

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$\cos 3x \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\cos 3x = \sin(3\pi/2 - 3x) = \sin(3\pi/2 - 3x)$$

$$a^2 + b^2 + \frac{2(a+b)^2 - (a+b)^2}{2} =$$

$$\cos 3x = 2 \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

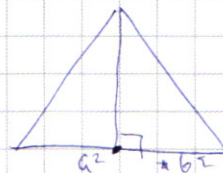
$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x$$

$$2 \cos^3 x - 2 \cos^3 x - 2 \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x \cos 2x = (4 \cos^3 x - 3 \cos x)(2 \cos^2 x - 1) =$$

$$= 8 \cos^5 x - 4 \cos^3 x$$



$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 16 \quad a - \text{корень радиуса}$$

$$|x + y + 8| + |x - y + 8| = 16$$

$$1. \begin{cases} x + y + 8 > 0 \\ x - y + 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 16 > 0 \\ 2x + 16 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -8 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + 8 < 0 \\ x - y + 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 16 < 0 \\ 2x + 16 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -8 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$x - y + 8 > 0$$

$$x - y - 8 + x - y + 8 = 16$$

$$y = -8$$

$$a^2 + \sqrt{2}ac = b^2 + \sqrt{2}bc$$

$$(F = \sqrt{a^2 + b^2})$$

13.2.2012

$$\sqrt{2} |16 - 8|$$

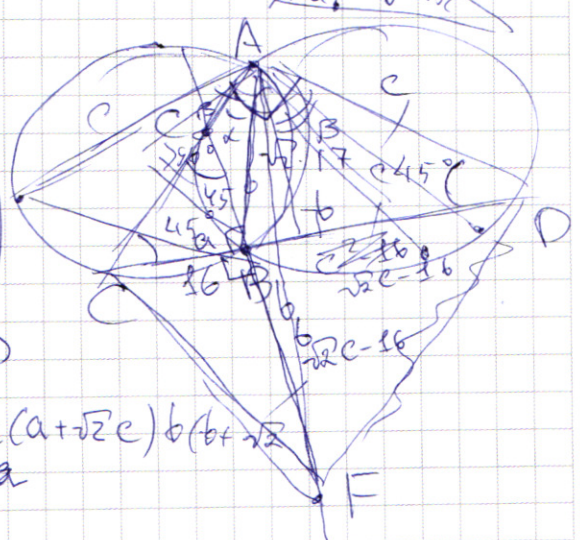
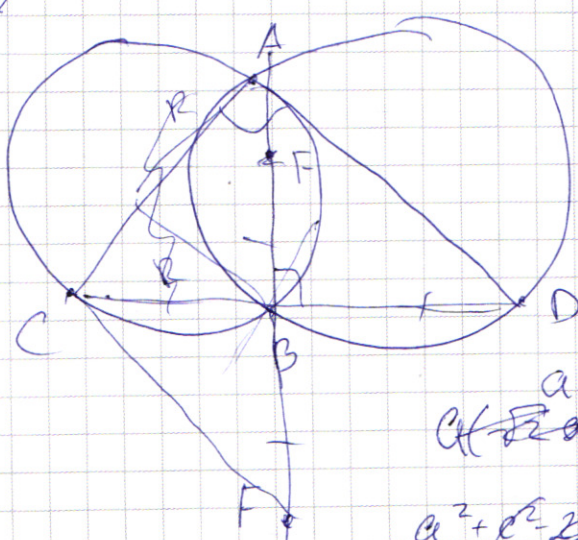
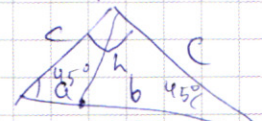


$$3. \begin{cases} x + y + 8 < 0 \\ x - y - 8 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 16 < 0 \\ 2x + 16 = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -8 \\ x = -16 \end{cases}$$

$$x - y - 8 < 0$$

$$2x + 16 = -16 \Rightarrow x = -16$$

$$y$$



$$a(a + \sqrt{2}e) b(b + \sqrt{2}e)$$

$$a^2 + b^2 + \sqrt{2}ac =$$

$$a^2 + b^2 + \sqrt{2}ac = 2\sqrt{a} = 6^2 + \sqrt{2}ac$$

$$a + b = \sqrt{2}e$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) \quad | : \frac{\cos 2x}{\sin 2x}$$

$$(\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x) \cos 2x = \cos^2 2x \cos x - 2 \sin 4x \sin x$$

$$\cos 3x + \cos 2x$$

$$\cos 3x - \sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - \tan x) = 0$$

