac{\pi}{72} \quad \frac{730}{72}$$

$$(n+2)^2 + 3n^2 - 72n =$$

$$\frac{1}{n} + \frac{5\pi}{6} = n^2 + 4n + 4 + 3n^2 - 72n =$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 72x = 0$$

$$= 4n^2 - 8n + 4$$

$$= 4(n^2 - 2n + 1)$$

$$y = x - 4 \quad x > 0 \quad y < 0 \quad x \in (0, 4)$$

$$\left(\frac{-x^7}{x-4} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}$$

$$\frac{x^{7 \ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}$$

$$x^{7 \ln(4-x) - 2 \ln(x(x-4)^2)} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\ln \frac{(4-x)^3}{x^2}} = (4-x)^{\ln(4-x)} \quad \left(\frac{3x}{x^2} \right)^{\ln 3} = 7$$

$3x = x^2$

$$y = -3x$$

$$\left(\frac{-x^7}{-3x} \right)^{\ln(3x)} = x^{2 \ln(x \cdot 9x^2)}$$

$$\ln \frac{3^6 \cdot x^6}{9^2 \cdot x^6}$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\frac{\ln(3x)}{3} = x^{6 \ln(3x) - 2 \ln(9x^3)}$$

$$(3x)^{\ln 3} = \left(\frac{2}{x} \right)^{\ln 3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \frac{2}{\sqrt{2}} \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(5x\right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 4x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 7x = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos(n+y) = \cos n \cos y - \sin n \sin y \\ \cos(n-y) = \cos n \cos y + \sin n \sin y \end{array} \right.$$

$$\cos(n+y) + \cos(n-y) = 2 \cos n \cos y$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} n+y = \alpha \\ n-y = \beta \end{array} \right. \quad \alpha - \beta \\ & n = \frac{\alpha + \beta}{2} \\ & y = \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

$$\sin(n-y) - \sin(n+y) = -2 \sin y \cos n$$

$$\sin \beta - \sin \alpha = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\frac{3x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\cos 5x + \cos \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = 0$$

$$\frac{3x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$2 \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k;$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$\frac{75\pi}{28}; \quad \frac{\pi}{4} + \frac{6\pi}{28}; \quad \frac{9\pi}{4}$$

$$\frac{75\pi}{28}; \quad \frac{73\pi}{28}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$n = y + y$~~

$$\frac{-x^2}{4-x} = \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{4-x} = \frac{2}{x(4-x)^2}$$

$$x \cdot 7 \ln(4-x) + 2 \ln(x(x-4)^2) = (4-x) \ln(4-x)$$

$$\frac{1}{h} \frac{(y-x)^3}{x^2}$$

$$e^{\ln x}$$

$$\ln x$$

169

$$= 2$$

$\frac{109}{2}$
 149
 2

~~22~~

$$\frac{1/n}{(1-x)^{3/2n}} = (1-x)^{1/n}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(4-x)}{\ln x} = \frac{3 \ln 4 - \ln(4-x)}{(4-x)}$$

$$1/n^2 (4-n) = 3/n(4-n) \cdot 1/n - 2/n^2$$

$$\ln^2(y-n) = \ln \left(\frac{(y-n)^3}{n} \right)^{1/n} = \frac{1}{n} \ln \frac{(y-n)^3}{y-n}$$

$$\ln^2(u-x) = \ln \frac{(u-x)^2}{x^2} = \ln x$$

$$2 \ln^2 x + b \ln^2 (4-x) - 3 \ln(4-x) \ln x = 0$$

$$2a^2 + b^2 - 3ab = 0 \quad \ln(4-x) = b \quad \ln x = a$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$9b^2 - 8b^2 = b^2$$

