

ШК

(заполняется секретарём)

Рег. №: МП-ЛЕ-0017

Класс участия: 11

Место проведения: ЛЭТИ Санкт-Петербург

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное): 11:30

Олимпиада школ

по МАТЕМ.
Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

<u>Павленко</u> Фамилия	<u>Селин</u> Имя	<u>Олегович</u> Отчество	<u>5.11.2002</u> Дата рождения	<u>17</u> Возраст
<u>Россия</u> Страна	<u>Краснодарский край</u> Регион	<u>г. Краснодар</u> Населенный пункт		
<u>Паспорт</u> Документ, удостоверяющий личность	<u>03 16</u> Серия	<u>636107</u> Номер	<u>15.02.2017</u> Дата выдачи	<u>230-018</u> Код подразделения
<u>Россия</u> Страна школы	<u>Санкт-Петербург</u> Регион школы	<u>Санкт-Петербург</u> Населенный пункт школы		
<u>11</u> Класс обучения	<u>ПФМЛ №239</u> Полное название образовательного учреждения			
<u>+7(996)765-73-80</u> Мобильный телефон	<u>17(918)371-21-31</u> Доп. телефон	<u>zorangenko@gmail.com</u> E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Павленко Ирина Геннадьевна
ФИО законного представителя

Мать
Степень родства

Зораненко
Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс



2 0 0 1 1 3 5 5

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$64827 = 27 \cdot 2401 =$$

$$= 27 \cdot 49 \cdot 49$$

$$= 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 27 \\ -54 & 2401 \\ \hline 108 & \\ -108 & \\ \hline & 27 \end{array}$$

П.ч. единств. цифра: 7

это 9, то в шестых шагах равно 4 цифрам.

$$\begin{array}{r|l} 2401 & 49 \\ -196 & 49 \\ \hline 441 & \\ -441 & \\ \hline & \end{array}$$

Произведение остальных цифр -3^3 , т.е. они степени тройки: 1, 3 или 9.

Получить пр-ие 3^3 4-мя цифрами можно 2-мя способами:

1°) Если 9 $\Rightarrow$ эти цифры 1, 1, 3, 9

2°) Если 3 $\Rightarrow$ эти цифры 3, 3, 3, 1

Или, получаемых 1-ым способом:

$$C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot C_2^1$$

выбрать места для 7

выбрать места для 1 и 1 (из оставшихся 4)

выбрать места для 3 (из оставшихся 2)

Итого:

$$C_8^4 (C_4^2 \cdot C_2^1 + C_4^3) =$$

$$= C_8^4 \left(\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2 + 4 \right) =$$

$$= C_8^4 \cdot 16 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{24} \cdot 16$$

$$= 30 \cdot 16$$

$$= 1120$$

2-ым способом:

$$C_8^4 \cdot C_4^3$$

выбор мест для 7

выбор из оставшихся мест для троек

~2

Заметим, что $\sin(\frac{\pi}{4} + t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin t + \cos t)$,
 $\cos(\frac{\pi}{4} + t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos t - \sin t)$.

Применяя это для $t = 2x$ и $t = 3x$,
~~используя~~ перепишем урав-ие в виде:

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 2x) + \cos(\frac{\pi}{4} + 3x) + \cos(4x) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 2x) + 2\cos(\frac{\frac{\pi}{4} + 3x}{2})\cos(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2}) = 0$$

$$2\cos(\frac{\frac{\pi}{4} + 3x}{2})[\sin(\frac{\frac{\pi}{4} + 3x}{2}) + \cos(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2})] = 0$$

$$2\cos(\frac{\pi}{8} + \frac{3x}{2})[\sin(\frac{\pi}{8} + \frac{3x}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}))] = 0$$

$$2\cos(\frac{\pi}{8} + \frac{3x}{2}) \cdot 2\sin(\frac{\pi}{4} + 2x)\cos(-\frac{\pi}{8} + \frac{3}{2}x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{8} + \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi a, a \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{4} + 2x = \pi b, b \in \mathbb{Z} \\ -\frac{\pi}{8} + \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi c, c \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi a, a \in \mathbb{Z} \\ 4x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi b, b \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi c, c \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi a}{7}, a \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi b}{2}, b \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi c}{3}, c \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}; \right.$
 $\left. -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \right\}$

Проверим непрерыв-
 ерность:

1-ая: $\frac{\pi(8k+3)}{28}$

1 и 2: $\Leftrightarrow 64k + 24 = 28 \cdot 4l - 28$

2-ая: $\frac{\pi(4k-1)}{8}$

$\Leftrightarrow 16(4k - 7l) = -52$, но $52 \nmid 16$

3-ая: $\frac{\pi(8k+5)}{12}$

2 и 3: $\Leftrightarrow 48k - 12 = 64l + 40$

$\Leftrightarrow 16(3k - 4l) = 52$, но $52 \nmid 16$

1 и 3: $\Leftrightarrow 96k + 36 = 28 \cdot 8l + 140$

$\Leftrightarrow 16(6k - 14l) = 104$, но $104 \nmid 16$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{3}$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x \end{cases} \Rightarrow \textcircled{1} 93 + 3^{28}x - 3x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$\Leftrightarrow x(3^{28} - 3) \geq 4 \cdot (3^{28} - 3) + (3^x - 3^4) \quad (\text{т.к. } 93 = 3^4 + 2)$$