$$\cos 5x = \cos 2x \cos 3x - \sin 2x \sin 3x =$$

$$= (2\cos^2 2x - 1) \cos x - 2 \sin 2x \cos 2x \sin x =$$

$$= 2\cos^2 x - 1 - 2\sin x \cos x$$

$$\cos x + \sin x =$$

$$\cos 7x = \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$(\cos^2 x - \sin^2 x - 2\sin x \cos x) =$$

$$\sin 7x = \sin$$

$$= \frac{1}{\cos 2x} (1)$$

$$\cos 5x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x - \sin 4x \sin 3x$$

$$\cos 3x (1 + \sin 4x) + \cos 4x - \sin 3x (1 + \sin 4x - \cos 4x) + \sqrt{2} \cos 4x =$$

$$= 1$$

$$\cos 3x (\sin 4x + \cos 2x) - \sin 3x (\sin 4x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$x+y+8 - x+y-8 = 16$$

$$\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2y = 16$$

$$\sin 2x = \cos(\pi - 2x)$$

$$-x-y-8 + x-y+8 = 16$$

$$\cos 5x = \cos 2x \cos 3x - \sin 2x \sin 3x$$

$$2y = -16$$

$$\cos 5x = \sin 5x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 5x = 0$$

$$\frac{1}{2} \cos 2x (\cos 3x + \frac{\sqrt{2}}{2}) - \sin 2x (\sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$$

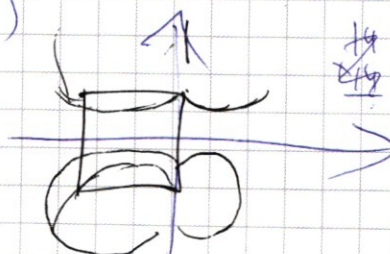
$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \text{ или } 5x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \text{ или } 5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, \text{ или } 5x = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$$

$$(\sin 3x + \cos 3x - \sqrt{2})$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

cos

$$\begin{array}{r} 225 \\ + 64 \\ \hline 289 \end{array}$$



$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xyz^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(x+y)^2 = 24$$

$$\begin{aligned} & \cancel{y^2 + 2xy + x^2} \\ & - \cancel{\frac{x^7}{y}} \end{aligned}$$

$$y^2 + xy - (3x^2 - xy)$$

$$y^2 - 3xy + xy - (3x^2 - 3xy)$$

$$y(y-x) - 3x(x-y) + 12(x+y) =$$

$$y < 0$$

$$xy^2 > 0$$

$$x > 0$$

$$x$$

$$2\ln x + 2\ln y^2 =$$

$$= 2$$

$$\frac{(x^6)^{\ln(-y)} \cdot x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln y}}{(-y)^{\ln(-y)}} = (x^{6\ln(-y)})^{\frac{2\ln x}{x^{2\ln y}}}$$

$$3\ln(-y)^3 x^2$$

$$\frac{(x^6)^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = (x^{\ln(-y)})^3 x^{\ln x}$$

$$x^{6\ln(-y)} y^{\ln(-y)} = x^{6\ln(-y)}$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ 63 \\ \hline 18 \\ -18 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$9+12+6=21+6=27$$

$$64827 \overline{) 27}$$

$$\begin{array}{r} 648 \overline{) 27} \\ 54 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$648 \cdot 27 \cdot 24 \cdot 100 + 27$$

$$27 \cdot 2401$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$74.3^3$$

$$\begin{array}{r} 827265 \\ \overline{) 4} \\ 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} =$$

$$\begin{array}{r} 4 \text{ 7-кч} \\ 3 \text{ 3-кч} \\ 1 \text{ 1-ч} \end{array}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{36} = 87.5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(5x + 2x) + \cos(5x - 2x) =$$

$$= \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x + \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x$$

$$= 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x + 2x) - \sin(5x - 2x) =$$

$$= \sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x - \sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x =$$

$$= 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \sin 2x \cos 5x + 2 \cos 5x \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x = 0 \quad | : \sin 4x$$

$$\frac{\sin 2x \cos 5x}{\sin 4x} + \frac{\cos 5x}{\sin 4x}$$

$$\frac{2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x)}{2 \sin 2x \cos 2x} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\frac{\cos 5x}{\sin 2x} + \frac{\cos 5x}{\cos 2x} = -\sqrt{2}$$

$$\cos 2x \cos$$

$$1 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x$$

$$\sin$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x =$$

$$= (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\sin 2x + \cos 2x)(2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\boxed{\sin 2x = -1} \quad \cos 2x + \sin 2x = 0 \quad | : \cos 2x$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x$$

$$\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$a^{\ln a} = a^{\frac{\ln a}{\log_{a^e} a^e}} = \frac{a^{\ln a}}{\log_{a^e} a^e} =$$

$$y(y+4) + 2x(y+4) + 4y$$

~~y+4~~

$$y(y+4) + 2x(y+4) + 4x - 3x^2$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{x^7}{y} \end{pmatrix}^{\ln(-y)} = x^{2\ln} \\ x^{-7}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3. \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(x y^2)} \Rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\Gamma_{\ln(-y) \neq 1} \frac{x^{2 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x + 2 \ln(y^2)} \quad / \cdot x$$

$$\frac{x^{2 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x + 4 \ln(-y)} \quad / \cdot x^{-4 \ln(-y)}$$

$$\frac{x^{2 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x} \quad x^{2 \ln(-y) - 2 \ln x} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$y^2 + 2yx -$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(3x+2x) = \cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x$$