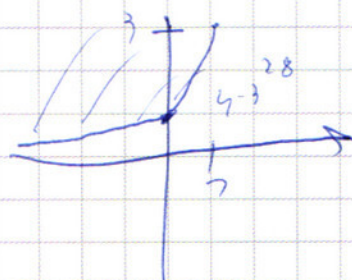
$$\frac{3b \pm b}{4}$$

$$\frac{b}{2}$$

$$93 \mid 3$$

$$97 \cdot 3$$

$$(a-b) \left(a - \frac{b}{2} \right) = 0$$



$$y = 3^x$$

$$\ln x = \ln(4-x); x=2$$

$$3(37 + 3^{28}x)$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$2 \ln(x) = \ln(4-x)$$

$$7 + 76 = 77$$

$$3(37 + 3^{27} \cdot x - x)$$

$$x^2 = 4-x$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{77}}{2}$$

$$x=0$$

$$x=10$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 76$$

$$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 46^2$$

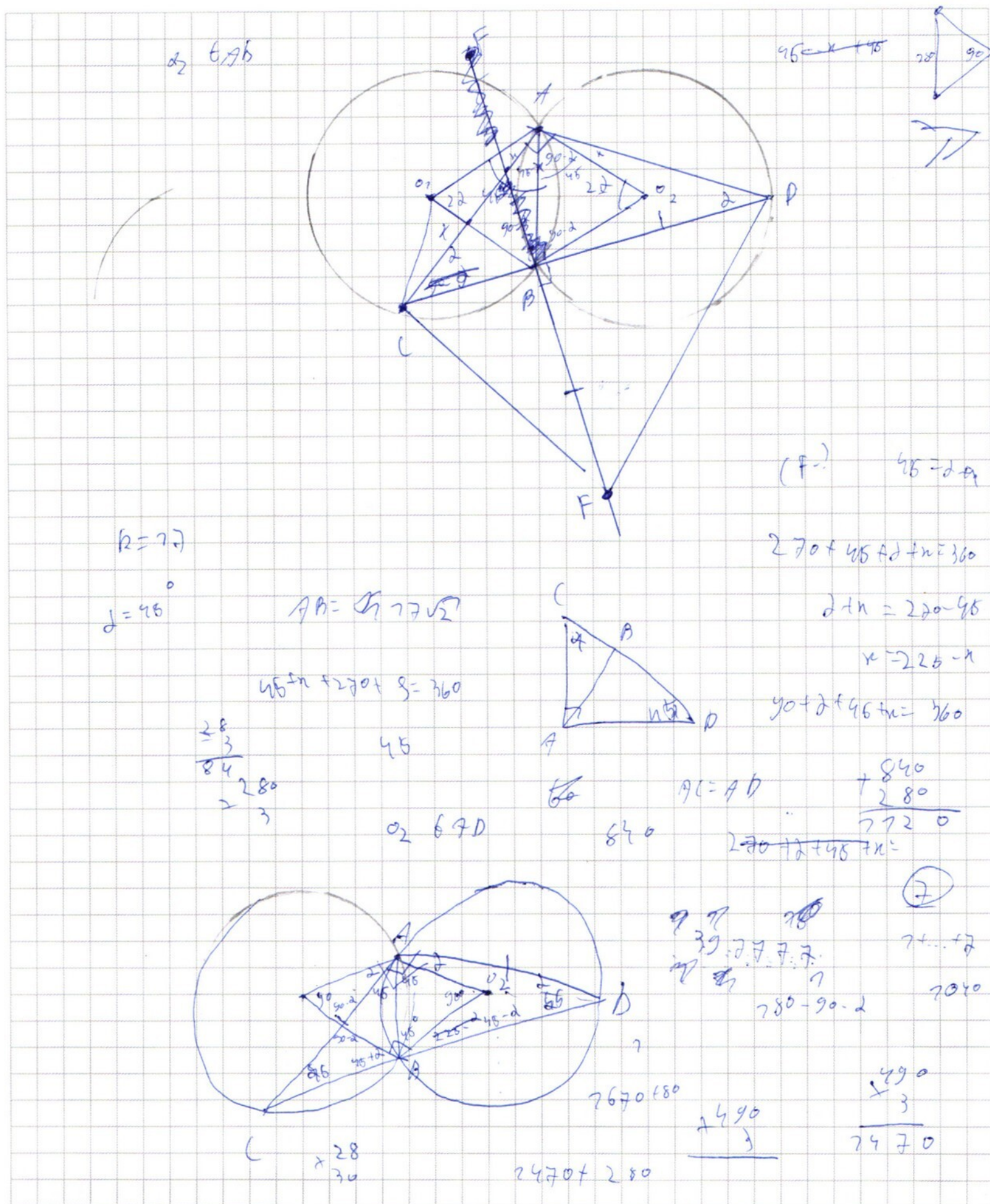
$$x=$$

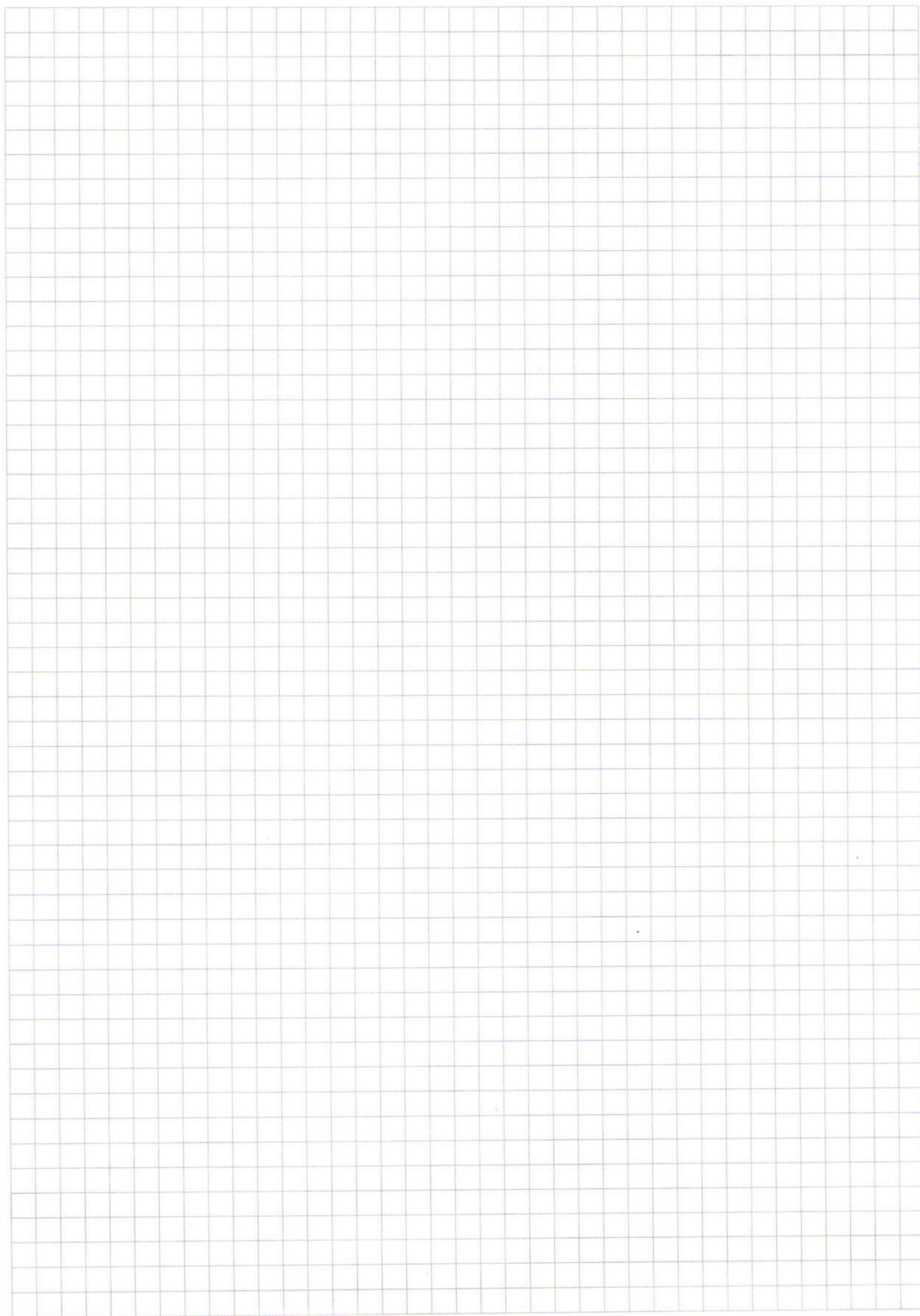
$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$y \geq 93 + 3(3^{27} - 7)x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11