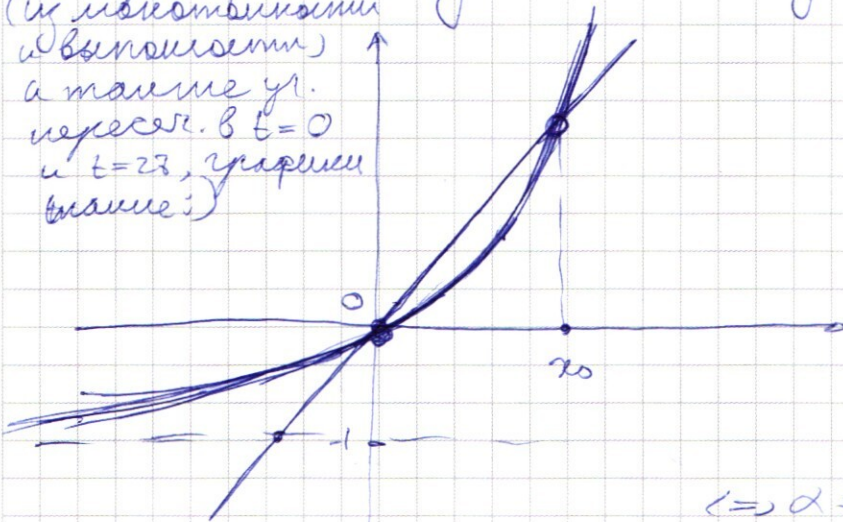
$$(x - 4) \left(\frac{3^{28} - 3}{3^4} \right) \geq 3^{x-4} - 1$$

Пусть $x - 4 = t$, $\frac{3^{28} - 3}{3^4} = \alpha$, тогда неравенство примет вид:

$$\alpha t \geq 3^t - 1$$

Графики
(и монотонности
и выпуклости)
а также уг.
пересек. в $t=0$
и $t=28$, графики
такие:

$y = \alpha t$, и $y = 3^t - 1$:



Подстановкой
проверяется,
что в точках
 $t=0$ и $t=28$
пересек. графики.
~~Подстановка~~

$$\alpha \cdot 28 = 3^{28} - 1$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{3^{28} - 1}{28} = \frac{3^{28} - 3}{28}, \text{ что верно}$$

и при $t=0$:

$$0 = 1 - 1 = 0 \text{ — верно } \Rightarrow \text{решение } \textcircled{1} \text{ это}$$

$$t \in [0; 28] \Leftrightarrow x \in [4; 31]. \text{ Т.к. } x \in \mathbb{Z}, \text{ то } x \in [5; 30]$$

Проверим, что:

$$93 + 3(3^{28} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28}(x - 4) - 3(x - 4) - (3^x - 3^4) = (3^{28} - 3)(x - 4) - (3^x - 3^4) \geq 1, \text{ т.к.}$$

при $x \in [5; 28]$ это верно, так как $(3^{28} - 3) - (3^{28} - 3^4) = 78$,

а при $x=29$:

$$(3^{28}-3) \cdot 25 - (3^{29}-81) > \\ \neq 3^{30} - 27 - 3^{29} + 81 = 3^{29} \cdot 2 + 54 > 1$$

при $x=30$:

$$(3^{28}-3)(26) - (3^{30}-81) > \\ \geq 3^{30} - 27 - 3^{30} + 81 = 54 > 1.$$

$\Rightarrow$

Заметим, что для $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > a$, то на-во
всегда есть t удовл. условию $t > a$, $t \leq b$
это $b-a$. Значит, на-во решений:

$$\sum_{x=5}^{30} (93 + 3^{28}x - 3x) - (3^x + 4 \cdot 3^{28}) =$$

$$= 26 \cdot (93 - 4 \cdot 3^{28}) + (3^{28}-3) \cdot \frac{(5+30)26}{2} = \sum_{x=5}^{30} 3^x.$$

$$\sum_{x=5}^{30} 3^x = 3^5 \cdot \frac{1-3^{26}}{1-3} = \frac{3^{31}-3^5}{2}$$

Итого:

$$26 \cdot 93 - 104 \cdot 3^{28} + 3^{28} \cdot 35 \cdot 13 - 3 \cdot 35 \cdot 13 - \frac{1}{2} \cdot 3^{31} + \frac{1}{2} \cdot 3^5 = \\ = 2418 - 104 \cdot 3^{28} + 3^{28} \cdot 455 - 1365 - \frac{27}{2} \cdot 3^{28} + \frac{243}{2} = \\ = 1174,5 + 3^{28} (351 - 13 - \frac{1}{2}) = 1174,5 + 337,5 \cdot 3^{28}$$

Ответ: $1174,5 + 337,5 \cdot 3^{28}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

Корпус на моменте $m=60$ точек

$(x; y)$ орды. $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$.

Таким образом:

$$1^{\circ} \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=0}$$

$$2^{\circ} \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=8}$$

$$3^{\circ} \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-15}$$

$$4^{\circ} \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=-8}$$

Границы между областями - прямые

$$y = -x - 8$$

$$\text{и } y = x + 8.$$

Решения 2-ур-на
это либо $\emptyset$, если

$a < 0$, либо 4 точки

если $a = 0$ (точки

вида $(\pm 8; \pm 15)$)

или 4 вер-ти радиуса
ба с центрами

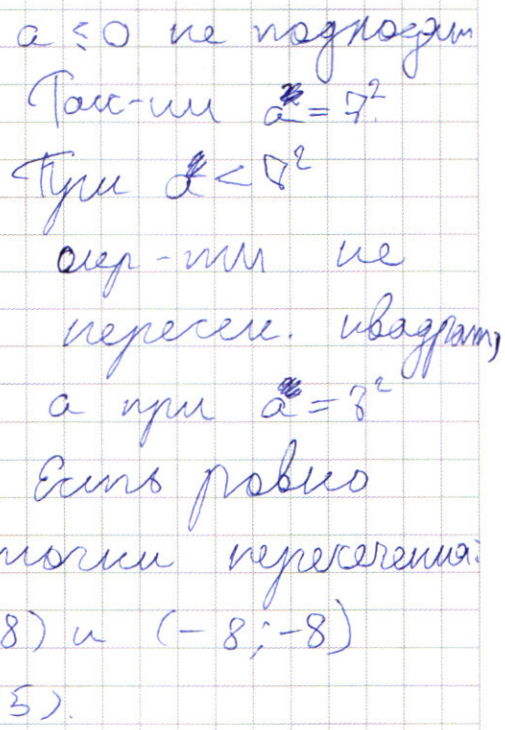
в $(8; 15), (-8; -15), (-8; 15), (8; -15)$

(Если ради-ить $x \geq 0, y \geq 0$, то это

вер-ть радиуса ба с центром $(8; 15)$,

а в силу симметрии модуля если $(x_0; y_0)$

подходит $\Rightarrow (-x_0; y_0), (x_0; -y_0), (-x_0; -y_0)$ -
тоже.



