

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$. ← проверить

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $64827 = 7^4 \cdot 3^3$

Заметим, что в восьмизначном числе 6
такой случай 4 7 и либо 3 тройки
либо 9 и 3

Тогда
Масса $7 \rightarrow 7$ $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ $\left(\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 2 \cdot 1} + 4 \cdot 3 \right)$
не ватен $\nearrow$ $\nearrow$ $\nearrow$
корренок $\nearrow$ $\nearrow$ $\nearrow$
если 3 тройки $\nearrow$ $\nearrow$
ватен $\nearrow$
корренок

$$= 2 \cdot 7 \cdot 5 \left(4 + 12 \right) = 70 \cdot 16 = 700 + 560 =$$

$$= 1260$$

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$$\cos (5x+2x) + \cos (5x-2x) + \sin (5x+2x) - \sin (5x-2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

~~$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 5x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$~~

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\sin 2x + \cos 2x) = 0$$

$$2(\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2} \cos 5x) = 0$$

1) $\sin 2x = -\cos 2x$

2) $\cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2} \cos 5x = 0$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\cos 2x - \sin 2x = -\sqrt{2} \cos 5x$$

$$2x = \frac{3}{4}\pi + \pi k$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)^2 = 2 \cos^2 5x$$

$$1 - 2 \cos 2x \sin 2x = 2 \cos^2 5x$$

$$1 - \cos^2 5x - \cos^2 5x = 2 \cos 2x \sin 2x$$

$$\sin^2 5x - \cos^2 5x = \sin 4x$$

$$x = \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi k}{2}$$

$$\sin 4x = -\cos(10x)$$

$$\sin 4x = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

$$\sin 4x = \sin\left(10x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$1. \quad 4x = 10x - \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$6x - \frac{\pi}{2} - 2\pi k = 0$$

$$x = \frac{2\pi k + \frac{\pi}{2}}{6} = \frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{12}$$

$$2. \quad 4x = 2\pi k - 10x - \frac{\pi}{2}$$

$$14x = 2\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}$$

Объединяем ~~$\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{12}$~~ $x = \begin{cases} \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28} \\ \frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{12} \\ \frac{2\pi k}{3} + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$3. \quad \int \left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = (x^2)^{\ln xy^2} \quad (1)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

Рассмотрим (1)

Заменим

$$\frac{-x^7}{y} = e^{\ln \frac{-x^7}{y}}$$

$$x^2 = e^{\ln x^2}$$

003 $x > 0$ $y < 0$

Получаем $e^{\ln \frac{-x^7}{y} \ln(-y)} = e^{\ln x^2 \ln xy^2}$ Замена $-y = t$

$$\ln \frac{x^7}{t} \ln t = \ln x^2 \ln xt^2$$

$$(7\ln x - \ln t) \ln t = 2\ln x (\ln x + 2\ln t)$$

$$7\ln x \ln t - \ln t^2 = 2\ln^2 x + 4\ln x \ln t$$

$$2\ln^2 x + \ln t^2 - 3\ln x \ln t = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\ln x - \ln t)^2 + \ln x (\ln x - \ln t) = 0$$

$$(\ln x - \ln t) (\ln x - \ln t + \ln x) = 0$$

$$(\ln x - \ln t) (2\ln x - \ln t) = 0$$

$$\ln x = \ln t$$

$$x = t$$

$$x = -y$$

$$2\ln x = \ln t$$

$$\ln x^2 = \ln t$$

$$x^2 = t$$

$$x^2 = -y$$

$$y = -x^2$$

Подставим в ур-ие 2.

$$1) x^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x = 0$$

$$= -4x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

$$y = 0 \quad y = -2$$

$$2) x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 12 - 4x = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-3)(x^2+x-4) = 0$$

$$I \quad x=3 \Rightarrow y=-9$$

$$II \quad x^2+x-4=0$$

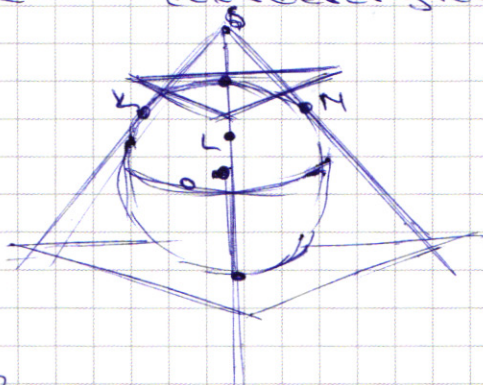
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = -\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2$$

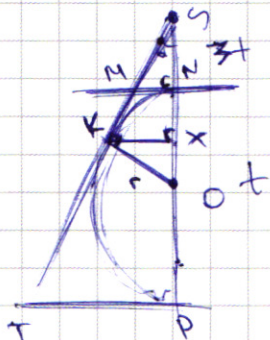
(или при $x=0$
спустя рассмотри)

Орбесі $\begin{pmatrix} 2; -2 \\ 3; -9 \\ (\frac{\sqrt{17}-1}{2}; -(\frac{\sqrt{17}-1}{2})^2 \end{pmatrix}$

24. Замітимо, що всі співвідношення між магіями подібних фігур k^2 та магіями відповідальних елементів вбудовується (1)



Рассмотрим проекцию шара в плоскости KSO.



