

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x + \cos 7x = 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 2x \cos 5x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2 \cos \frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2} \times$$

$$\cos \frac{2x - \frac{\pi}{2} + 2x}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2 \cos 5x \cdot 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \left(\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$\sin 7x + \cos 7x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) + \cos 7x = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$$

$$\cos 3x - \sin 3x = \cos 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) - \sqrt{2} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x + \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0 \quad \text{tg } 2x = -1 \quad 2x = \arctan(-1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \cos 2x - \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 5x - \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 5x - \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad \cos 5x - \cos(\frac{3\pi}{4} - 2x) = 0$$

$$-2 \sin \frac{5x - \frac{3\pi}{4} + 2x}{2} \sin \frac{5x + \frac{3\pi}{4} - 2x}{2} = 0$$

$$\left[\sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) = 0 \right] \Leftrightarrow \left[\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} = \pi n \right] \quad n \in \mathbb{Z} \quad \left[x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \right]$$

$$\left[\sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) = 0 \right] \quad \left[\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} = \pi n \right] \quad \left[x = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \right]$$

Answer:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7} \\ x = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\int -\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

$$(2) \quad y^2 + 2y(x+2) + 12x - 3x^2 = 0$$

$$\Delta_y = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = (2x - 2)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y = -x-2+2x-2 \\ y = -x-2-2x+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x-4 & (a) \\ y = -3x & (b) \end{cases}$$

(1) ОДЗ: $y < 0$ $-\frac{x^2}{y} > 0$ $\frac{x^2}{y} < 0 \Rightarrow x \neq 0$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2(\ln x + 2 \ln y)} \quad (b) \quad y = -3x$$

$$x \left(\frac{x^2}{-3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(9x^3)} \Big|_{\ln(\cdot)}$$

$$\ln \frac{x^6}{3} \ln 3x = 2 \ln x \ln 9x^3$$

$$(6 \ln x - \ln 3)(\ln 3 + \ln x) = (2 \ln x)(2 \ln 3 + 3 \ln x)$$

замена $\ln x = t$

$$6t \ln 3 + 6t^2 - \ln^2 3 - \ln 3 t = 4 \ln 3 t + 6t^2$$

$$2 \ln 3 t - \ln^2 3 = \ln^2 3 \quad \ln 3 t = \ln^2 3$$

$$6t \ln 3 + 6t^2 - \ln^2 3 - t \ln 3 = 4t \ln 3 + 6t^2$$

$$t \ln 3 = \ln^2 3$$

$$\ln x = \ln 3 \quad (b) \quad x = 3$$

(a) $\left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)} \Big|_{\ln(\cdot)}$

$$\ln(4-x) \ln\left(\frac{-x^2}{x-4}\right) = 2 \ln(x(x-4)^2) \ln x$$

$$\ln(4-x) (\ln(-x^2) - \ln(x-4)) = 2 \ln x (\ln x + 2 \ln(x-4))$$

$$\ln(4-x) \ln\left(\frac{x^2}{4-x}\right) = 2 \ln(x(4-x)^2) \ln x$$

$$\ln(4-x) (2 \ln x - \ln(4-x)) = 2 \ln x (\ln x + 2 \ln(4-x))$$

Задание $\ln x = a \quad \ln(4-x) = b$

$$b(7a-b) = 2a(a+2b)$$

$$7ab - b^2 = 2a^2 + 4ab$$

$$a = \frac{3b+b}{4}$$

$$a = \frac{3b \pm b}{4}$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(4-x) \\ 2\ln x = \ln(4-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4-x \\ x^2 = 4-x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{17}-1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \text{a) } \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \\ x = 2 \\ y = -2 \\ x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \end{cases}$$

Дано:

$$R = 17, \quad \omega_1, \omega_2 = A, B$$

$BECD$

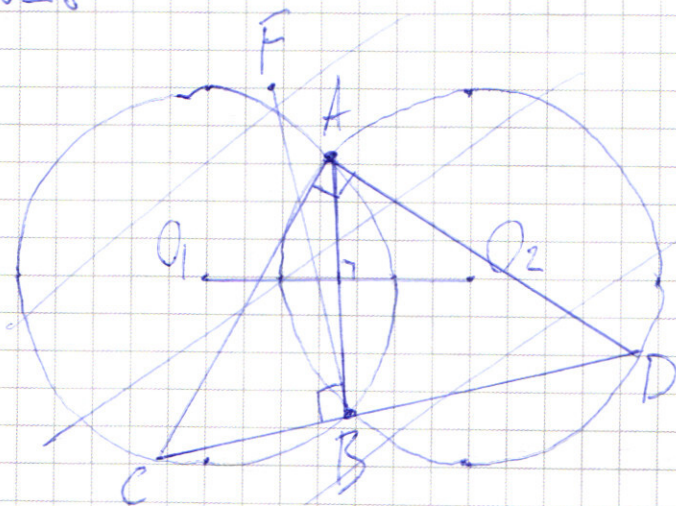
$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