$\Rightarrow$ ищем $\exists 3$ решения ($M; N$, и велич. от-
 точка на BC). При $a \in (AM^2; AB^2)$ ищем
 $\exists 4$ решения аналогично случаю $a \in [AB^2; AM^2)$
 при $a^* \in [AB^2)$ $\exists 4$ решения: B, F, C, L
 при $a^* > AB^2$, но $a^* < DF^2$ окр-та с центром
 O и симм. её никогда не пересекает квадрат
 но $\exists 2$ точки, ≤ 2 из которых
 совпадают (из симм. отн. их имеют центры)
 при $a^* = DF^2$ 2 решения: F и C , т.е. опи-
 санные выше точки квадрата для O и симм.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При $a \rightarrow 0$ $\mathbb{R}^2$ 0 решений

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^2 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 23^2 + 24^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 1105 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24^2 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ 536 \\ \hline 1105 \end{array}$$

Ответ: $a = 49, a = 1105$

~3.

Перепишем 2 ур-ие системы:

$$(3x+y)(y-x) + 4(3x+y) = 0 \Leftrightarrow 3xy - xy + y^2 - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+y)(y-x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

1°) $y = 3x$. По ОДЗ: $x > 0, y < 0 \Rightarrow |y| = -y = 4 - x$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln x + 4\ln(y)}$$

$$\Rightarrow x^{\ln(3x)} = 3^{\ln(3x)} \cdot x^{\ln x + 4\ln(4-x)}$$

$$\ln a = b \Leftrightarrow a = e^b \Leftrightarrow \ln a = b$$

$$\Rightarrow x^{\ln 3 + 4\ln x - 4\ln(4-x)} = 3^{\ln 3} x^{\ln 3}$$

$$1^{\circ}) \quad y = -3x$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln x + 4\ln(3x)}$$

$$x^{6\ln 3x} = 3^{\ln(3x)}, \quad x^{6\ln x + 4\ln 3}$$

$$x^{2\ln 3} = (3x)^{\ln 3}, \quad \text{т.к. } a^b = b^{a/b} = e^{\ln a \ln b / b} \text{ при } a > 0, b > 0:$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln 3} \Rightarrow \boxed{x=3, y=-9}$$

$$2^{\circ}) \quad y = x-4 \Rightarrow |y| = 4-x, \text{ т.к. по ООЗ } y < 0, x > 0$$

$$\frac{x^{3\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2\ln x + 4\ln(4-x)}$$

$$x^{3\ln(4-x) - 2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$(4-x)^{3\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \cdot x^{2\ln x} \quad \text{логарифмируя:}$$

$$3\ln x \ln(4-x) = \ln^2(4-x) + 2\ln^2 x$$

$$3\ln x = t, \quad \ln(4-x) = s:$$

$$3ts = t^2 + 2s^2 \Leftrightarrow (s-t)(2s-t) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4-x \\ x^2 = 4-x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2 - 4 = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$x^2 + x - 4 = 0$ по ООЗ

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ - не подходит.

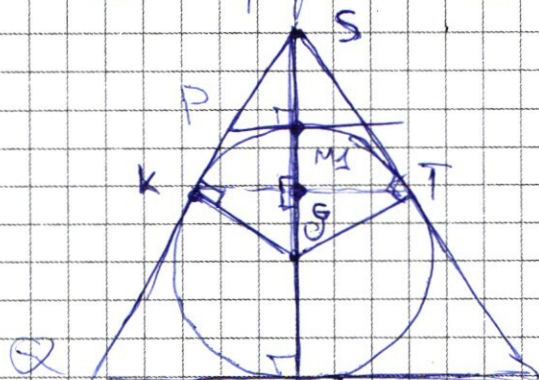
$x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$ - не подходит по ООЗ

$$\text{Ответ: } x=3, y=-9, \quad x=2, y=-2, \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, y = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

24.

$g_K = g_L = g_M$ на кас-ые к сфере. Пусть ω - сфера. Так-им образом (КСО):



$ISO \cap \omega = \{M_1, L_1\}$, причем
 $M_1 \in [SO]$, $L_1 \notin [SO]$.

Проведен рас-ва в Мун
и и в.

IT-сист. ориент. на SO

точке K . Пусть эти кас-ые ~~линии~~ пересекут.

(5к) В точках P и Q . $\Rightarrow S_1, S_2$ - площади сечений порожденных касательными K в точках M_1 и $L_1 \Rightarrow$ из геометрии с центром в S и переводящей M_1 в L_1 следует, что $\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{SL_1}{SM_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{SL_1}{SM_1} = \frac{4}{3} \left(= \sqrt{\frac{16}{9}}\right)$

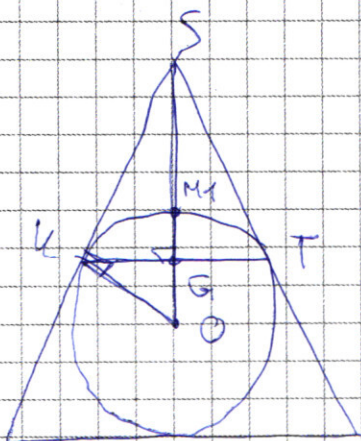
$$JSM_1 = h, OM_1 = R \Rightarrow SL_1 = h + R, SM_1 = h$$
$$\Rightarrow \frac{h+2R}{h} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3h+6R=4h \Leftrightarrow h=6R$$
$$\Rightarrow \tan \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{h+6R} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arctan\left(\frac{1}{5}\right)$$
$$JG^V = kT \ln SO - JSC - \text{сфера с центром}$$

Су радицом СК $\Rightarrow \{k, L, M\} \in \mathcal{K} \cap \omega$,

м.к $S_k = S_L = S_M$. КВ S_{KW} - вып-м с учетом

Г и радиусом GK (т.к. пересек. 2-х сфер - канонич.