$MN = \frac{3}{4} TP$, т.к. (1), а

фигуры подобны т.е. спроецированы из точки S (центральной коллинеации)

При этом $MN \parallel TP$ т.е. они $\perp SO$

Пусто $SN = 3t \Rightarrow SP = 4t \Rightarrow NP = t$ т.к. в MSN и TSP с углом $\frac{\pi}{3}$

но а. о касательной $SK^2 = SN \cdot SP$
 $SK^2 = 3t \cdot 4t$
 $SK = \sqrt{12}t$

Пусто $\angle KSO = \alpha$ $r = KS \cdot \operatorname{tg} \alpha$ $r = \sqrt{12}t \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Заметим, что $NP = t = 2r$

$t = 2 \sqrt{12} t \cdot \operatorname{tg} \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\sqrt{12}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$

$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{4\sqrt{3}} \right)$

$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{12+4\sqrt{3}}}$

$\cos \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{12+4\sqrt{3}}}$

следовательно по формуле $\sin$, $0 < \alpha < 90$

находим $\cos$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Посмотрим $KX \perp SO$ тогда $\frac{S_{MKO}}{S_{\Delta}} = \left(\frac{MN}{NX}\right)^2$

т.е. картина симметричная $\Rightarrow$
сечение $KM \perp SO \Rightarrow$ это
то же самое с центром в S

$\Delta KXS \sim \Delta MNS$ $\angle N = \angle X = 90^\circ$
 $\angle S$ - общий

$$\frac{KX}{MN} = \frac{KS}{NS} = \frac{\sqrt{12}x}{\frac{NS}{\cos \alpha}} = \frac{\sqrt{12}x}{3x} = \frac{4\sqrt{3}}{49} = \frac{8 \cdot 4}{8 \cdot 49} = \frac{8}{49}$$

$$S_{MKO} = \left(\frac{8}{49}\right)^2 \cdot 9 = \frac{64}{49} \cdot 9$$

$$S_{MKO} = \frac{8^2 \cdot 9}{49}$$

Ответ а) $\angle KSO = \arctg \frac{1}{4\sqrt{3}}$

б) $S_{MKO} = \frac{8^2 \cdot 9}{49}$

25. $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9 \end{cases}$

Рассмотрим 1-е уравнение

Пусть

$$\begin{aligned} x+y+8 &\geq 0 \\ x-y+8 &\geq 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 2x+16 &\geq 0 \\ x &\geq -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x+16 &= 16 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{aligned} y+8 &\geq 0 \\ -y+8 &\geq 0 \end{aligned} \\ -8 &\leq y \leq 8 \\ |y| &\leq 8 \end{aligned}$$

~~Тогда~~ ~~бо~~ ~~тогда~~ ~~уравнения~~

$$\begin{aligned} 8^2 + (y-15)^2 &= a \\ 8^2 + (-15)^2 &= a_{\max} \\ 8^2 + (-7)^2 &= a_{\min} \end{aligned}$$

~~ка~~ ~~уравнения~~ ~~$a_{\max}$~~ ~~$a_{\min}$~~

Решим уравнение (2)

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

а) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+16=16 \\ x=0 \end{cases}$ (зона 1)

б) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y=16 \\ y=8 \end{cases}$ (зона 2)

в) $\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y=16 \\ y=-8 \end{cases}$ зона 3

г) $\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y-8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-16=16 \\ -2x=32 \\ x=-16 \end{cases}$

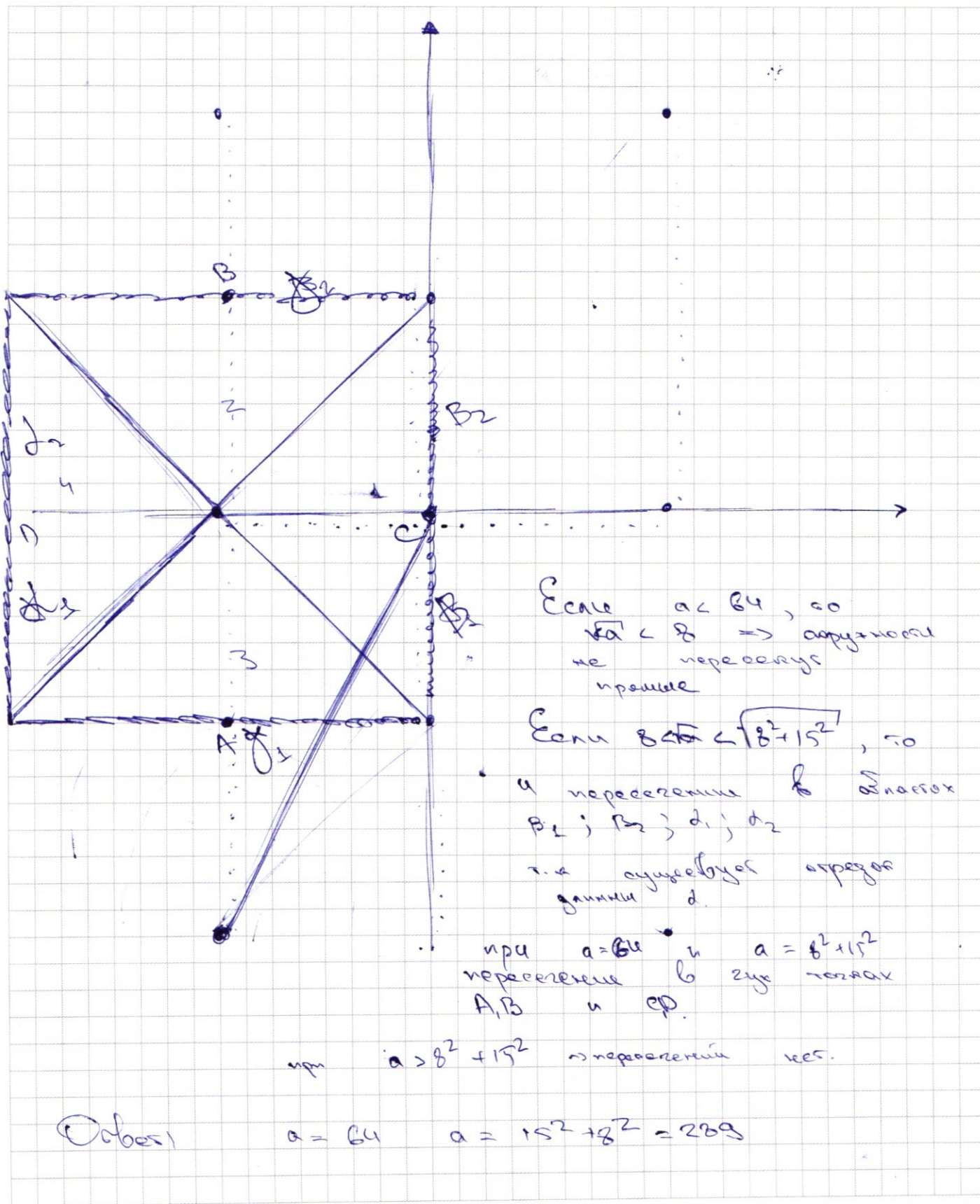
Во втором уравнении $r=15$ написана окр. с центром в $(8; 15)$, но т.к. используется $|y| \leq 15$, то окружности $(-8; 15)$; $(8; -15)$; $(-8; -15)$ (еще в том