8 - - - - -

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ - 63 \\ \hline 78 \\ - 78 \\ \hline 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$$7203 \cdot 9 = 9 \cdot 3 \cdot 2407 =$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ 6 \\ \hline 72 \\ - 72 \\ \hline 00 \end{array} \quad 2407$$

$$\begin{array}{r} 2407 \overline{) 7} \\ 27 \overline{) 343} \\ 30 \\ - 28 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2343 \\ 7 \\ \hline 2407 \end{array}$$

$$= 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 343$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \overline{) 49} \\ 63 \end{array}$$

$$9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7^2$$

$$3^3 \cdot 7^4$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

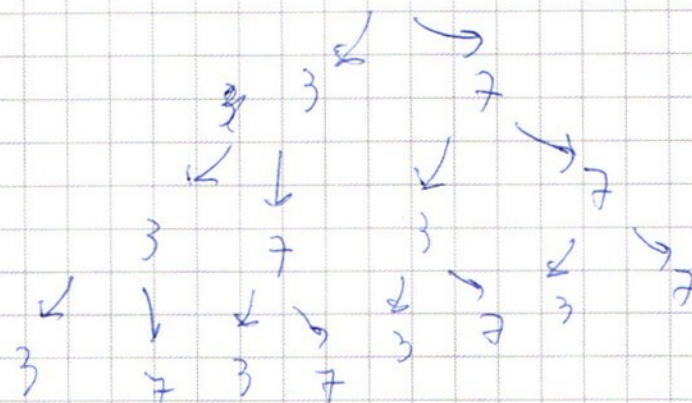
$$333 \cdot 7777$$

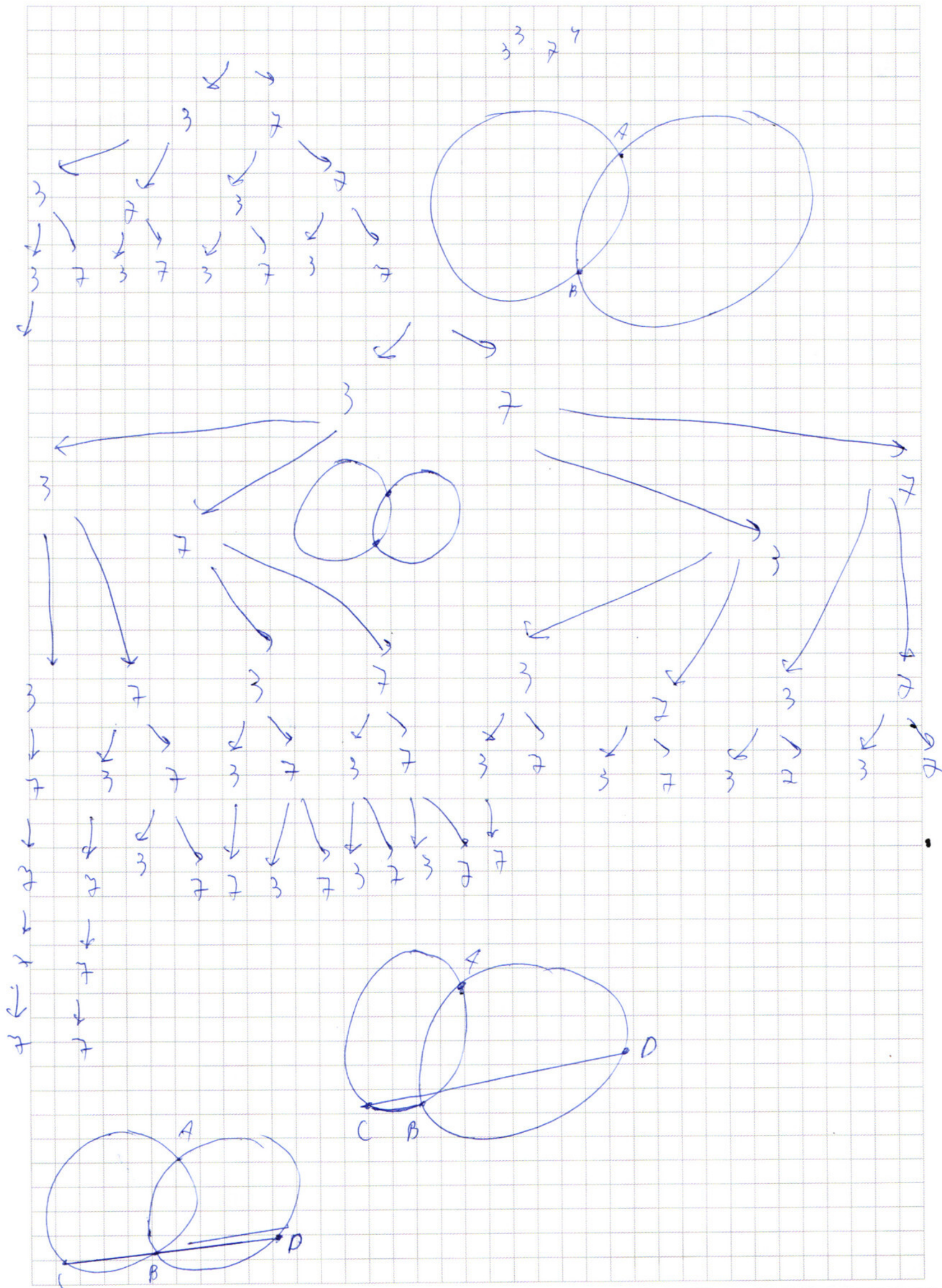
deg 9

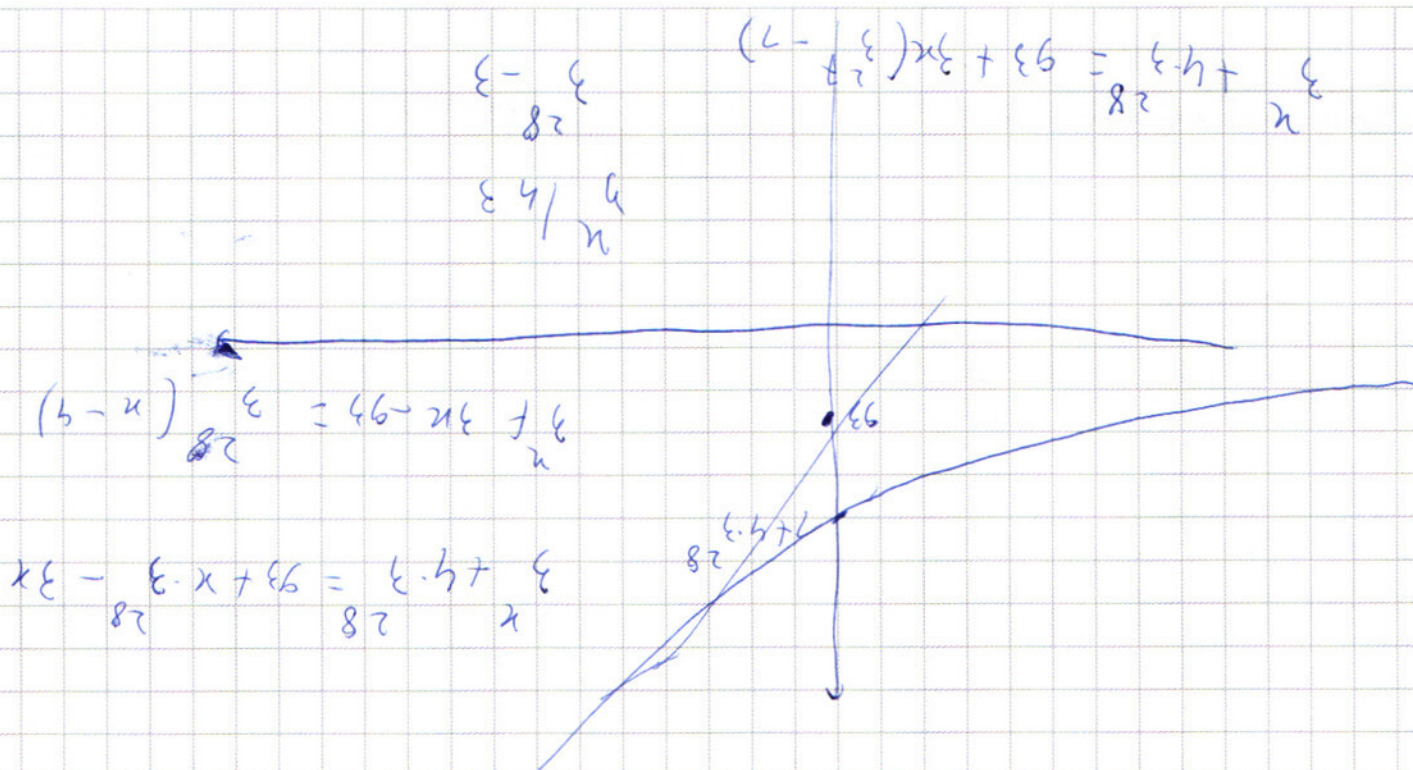
4n-1ab n=0, 1, 2, 3, 4

7

3
3
3







$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} x - 3x$$

$$3^4 - 93 + 72$$

~~8~~

$$3^{28} (x - 4) = 3^{28} - 93 + 3x$$

$$x = 4$$

$$x = 37 \div 3$$

$$x = 34$$

$$3^{27} (x - 4) = 3^{x-7} + x - 37$$