а) CF

$$\text{б) } BC = 16, \quad S_{ACF} = ?$$

$N \leq 6$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$

$$FD^2 = 2BF^2$$

$$(CB + BF)^2 = CA^2 + AD^2$$

$$\angle DAB = \angle CAB =$$

$$= \frac{1}{2} \angle CO_1B \text{ (по доп.)}$$

$n = 4$

$OK = OL = OM = R$

$\angle KSO - ?$

$S_{KLM} - ?$

$S_1 = 9, S_2 = 16$

$S_2 = S_{DEF}$

$S_1 = \frac{1}{4} S_{ABC}, S_{O_1} = S_{O_2} = R$

Сечениями трёхгранного угла являются подобные треугольники:

$\frac{S_1}{S_2} = k^2$

$\frac{S_1}{S_{KLM}} = k$

~~$\triangle SAB \sim \triangle SAB \sim \triangle SKL$ (по 2-м углам)~~

$\triangle SAB \sim \triangle SDE$ (по двум углам), $\triangle SAC \sim \triangle SDF$,
 $\triangle SBC \sim \triangle SEF \Rightarrow$ пирамида $SABC \sim$ пирамида
 $SDEF$ $\frac{S_1}{S_2} = k^2$ $k = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{3}{4}$ $\frac{SO_1}{SO_2} = k$

$$SO_2 = SO_1 + 2R$$

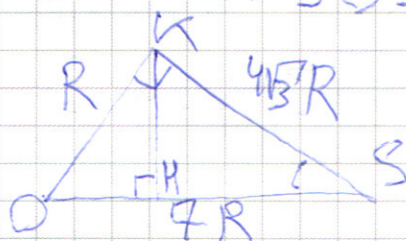
$$\frac{SO_1}{SO_1 + 2R} = \frac{3}{4}$$

$$4SO_1 = 3SO_1 + 6R$$

$$SO_1 = 6R$$

$$\angle KSO = \angle ASO$$

$$\triangle KSO: SO = SO_1 + R = 7R$$



$$KS^2 = R^2 + (4R)^2$$

$$KS = \sqrt{17R^2}$$

$$KS = \sqrt{17}R$$

$$\angle KSO = \arccos \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$\sin(\angle KSO) = \frac{R}{\sqrt{17}R}$$

$$KH = \frac{4\sqrt{3}R^2}{7R} = \frac{4\sqrt{3}}{7}R$$

$$KS = MS = LS = 4\sqrt{3}R$$

$\triangle KKS \sim \triangle AOS$ (по двум углам)

$$KH = MH = LH = \frac{4\sqrt{3}}{7}R$$

$$\frac{R}{AO} = \frac{SO}{AS}$$

$$\frac{AS}{AO} = \frac{7}{4}$$

$$\triangle KOH: OH^2 = R^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{7}R\right)^2$$

$$OH = R$$

пирамида $SABC \sim$ пирамида $SKLM$.