Эти окружности не могут пересекать ось ординат, все окружности с радиусами $\sqrt{a}$.

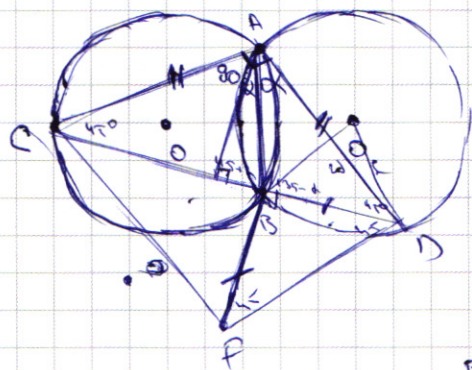
~~один~~ ~~было~~ ~~равно~~ ~~2 корни~~ ~~дополнительно~~ ~~тогда~~ ~~один~~ ~~окружности~~ ~~в~~ ~~равно~~ ~~2~~ ~~и~~ ~~получается~~

пересекает прямую x один раз. Если так произойдет, то во втором полуокружности она пересечет y - ось симметрично, но окружность не может пересекать y и x т.к. решений будет больше двух x_1 и $x_2 \Rightarrow a = b^2 = 64$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



26.

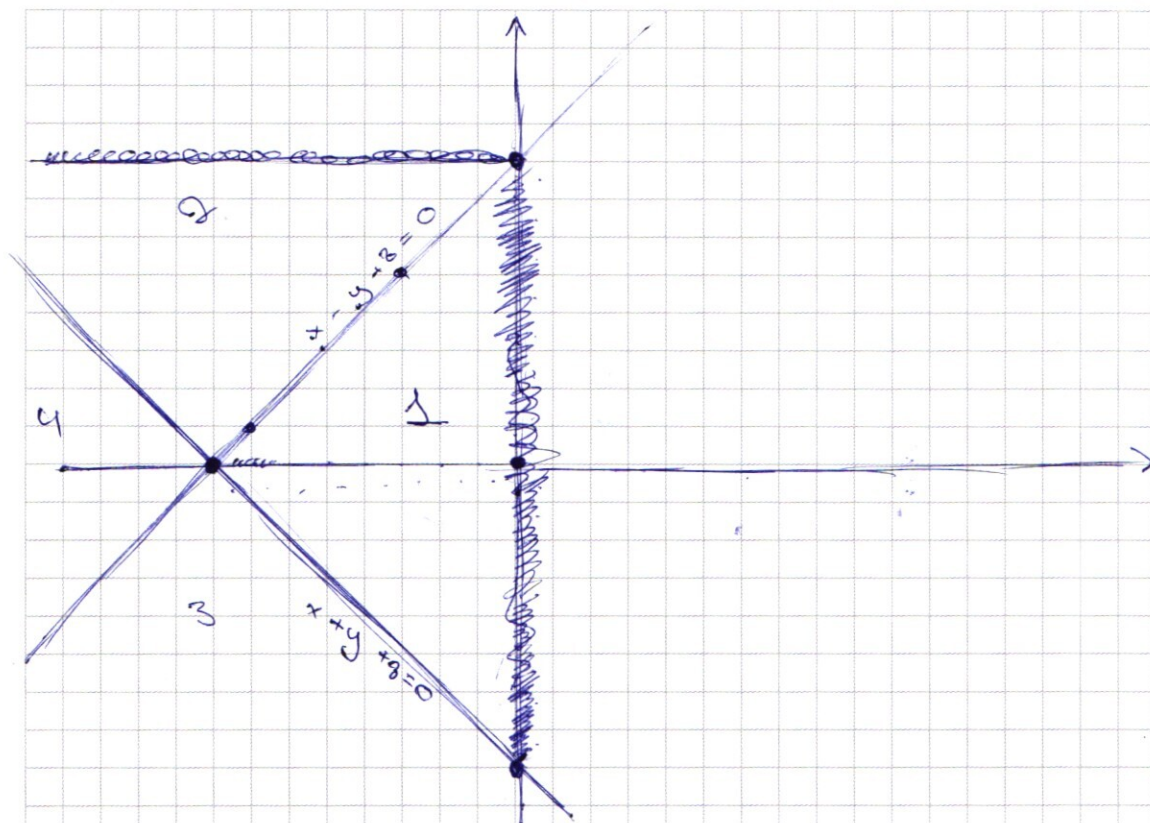


$\angle CAD$ — р/б т.а

$\angle C = \angle D$ т.к в дугу симметрии и равных радиусов дуги AB равны $\Rightarrow$ на них опираются равные углы