оп-тс, а всемирная история, т.е. её можно $X \rightarrow Y$



из подобия: $\triangle SKG \sim \triangle SOK$

$$\frac{SK}{SO} = \frac{SG}{SK} \Rightarrow SG = \frac{SK^2}{SO}$$

$$= \frac{SO^2 - OK^2}{SO} = \frac{49R^2 - R^2}{7R} = \frac{48}{7}R$$

$$\Rightarrow SG/SM_1 = \frac{48}{7}R \cdot \frac{1}{6R} = \frac{8}{7}$$

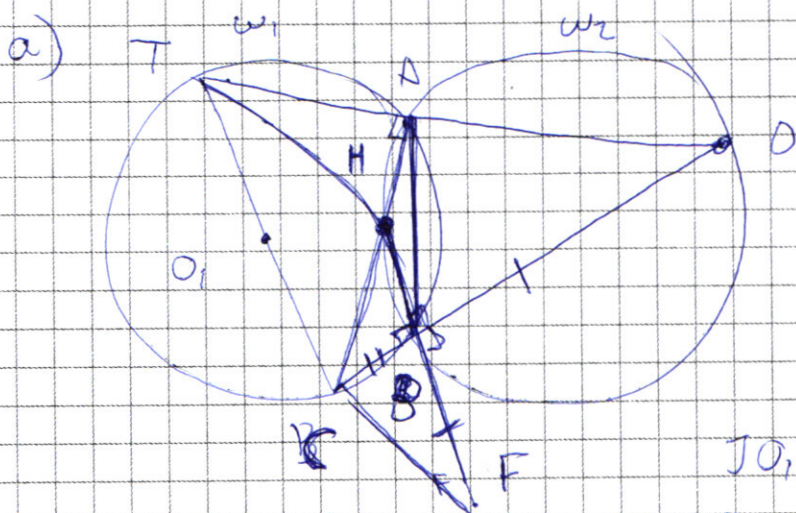
$\Rightarrow$ искомая масса S

(ответил же, из комментов):

$$S = S_1 \cdot \left(\frac{8}{7}\right)^2 = \frac{9 \cdot 64}{49} = \frac{576}{49}$$

Ответ: $\frac{576}{49}$

№6



ω_1 - окружность,
ка которой C,
 ω_2 - другая

$$CT = CA \cap \omega_1$$

$$CH = CA \cap \omega_2$$

O_1, O_2 - центры ω_1 и ω_2

$\angle CAT = 90^\circ \Rightarrow O_1 \in CT$ (CT - диаметр)

$\angle CAH = 90^\circ \Rightarrow \angle DBH = 90^\circ$ (AHBD - вписан)

$\Rightarrow \angle CBH = 90^\circ$, но $\angle CBT = 90^\circ$ (CT - диаметр)

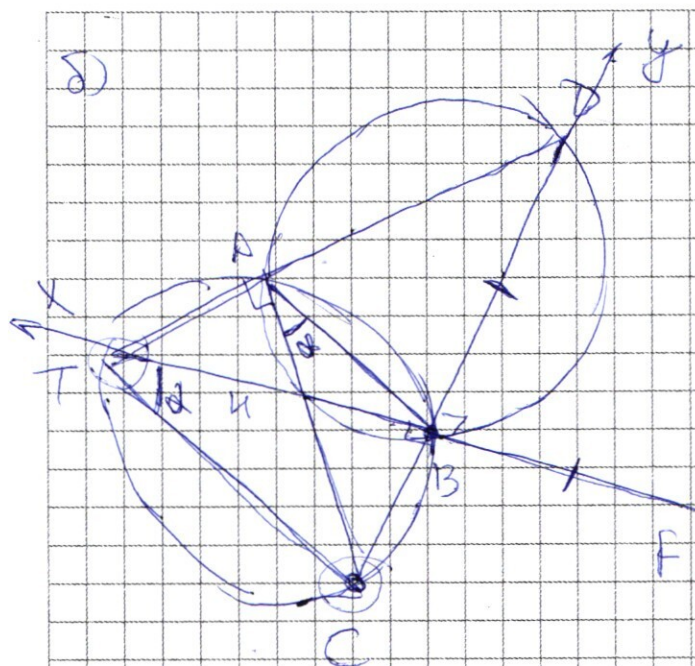
$\Rightarrow T, H, B$ - коллинеарны

$\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ - \alpha$

(т.е. на окружностях $\triangle CAB$ и $\triangle ABD$) ($R = R$)

$$\Rightarrow \sqrt{BD^2 + CB^2} = \sqrt{BF^2 + CB^2} = 2R \quad (= \sqrt{4R^2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$BC=16, TC=34 \Rightarrow TB=\sqrt{34^2-16^2} \\ =\sqrt{18 \cdot 50} = 6.5 = 30$$

$$|BD|=t.$$

Тогда: Введём
систему координат
как на рисунке.
Имеем:

$$T(30; 0) \quad D(0; t), \quad C(0; -16)$$

$$\Rightarrow \text{Ур-ие } DT: \frac{x}{30} + \frac{y}{t} = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{t}{30}x + t$$