$$\frac{S_1}{S_{KLM}} = k^2$$

$$\frac{SO_1}{SH} = k$$

$$\frac{6R}{SO - OH} = \frac{6R}{7R - R} =$$

$$= \frac{42}{48} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

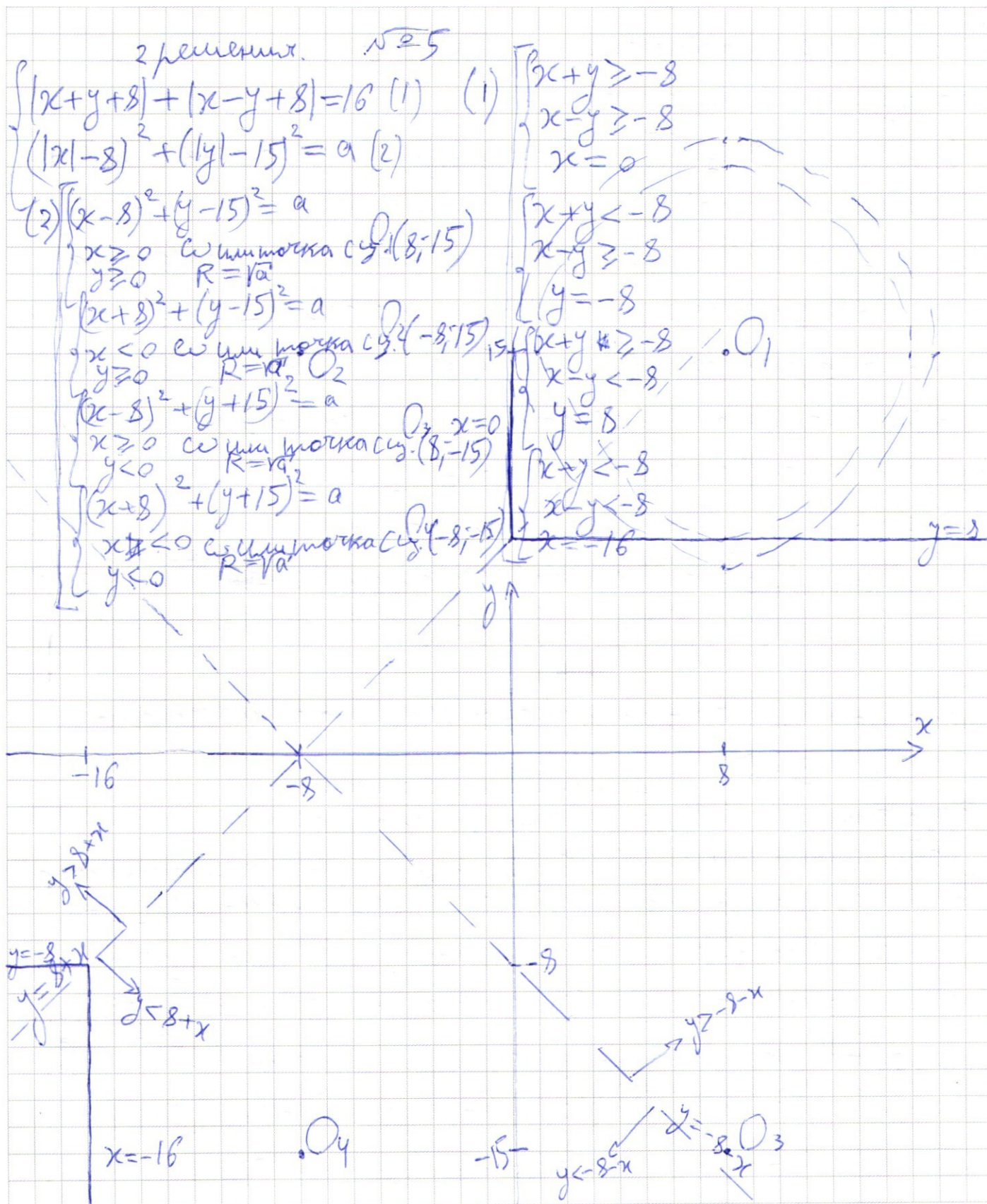
$$\frac{S_1}{S_{KLM}} = \frac{49}{64}$$

$$S_{KLM} = \frac{2.64}{49}$$

$$\frac{3}{576}$$

$$\text{Ответ: } \angle KSO = \arccos \frac{4}{\sqrt{17}}; S_{KLM} = \frac{576}{49}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Два графика полуэллипса два угла и 4 окружности с фиксированными центрами и одинаковым радиусом $R = \sqrt{a}$. При $R \in (0; 7)$ окружности не касаются углов. При $R = 7$ окружность с центром в точке O_1 касается прямой $y = 8$, будет только одно решение. При $R = 8$ окружность 1 касается прямой $y = 8$ и будет пересекать прямую $y = 8$. Также окружность 2 касается прямой $y = 8$, а окружность 4 — прямой $x = 16$. Итого 5 решений. При $R \in (7; 8)$ окружность 1 будет только пересекать прямую $y = 8$ и тогда будет два решения. При $R \in (8; \infty)$ к-во решений только будет возрастать, пока не станет равным 16. ~~Оно~~ Ровно два решения будет ^{только} при $R \in (7; 8)$ $R = \sqrt{a}$ $a \in (49; 64)$ Ответ: При $a \in (49; 64)$.