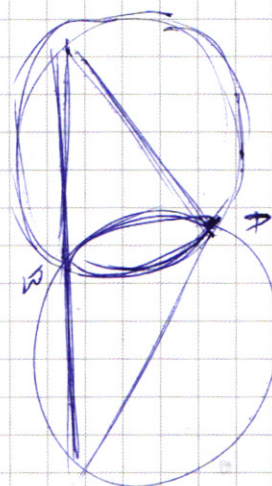
$\triangle BOF \sim \triangle CAD$ т.а да $\angle$ и р/б

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



49

$\begin{array}{r} 82 \\ \times 27 \\ \hline 574 \\ 1640 \\ \hline 2214 \end{array}$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

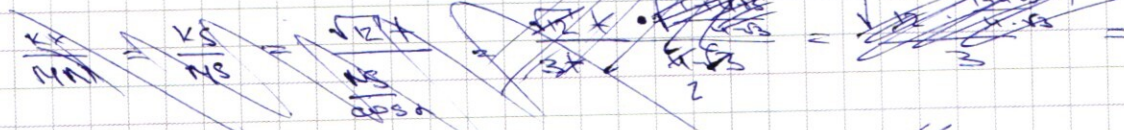
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Построим $KX \perp SO$ тогда $\frac{S_{MKX}}{S_1} = \left(\frac{MK}{OX}\right)^2$

т.к. хорда KLM симметрична $\Rightarrow$ ее середина O $\Rightarrow SO$ проходит с центром в S ~~поэтому~~



$\triangle KXS \sim \triangle MOS$

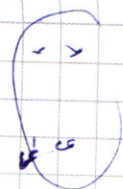


$$S_{\text{сер}} = \left(\frac{KX}{MO} \right)^2 \cdot S_{\text{общ}} = \left(\frac{4\sqrt{3}}{6} \right)^2 \cdot 900 = 36 + \frac{9}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{сер}} = 36 + \frac{9}{\sqrt{3}}$$

Ответ: $\angle KSO = \arctg\left(\frac{1}{4\sqrt{3}}\right)$

$$S_{\text{сер}} =$$

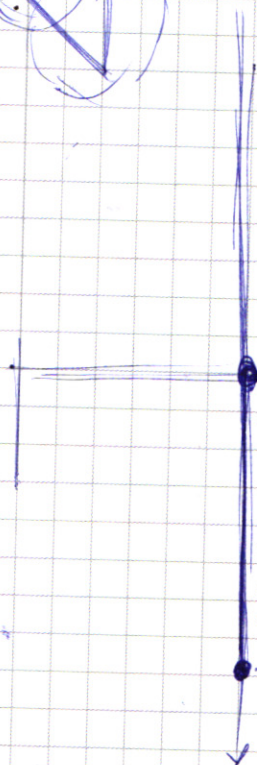
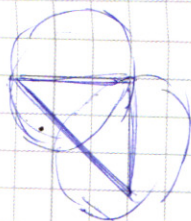