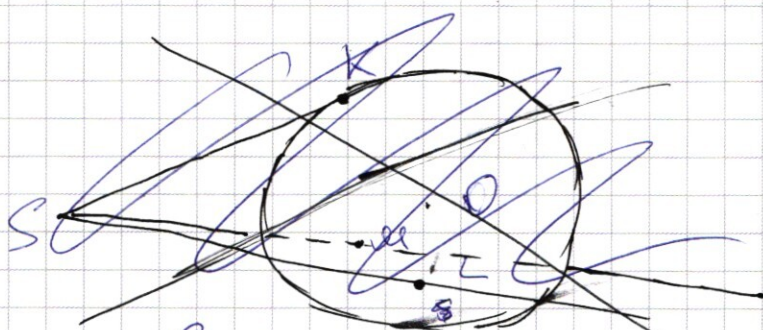
$$\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

Заметим, что это верно

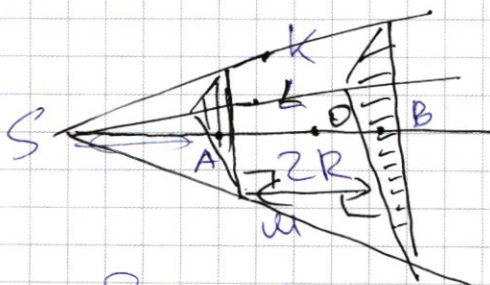
$$\text{или } \cos 3x = \sin 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, \text{ н.с.} \Rightarrow x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n, \text{ н.с.}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n, \text{ н.с.} \\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n, \text{ н.с.} \end{cases}$$

4.



Рассмотрим 2 сечения плоскостей ISO



Расстояние между
плоскостями $2R$, где
 R - радиус SO сферы

Рассмотрим еще

Пусть SO пересекает сферу в
точках A и B . Эти точки

Пусть SA - расстояние до плоскости параллельно SO

SB - расстояние до плоскости параллельно SO

Т.к. они параллельны, то отношение площадей - это
отношение квадратов вектор. подобия этих сечений. А это
эквивалентно подобия - это отношение SB вписывается
сечений в треугольный угол SA

$$\frac{SA}{SB} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \quad SB = SA + 2R$$

Итак рассмотрим треугольник

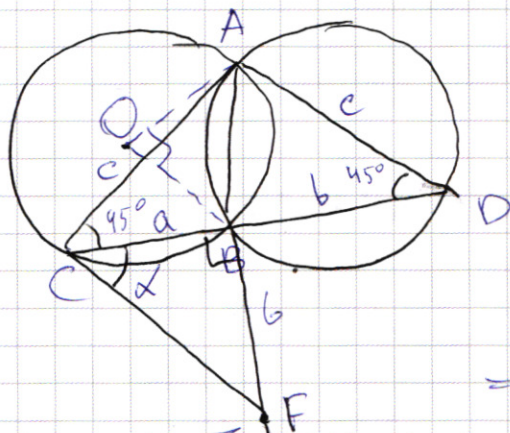
$\triangle KSO$ и сечение сферы этой плоскостью



$$\sin \alpha = \frac{R}{SA + R} \quad \sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$SB = \frac{4}{3} SA \quad \frac{4}{3} SA = SA + 2R$$

$$\frac{1}{3} SA = 2R \quad SA = 6R$$



По теореме Пифагора
для $\triangle CBF$

$$CF = \sqrt{a^2 + b^2}$$

т.к. $\angle C$ и $\angle D$ равны 45°

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 90^\circ$$

(O - центр окружности)

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2}R \text{ По теореме Пифагора}$$

По теореме Пифагора для $\triangle ABC$

$$c^2 + a^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} ac = 2R^2 \quad \text{сложим}$$

$$\text{Для } \triangle ADB \quad a^2 + b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc = 2R^2 \quad \left. \begin{array}{l} c^2 + a^2 - \sqrt{2}ac = 2R^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc = 2R^2 \end{array} \right\} a^2 + b^2 + 2c^2 - \sqrt{2}c(a+b) = 4R^2 \quad (1)$$