Разложим число 64827 на простые числа
 $64827 = 3^3 \cdot 7^4$

Значит, в числе обязательно должны быть три тройки и четыре семерки и одна единица.

~~Но~~ тогда их произведение будет равно 64827 .

С 8-к-во способов поставить цифру 1 в число $C_8^1 = \frac{8!}{7!} = 8$ тогда останется 7 ячеек для чисел 3 и 7. C_7^3 — к-во способов разместить цифру 3 в ост. ячейки $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$

$C_7^3 = \frac{7!}{4!3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35$ Тогда к-во чисел будет: $C_7^3 \cdot C_8^1 = 35 \cdot 8 = 280$ Ответ: 280 чисел.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Однако ~~не~~ ~~на~~ есть ещё случаи, когда в числах могут быть одна единица, одна тройка, четыре двойки и две единицы. К-во таких чисел находится как:

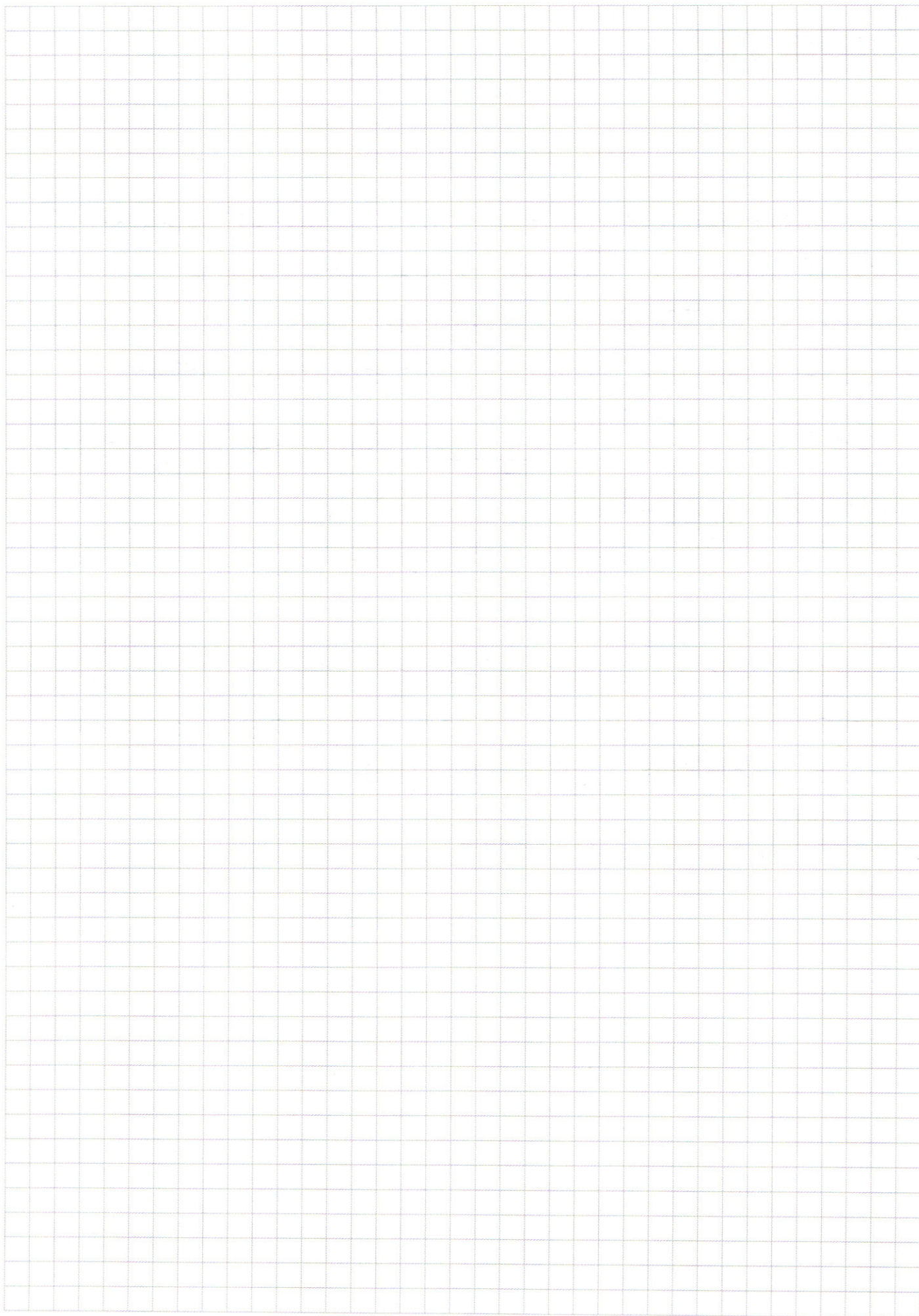
$$C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^4 = \frac{8!}{1!} \cdot \frac{7!}{1!} \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 20 \cdot 42 = 840$$