$$(x-y+z) + (x-y+z)$$

$$= (x+y+z)^2 - (x-y+z)^2 = 10$$

$$(x+y+z)^2 + (x-y+z)^2 = 10$$

$$20 = 8 - x$$



$$a = b = c = 0$$

$$x = y = z = 0$$

1

2

$$x = y = z = 0$$

$$x = y = z = 0$$

$$x = y = z = 0$$

$$x = y = z = 0$$

$$x = y = z = 0$$



$$x = y = z = 0$$

$$3(x+8)^2 + y^2 = 16$$

$$(14-8)^2 + (1y1-15)^2 = a$$

$$\cancel{x^2} - 16|x| + 64 + \cancel{y^2} - 1y1 \cdot 15 + 15^2 = a$$

$$\cancel{3x^2} + 48x + 64 \cdot 3 + \cancel{y^2} = 16^2$$

$$2x^2 + 48x - 16|x| + 64 \cdot 4 - 1y1 \cdot 15 + 15^2 = 16^2 + a$$

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + \frac{3^{28}}{x} - 3x$$

$$3^{28}(x-4) - 3^x + 93 - 3x \geq 0$$

$$+ 3^{28}$$

$$3^x$$

$$\rightarrow 3^{x+1}$$

$$2 \cdot 3^x$$

$$g=h+x$$

$$0 \rightarrow x$$

$$22 = 22$$

$$91 = 91 - 28 =$$

$$8 \rightarrow x$$

$$0 \rightarrow 8 - 1$$

$$0 \rightarrow 91 - 28$$

$$0 \rightarrow 8 - 8 - 1$$

$$0 \rightarrow 6 - 8 + x$$

$$g=h \quad q_1=h_2$$

$$q_1 = 8 + h - x - x - 8 = -$$

$$0 \leq 8 - h - 1$$

$$0 \leq 8 + h - 1$$

$$0 \leq h$$

$$0 \leq h$$

$$0 \leq h_2$$

$$h - 2h \leq 8$$

$$0 \leq 8 + h - 1$$

$$0 \leq 8 + h + x$$

$$0 \leq 8 - h - 1$$

$$0 \leq 8 + h + x$$

$$g=h$$

$$q_1 = h_2$$

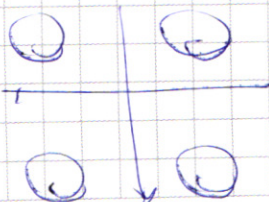
$$q_1 = 8 - h + x - 2 + h + x$$

$$0 = x$$

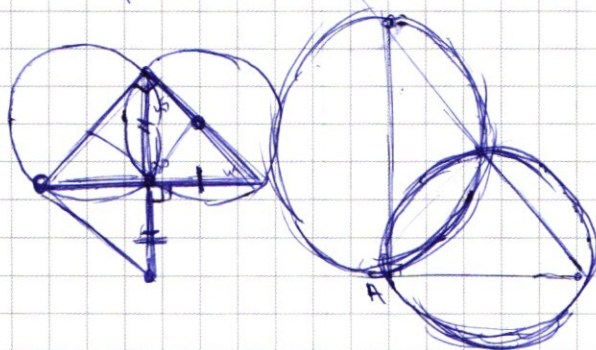
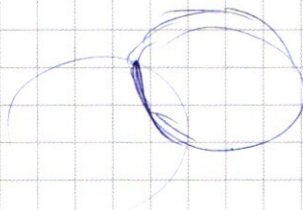
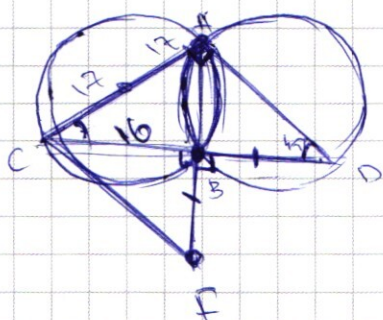
$$0 = 91 + 28$$

$$0 = \frac{1}{2}(51 - (h_1)) + \frac{1}{2}(8 - 1 \cdot 1)$$

$$q_1 = 18 + h - 1 + (8 + h + x)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$(x+8)$