Ур-ие прямой, $\perp DT$:

$$y = \frac{30}{t}x + C_0 \quad \text{Ур-ие прямой, } \perp DT \text{ через}$$

C:

$$-16 = \frac{30 \cdot 16}{t} + C_0 = 0 \Rightarrow C_0 = -\frac{480}{t} - 16.$$

$$y = \frac{30}{t}x - 16$$

$$y = \frac{30x}{t} - 16 \quad \text{Пересечение с } y=0:$$

$$y=0 \Rightarrow x = \frac{16t}{30} \Rightarrow K\left(\frac{16t}{30}; 0\right).$$

$$\text{Но } DK=34 \Rightarrow 34^2 = t^2 + \frac{256}{900}$$

$$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{900 \cdot 34^2}{1156}} = 30 \cdot 34 \cdot \frac{1}{\sqrt{1156}} = \boxed{30}$$

$$\Rightarrow F(-30; 0) \Rightarrow$$

Пересек. с DT:

$$\frac{30x}{30} - 16 = -x + 30 \Rightarrow 2x = 46 \Rightarrow \boxed{x=23, y=7}$$

$$\Rightarrow A(23; 8), C(0, -16), F(-30; 0)$$

$$\rightarrow \vec{AC} = (-23; -23), \vec{AF} = (-53; -8)$$

$$S_{ACF} = |\vec{AC}| |\vec{AF}| \cdot \sin \angle(\vec{AC}; \vec{AF})$$

$$= |\vec{AC}| |\vec{AF}| \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{AC}; \vec{AF})}$$

$$= \sqrt{|\vec{AC}|^2 |\vec{AF}|^2 - \frac{(\vec{AC} \cdot \vec{AF})^2}{|\vec{AC}|^2 |\vec{AF}|^2} \cdot |\vec{AC}|^2 |\vec{AF}|^2}$$

$$= \sqrt{|\vec{AC}|^2 |\vec{AF}|^2 - (\vec{AC} \cdot \vec{AF})^2}$$

$$\text{Д } \vec{AC} = (x_1; y_1), \vec{AF} = (x_2; y_2)$$

$$\rightarrow S_{ACF} = \sqrt{(x_1^2 + y_1^2)(x_2^2 + y_2^2) - (x_1 x_2 + y_1 y_2)^2} =$$

$$= \sqrt{x_1^2 y_2^2 + x_2^2 y_1^2 - 2x_1 x_2 y_1 y_2}$$

$$= \sqrt{(x_1 y_2 - x_2 y_1)^2} = |x_1 y_2 - x_2 y_1|$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = |(-23) \cdot (-8) - (-23)(-53)| =$$

$$= 23 | 8 - 53 | = 23 \cdot 45 = 1058$$

Ответ: 1058

т.к. $\vec{AC}, \vec{AF}$
лежат в 9
квадранте
 $\Rightarrow$ угол между
ними острый

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 23 \\ \hline 138 \\ 92 \\ \hline 1058 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

27
28

9 | 7203

~~3²⁸ - 28~~

$3^{30} - 28 \leq 3^{31} - 28$

$27 \cdot 12401 \overline{) 343}$

$3^{30} - 28 \quad 3^{30} - 28 \quad 30$

$3^{28} - 28 \leq$

$3^{27} \cdot 30$

$-30 \leq 3^{33} - 28$

$t=24$

$27 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$3^3 \cdot 7^4$

$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 4x \cos 5x$

$\cos 5x (\sin 4x + \cos 2x) = -\frac{\cos 4x}{\sqrt{2}}$

$t=30$

$t=24$

$t=25$

$\sin(-\frac{2x-\pi}{2}) = \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{x+\pi}{2})$

$\sin x + \sin(\frac{\pi}{2} - y)$

$C_8^4 \cdot C_4^2 \cdot 2 + C_8^4 \cdot C_4^3 = 2 \sin(\frac{\pi}{4} + x - y) \cos(\frac{x+y}{2} - \frac{\pi}{4})$

$C_8^4 \cdot 16$

$30 \cdot 16$

1120

$2 \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{3x}{2}) \cos(2x + \frac{\pi}{8}) = 0$

$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos(4x) = 0$

$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + 2 \cos(\frac{7x+\pi}{2}) \cos(\frac{x+\pi}{2}) = 0$

$2 \cos(\frac{7x+\pi}{2}) [\sin(\frac{7x+\pi}{2}) + \cos(\frac{x+\pi}{2})] = 0$

$$(x+y)^2 - (2x-3)^2 + 4y - 9 = 0$$

$$(ax+b)($$

$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$(y+2)$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{15}{2}$$