↑
различная
числа
"1" и "3"
в 3 и 7
ячейках

↑
различная
числа
"7" в 6
ячейках

Числа комбинируются либо первыми, либо вторыми способом, поэтому их к-во равно $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120 чисел.



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin \alpha + \sin \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
 $\alpha + \beta = x \quad \alpha - \beta = y$
 $\frac{x+y}{2} = \alpha \quad \frac{x-y}{2} = \beta$
 $2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \cos x + \cos y$
 $-2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} = \cos x - \cos y$
 $\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2} = 2 \cos 5x \cos 2x$
 $\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \sin 5x$
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$
 $\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta))$
 $\alpha + \beta = x \quad \alpha - \beta = y$
 $\alpha = \frac{x+y}{2} \quad \beta = \frac{x-y}{2}$
 $2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = 4 \sin x + 8 \sin y$
 $\cos 7x + \sin(\frac{\pi}{2} - 7x) = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(7x - \frac{\pi}{4})$
 $\cos(\frac{\pi}{4} - 7x) - \cos(\frac{3\pi}{4} - 3x) = -2 \sin(\frac{\pi}{2} - 5x) \sin(-\frac{\pi}{2} - 2x)$
 $\cos(\frac{\pi}{4} - 7x) + \cos 4x = 2 \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} - 3x$
 $-x - y - 8 - x + y - 8 = 16 \quad x = -16$
 $-2x - 2x = 32$
 $\cos 7x - \sin 3x = \cos 7x - \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) = -2 \sin(2x - \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$
 $64827 = 33.74$
 $C_8 = \frac{8!}{7!1} = 8 \quad C_{\frac{34}{7}} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35$

$$\sin 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

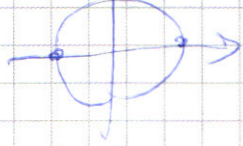
$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$\cos 2x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 35 \\ 18 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$\frac{2\pi}{4} - 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2x$$



$$x = \frac{2\pi}{2} + \frac{3\pi}{28}$$

$$7x - \frac{3\pi}{4} = 2\pi n$$

$$3 = \frac{8-3}{8} = 3$$

$$x = \frac{2\pi}{2} + \frac{3\pi}{28}$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 + 12x = 4x^2 + 16x + 4 = (2x+2)^2$$

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2$$

$$y = -x - 2 \pm (2x - 2)$$

$$\begin{cases} y = -x - 2 + 2x - 2 \\ y = -x - 2 - 2x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases} \text{ or } \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 21609} \\ 21 \\ \hline 301 \\ 28 \\ \hline 23 \end{array}$$

$$\ln(-a) = \ln(-1 \cdot a) = \ln(-1) + \ln a$$

$$y = 2x - 4$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 21} \\ 21 \\ \hline 009 \\ 609 \\ \hline 70203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 63} \\ 63 \\ \hline 1827 \\ 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 21609} \\ 21609 \\ \hline 00000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 6} \\ 6 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$7203 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 24} \\ 24 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$2401 \cdot 3^3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = -1 \quad 290 = -\frac{\pi}{4} + \pi \quad \left(x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \right)$$

$$\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) = -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

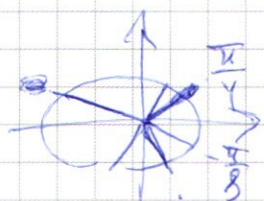
$$\cos 5x - \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad \cos 5x - \cos \left(\frac{3\pi}{4} - 2x \right) = 0$$

$$-2 \sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) \sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{3\pi}{8} = \pi n \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{3\pi}{8} = \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$



$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3} = \frac{4\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{4\pi n}{3} = \frac{16+3}{12} \pi = \frac{19}{12} \pi$$

$$64827 = 3^3$$

$$\begin{array}{r} 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$