$$|x+y+8| - |x-y+8| = 16$$

$$(1-8)^2 + (14-15)^2 = a$$

$$x+y+8 > 0$$

$$x-y+8 > 0$$

$$x+y > -8$$

$$x-y > -8$$

$$x > -8$$

$$y > -8$$

$$x+y > -8$$

$$2x + 16 = 16$$

$$x = 0$$

$$(x+y+8)^2 + (x-y+8)^2 + 2((x+8)^2 - y^2) = 16^2$$

$$(x+8)^2 + y^2 + (x+8)^2 - y^2 = 16^2$$

$$(x+8)^2 - y^2 \geq 0$$

$$(x+8)^2 \geq y^2$$

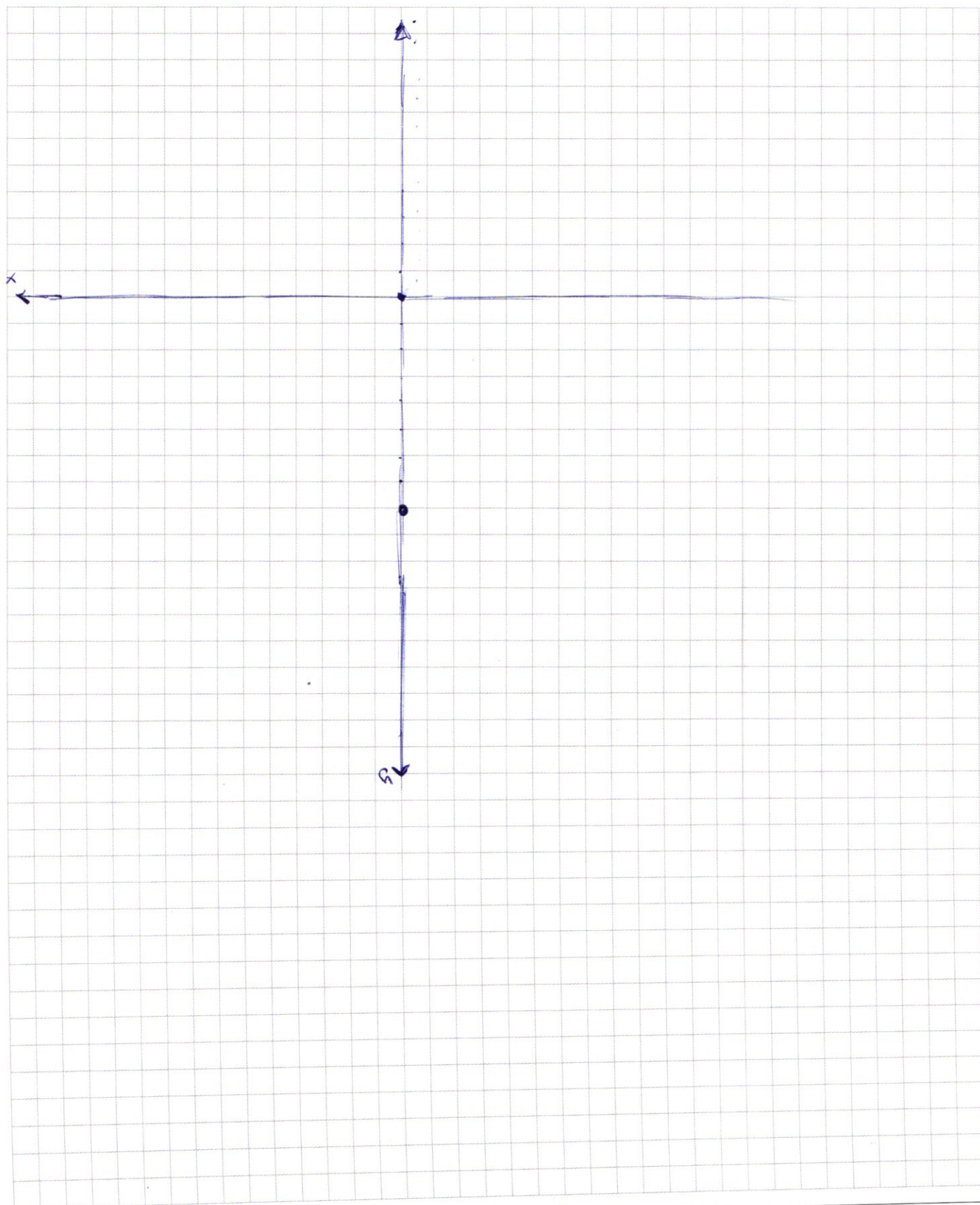
$$3(x+8)^2 + y^2 = 16^2$$

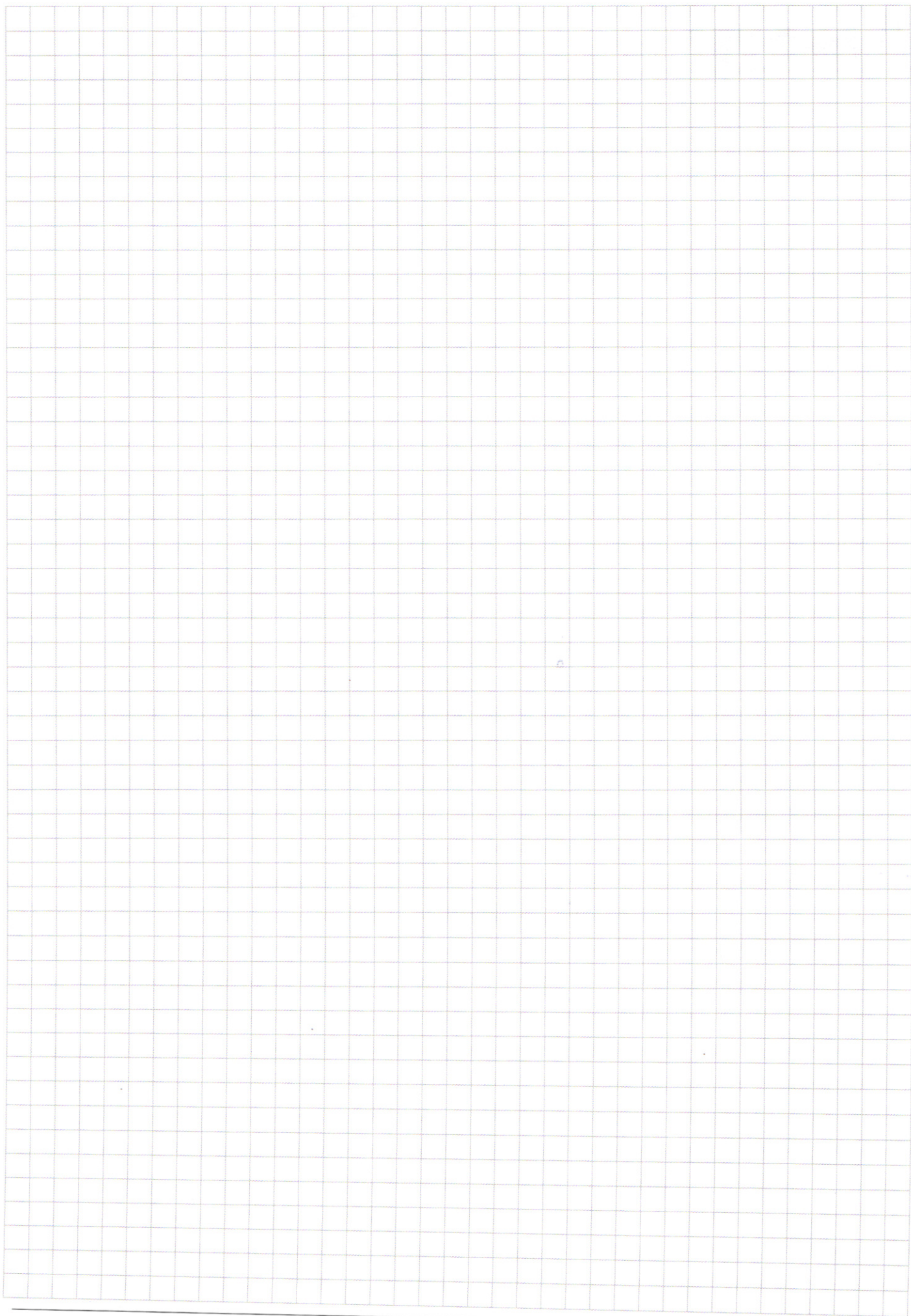