$$\frac{y}{2} + 4x$$

$$\left(\frac{y}{2} + 2x\right)^2$$

$$(x+y)^2 - (2x-3)^2 + 4y + 9 = 0$$

$$(-8; 15)$$

$$(0; -8)$$

$$(x+y)$$

$$8^2 \quad 23^2$$

$$(ax+by+c)(dx+ey+f) = 0$$

$$ad = -3$$

$$(ax+by)$$

$$be = 1$$

$$x-y=1$$

$$x+y=0$$

$$y=8$$

$$x+y+8=7$$

$$bd+ae=2$$

$$|x+y+8|=7$$

$$x+y=-16$$

$$(3x+y-3)(3+y-x) + 4y + 9 = 0$$

$$x+y=-1$$

$$-15$$

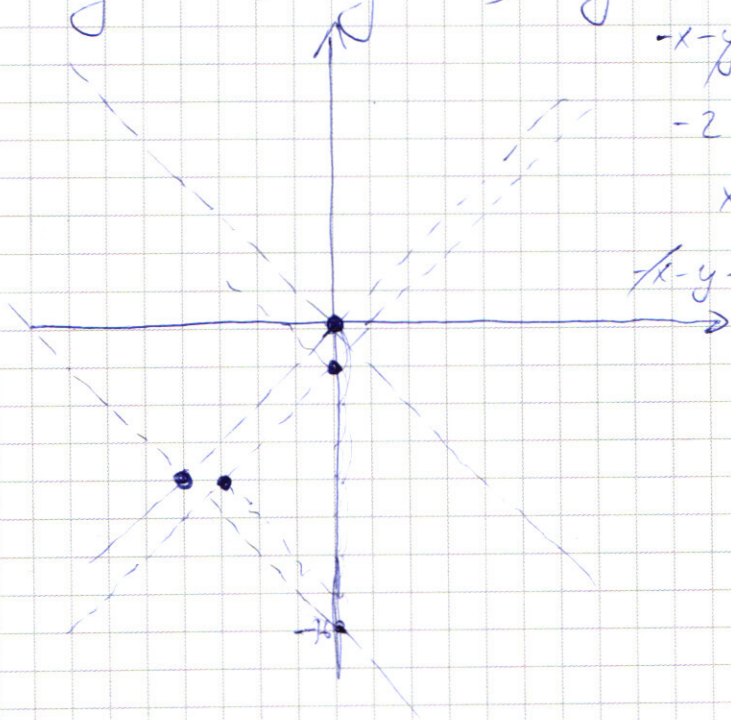
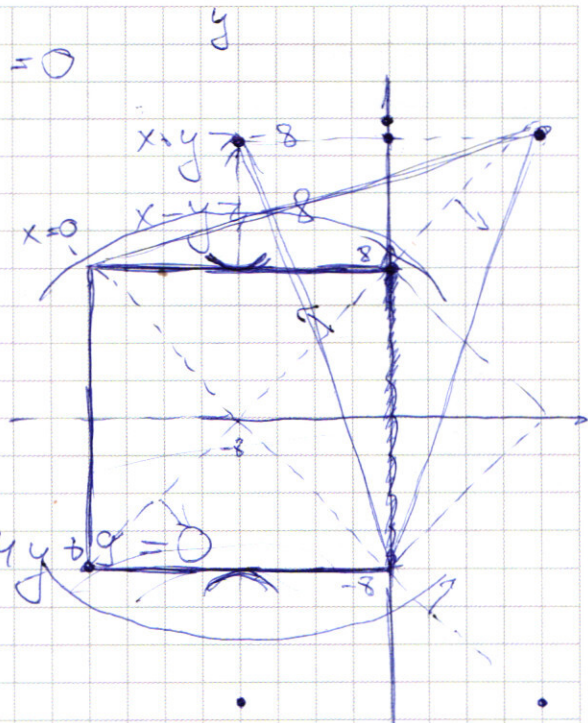
$$-x-y-8 \text{ or } -x-8=16$$

$$-2x=32$$

$$x=-16$$

$$-x-y-8 \text{ or } -y+8=16$$

$$y=-8$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Geometric Diagrams:

- Top left: A circle with points A, B, C, D, E. Lines connect A to B, A to C, A to D, and A to E. A line segment BC is also shown.
- Bottom left: A circle with points A, B, C, D, E, F. Lines connect A to B, A to C, A to D, A to E, and A to F. A line segment BC is also shown.
- Middle left: A circle with points A, B, C, D, E. Lines connect A to B, A to C, A to D, and A to E. A line segment BC is also shown.
- Bottom right: A circle with points A, B, C, D, E, F. Lines connect A to B, A to C, A to D, A to E, and A to F. A line segment BC is also shown.

Algebraic Calculations:

Long division:
$$\begin{array}{r} 9511 \\ 20 \overline{) 9511} \\ 200 \\ \underline{951} \\ 11 \\ 20 \overline{) 11} \\ 2 \\ \underline{4} \\ 7 \end{array}$$

Equations and inequalities:

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3^{28}, x - 3x$$

$$x(3^{28} - 3) + 93 \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$x = 4$$

$$x(3^{28} - 3) + 3^4 \geq 3^x + 4 \cdot (3^{28} - 3)$$

$$(x - 4)(3^{28} - 3) \geq 3^4(3^{x-4} - 1)$$

$$16k - 12l = -13$$

$$3^{28} - 3 \quad 3^x \cdot \ln 3$$

$$t \cdot \frac{3^{27} - 1}{27} \geq 3^t - 1$$

$$t \in [0, 4]$$

$$x \in [4, 8]$$

$$(x - 4) \cdot \frac{3^{27} - 3}{3^4} \geq 3^{x-4} - 1$$

$$64k + 40 = 48l - 12$$

$$64k - 48l = -52$$

$$64k + 24 = 112l - 28$$

$$64k - 112l = -52$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$78 + 15 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28} + 78 - 3^5 > 1$$