$$x = 37$$

$$37 - 4 = 27$$

$$3^{27} - 30 = 3^{37} + 37 - 37$$

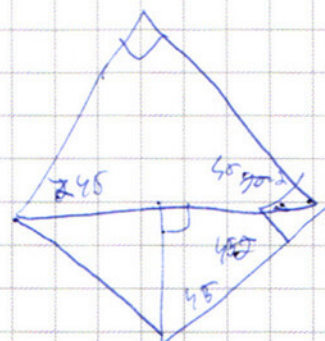
$$3^{28} - 70 =$$

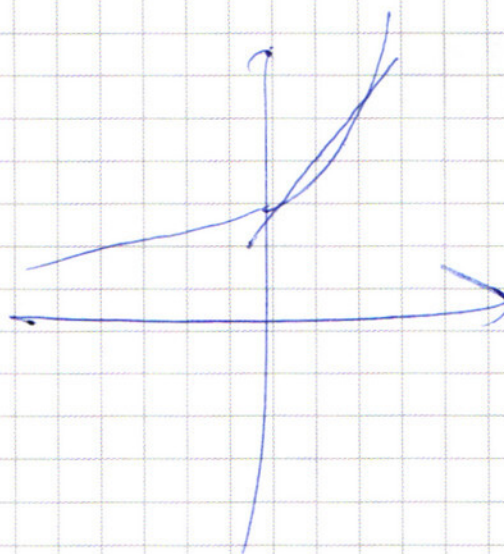
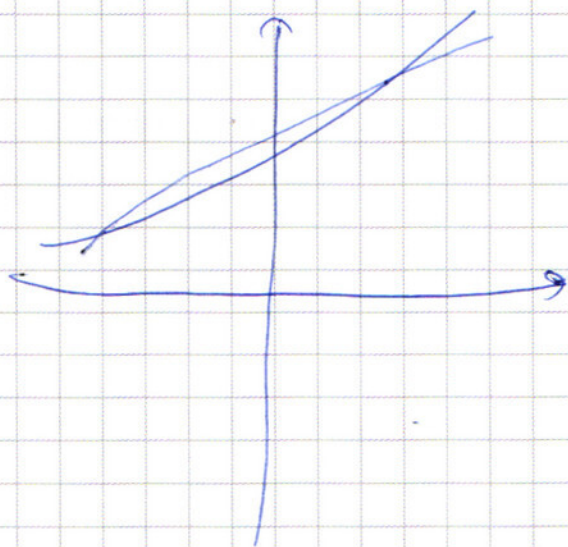
$$x = 37$$

$$3^{27} \cdot 27 = 3^{40}$$

$$3^x / 48$$

$$3(3^{27} - 7)$$





$$3^5 + 4 \cdot 3^{28} = 3 (3^4 + 4 \cdot 3^{28}) >$$

$$93 + 3 \cdot 5 (3^{27} - 7) = 3 (37 + 5 \cdot 3^{27} - 5) <$$

$$k=30 \quad 3^{30} + 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} (3^2 + 4) >$$

$$93 + 3 \cdot 30 (3^{27} - 7) = 3 (37 + 30 (3^{27} - 7)) <$$