$$x+8 \geq y$$

$$x+8 \leq y$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

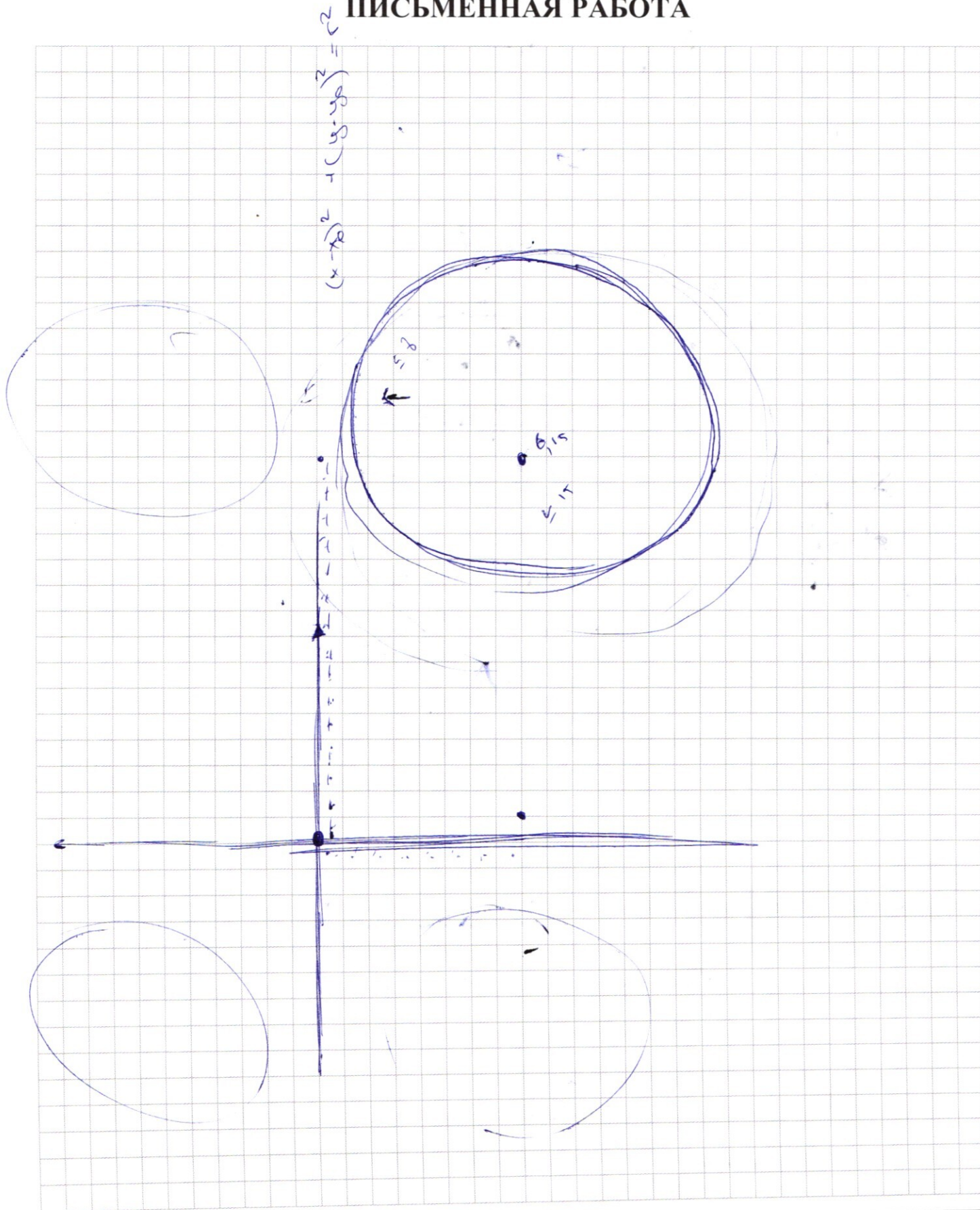




☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

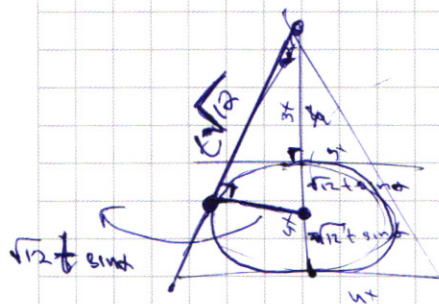
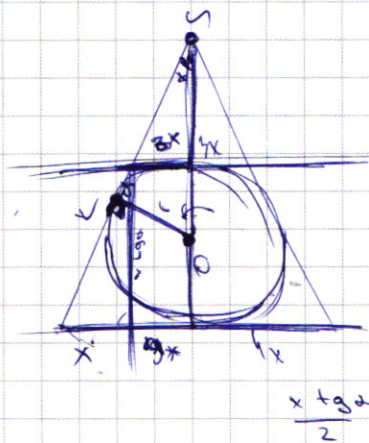
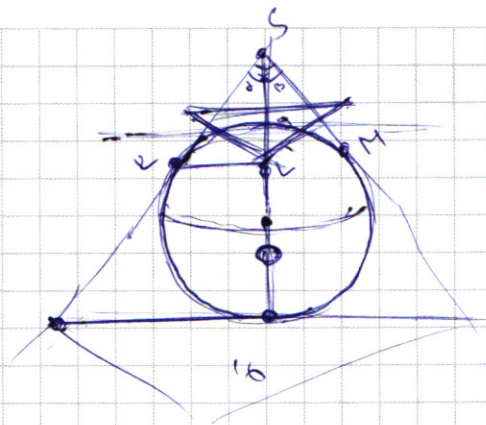
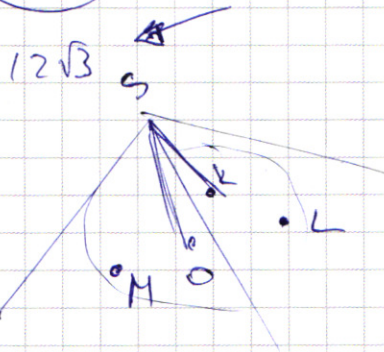
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$3 + 4\sqrt{3} \cdot 3$