$$28 \cdot 8k + 140 = 96l + 36$$

$$28 \cdot 8k - 96l = -104$$

$$x=3$$

$$x_{2m3} = 3$$

$$y = -3x$$

$$(y-x^2)(3xy)=0$$

$$a=-1$$

$$c=3$$

$$b=1$$

$$d=1$$

$$t=3$$

$$t=-1$$

$$t^2-3=2t$$

$$t-\frac{t}{3}=2$$

$$\frac{d}{c}-\frac{c}{3d}=2$$

$$a=-\frac{c}{3}, b=d, c=3d$$

$$b^2=3d^2$$

$$ac=-3$$

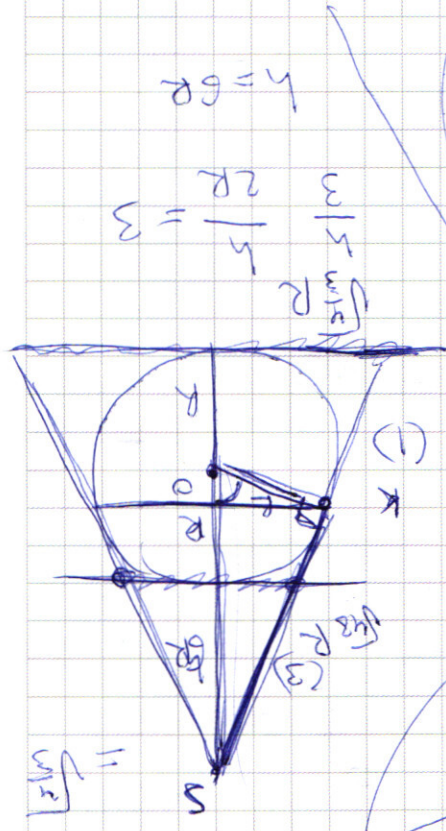
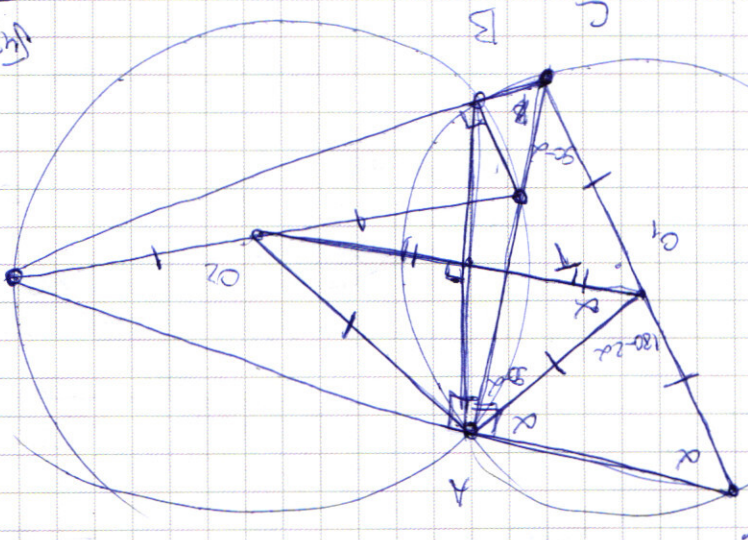
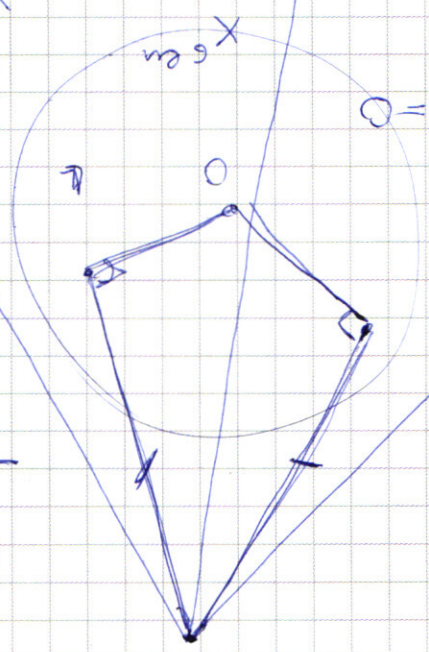
$$bd=1$$

$$(ax+by)(cx+dy)$$

$$x_{2m3} = 3$$

$$x_{3m3} = (3x)_{m(3x)}$$

$$x_{3m3} = 3$$



$$\sqrt{8} = \frac{t}{8}$$

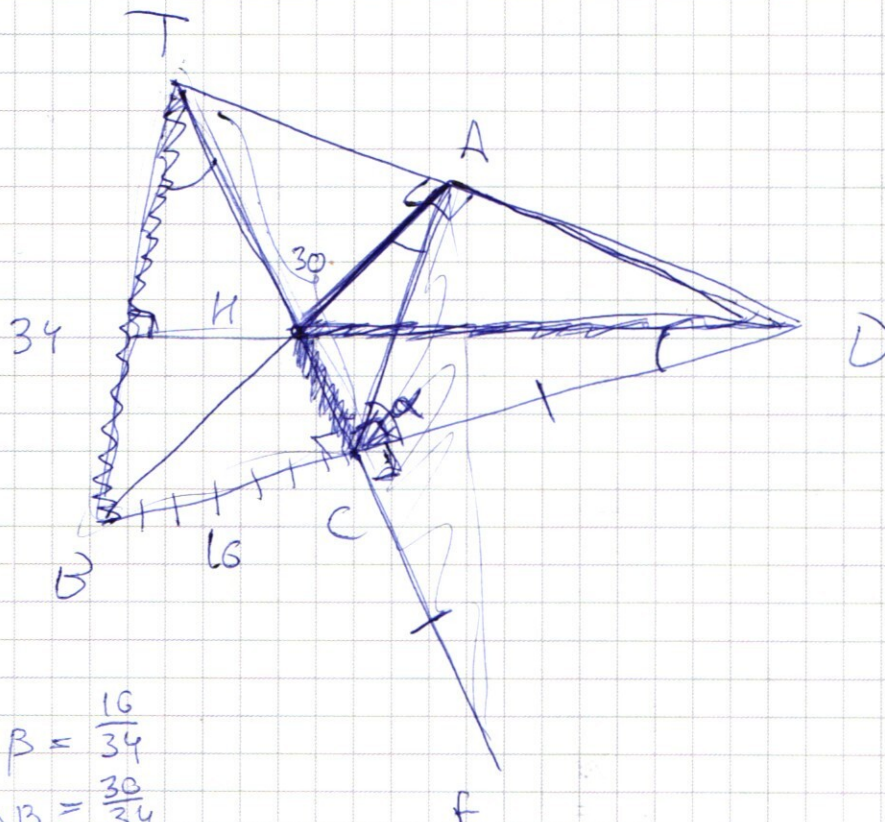
$$x_{2m(-y)} - x_{m(-y)} - 4x_{m(-y)}$$

$$x_{2m(-y)} - x_{m(-y)} = (-y)$$

$$0 = (x+y)^2 - (2x-3)^2 + (4y+8) = 0$$

$$0 = (x+y)^2 - (4x^2-12x+9) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos \beta = \frac{16}{34}$$

$$\sin \beta = \frac{30}{34}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha + \beta)} \cdot \cos \beta = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{16}{\sqrt{16^2 + 46^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{46}{\sqrt{18482}}$$