16

13



$3t \cdot 4t = 12t^2$

$t = t \sqrt{12} \sin \alpha \cdot 2$

$\sin \alpha = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{12}}$

0 < 0 → 0

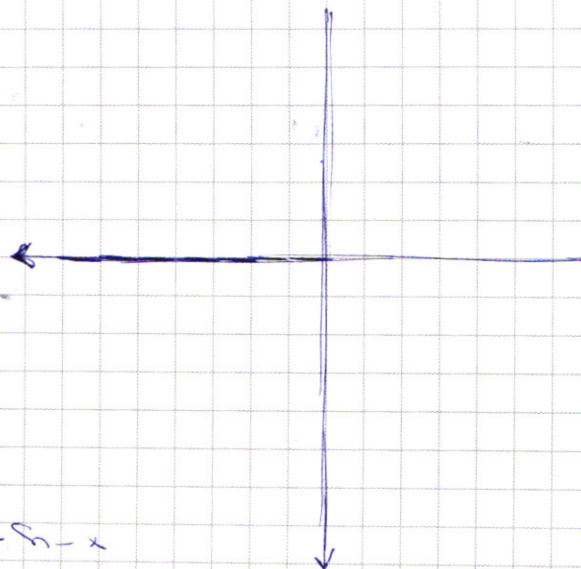
ip - x
ip - x

(P) - x

x

8 + 5 - x

8 + 5 - x



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha + \beta = 7x$$

$$5 - 2$$

$$5 + 2x$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos 5x + \sin 5x$$

$$\cos 7x + \cos 3x =$$

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha - \beta = 3x$$

$$\alpha + \beta = 7x$$

$$\alpha = 5x \quad \beta = 2x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\alpha - \beta = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos^2 5x = \cos^2 2x \sin^2 2x$$

$$2 \cos 5x + \sin 5x = -\sin^2 2x - \sin 2x$$

$$2 \cos^2 5x = (\cos 2x - \sin 2x)^2$$

$$\cos^2 5x = \cos^2 2x - \sin 2x$$

$$\frac{1}{2} - \cos 2x \sin 2x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = -2 \sin \frac{7-3}{2} \sin$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \cos x \sin x + \sin^2 x$$

$$\left(\cos x + \sin x \right)^2 - 2 \sin^2 x + \sin^2 x$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\begin{array}{r} 64827 \\ -6 \\ \hline 4 \\ -3 \\ \hline 18 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1235 \cdot 45678 \\ 177456789 \end{array}$$

$$1235 \cdot 45678 \quad 177456789$$

$$177456789$$

$$\begin{array}{r} 21609 \\ -21 \\ \hline 609 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1401 \\ -12 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 467 \\ -42 \\ \hline 47 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1401 \\ -12 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 933 \\ 99 \\ 3333 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 89 \\ -27 \\ \hline 62 \end{array} \quad \text{...}$$

$$\begin{array}{r} 64827 \\ -6 \\ \hline 4 \\ -3 \\ \hline 18 \\ -12 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21609 \\ -21 \\ \hline 609 \\ -6 \\ \hline 09 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2403 \\ -24 \\ \hline 801 \\ -6 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 267 \\ -24 \\ \hline 27 \\ -27 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3087 \\ -3 \\ \hline 1029 \\ -9 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$3^6 = 9^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$\begin{array}{r} 64827 \\ -63 \\ \hline 19 \\ -14 \\ \hline 42 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9261 \\ -9 \\ \hline 26 \\ -24 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \\ -9 \\ \hline 26 \\ -24 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3087 \\ -3 \\ \hline 1029 \\ -9 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \\ -3 \\ \hline 1029 \\ -9 \\ \hline 12 \end{array}$$

7.

30.

6

$$7 \cdot 7 = 49$$

32

7³

7⁴ · 3³

2019

$$\cancel{\text{def}} \quad (\ln x - \ln(-y)) \ln(-y) = \ln x (\ln x + 2 \ln(-y))$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\cancel{20} + 20 = 20$$

$$z_2 = z_1 - \frac{1}{2} \log 3$$

$$2a_2 + b_2 - 1 = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(e^{g(x)})^2 = t^{-1}$$

$$21 + 12$$

54

$g + h$

$$\sigma_6 = 21 + 8$$

~~$a_1 = \sqrt{p+1}$~~

$x^2 + x + 1$

- 28 - 32

16.2

5

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 7x + 12 \\ - (x^3 - 3x^2) \\ \hline x^2 - 7x + 12 \\ - (x^2 - 3x) \\ \hline -4x + 12 \\ - (-4x + 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$27 + 12 = 39$$

24/11

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{-x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\cancel{y^2} + 2xy - \cancel{3x^2} + 12x + \cancel{4y} = 0$$

$$\cancel{x^2} + (x+y)^2 + 4y + 9 = (2x+3)^2$$

$$(y^2 + 2)^2 - 4y$$

$$(x^2)^{\ln xy^2}$$

$$(e^{\ln x^2})^{\ln xy^2} = \left(e^{\ln \frac{x^2}{y}}\right)^{\ln(-y)}$$

$$e^{\ln x^2 \ln xy^2} = e^{\ln \frac{x^2}{y} \ln(-y)}$$

$$\ln x^2 \ln xy^2 = \ln \frac{x^2}{y} \ln(-y)$$

$$2 \ln x (\ln x + 2 \ln y) = \cancel{\ln x^2} (\cancel{\ln x} - \ln(-y)) (\ln y)$$

$$2a(a+2b) = (2a-b)b$$

$$2a^2 + 4ab = 2ab - b^2$$

$$2a^2 + b^2 - 3ab = 0$$

$$\cancel{2 \ln x} + \ln y$$

$$(\ln(-xy))^2 = \ln x \left(\ln \frac{x}{y}\right)$$

$$(a+b)^2 + a(a-b) = 0$$

$$(\ln x + \ln(-y))^2 + \ln x (\ln x - \ln(-y))$$