$$16 \sin \alpha = 16 \cos \alpha \Rightarrow 30 \sin \alpha$$

$$46 \sin \alpha = 16 \cos \alpha$$

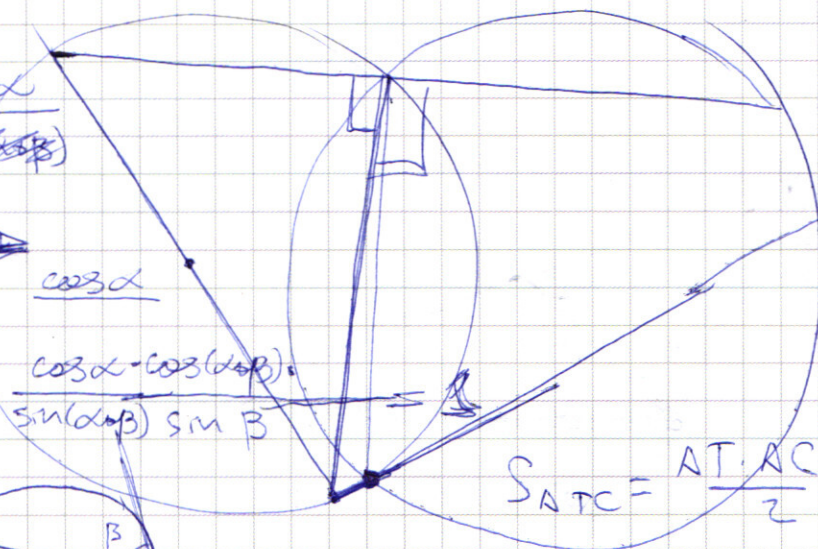
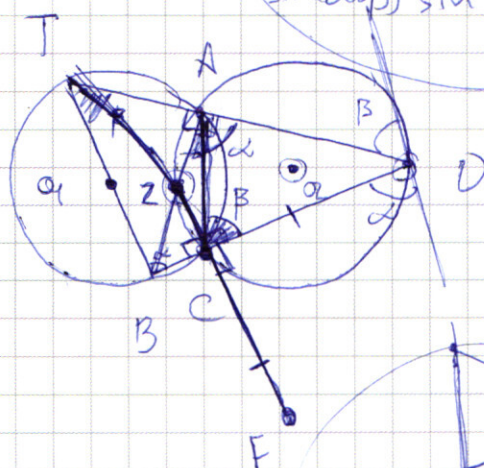
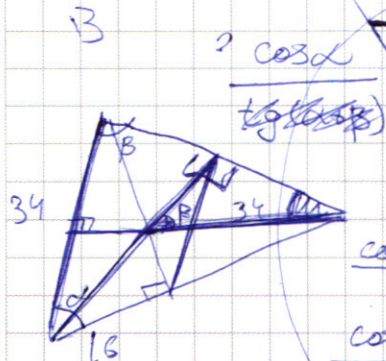
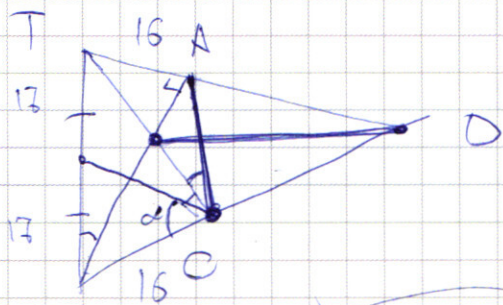
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{23}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 93 \\ \hline 78 \\ 234 \end{array}$$

2418

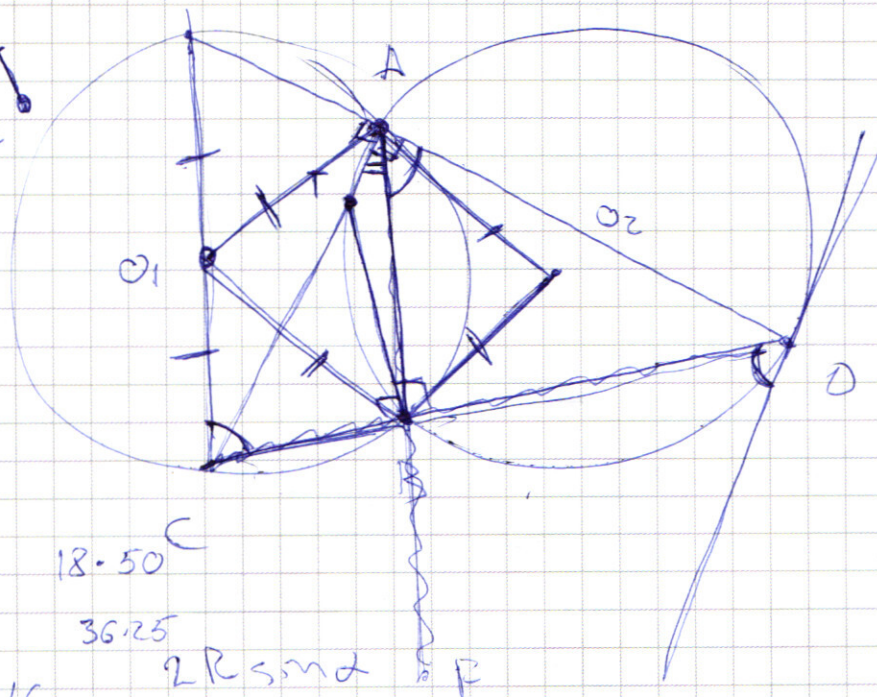
$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 13 \\ \hline 105 \\ 35 \\ \hline 255 \\ 3 \\ \hline 1365 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2418 \\ - 1365 \\ \hline 1053 \\ \quad 121 \\ \hline 1174 \end{array}$$



$$S_{ATC} = \frac{AT \cdot AC}{2} = \frac{2R \cos \beta \cdot 2R \sin(\alpha + \beta)}{2} = \frac{2R^2 \cos \beta \sin(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\frac{TC}{CF} = \frac{2R^2 \cos \beta \cos(\alpha + \beta)}{2R^2 \cos \beta \cos(\alpha + \beta)}$$



$$2R \sin(\alpha + \beta)$$

$$2R \sin \alpha$$

$$\cdot \cos \beta$$

$$2R \cos \alpha = 16$$

$$\frac{16}{34}$$

$$\frac{16^2}{34^2}$$

$$18.50^\circ$$

$$36.25$$

$$2R \sin \alpha$$

$$2R \cos \alpha$$

$$2R$$

$$2R \cos \alpha$$

$$\frac{30}{34}$$

$$\frac{16}{34}$$