По теореме Пифагора для $\triangle ACD$

$$a + b = \sqrt{2}c \quad \text{Подставим в (1)}$$

$$a^2 + b^2 + \frac{(a+b)^2}{2} - \sqrt{2} \frac{a+b}{\sqrt{2}} (a+b) = 4R^2$$

$$a^2 + b^2 = 4R^2 \quad CF = 2R = 34$$

8)

Пусть $\angle FCB = \alpha$

$$a = 16$$

$$\text{Итого } S = \frac{1}{2} \sin(\alpha + 45^\circ) AC \cdot CF = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{16}{2R} \quad \sin(\alpha + 45^\circ) = \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{2R} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{17^2 - 8^2}{17^2}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 25}{17^2}} = \frac{3 \cdot 5}{17}$$

$$\sin(\alpha + 45^\circ) = \frac{8 + 15}{\sqrt{2} \cdot 17} = \frac{23}{\sqrt{2} \cdot 17}$$

$$CF = 2 \cdot 17 \quad c = \frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha \cdot 2 \cdot CF$$

$$c = \frac{16 + \frac{15}{17} \cdot 2 \cdot 17}{\sqrt{2}} = \frac{46}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{\sqrt{2} \cdot 17} \cdot 2 \cdot 17 = \frac{23}{\sqrt{2}} \quad \text{Ответ: } \frac{23}{\sqrt{2}}$$

$$2. \quad \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x$$

$$2 \sin 2x \cos 5x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

Вынесем $\cos 2x + \sin 2x$

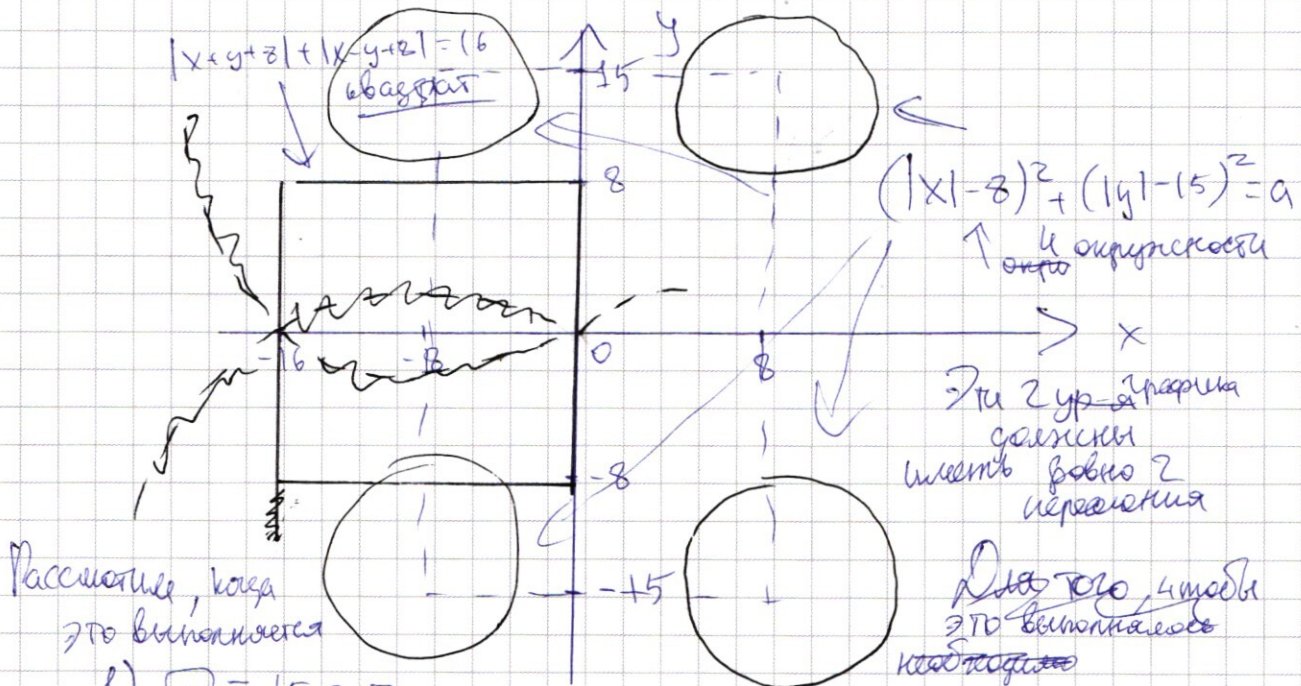
$$(\cos 2x + \sin 2x)(2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \lg 2x = -1/2 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0 \end{array} \right. \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

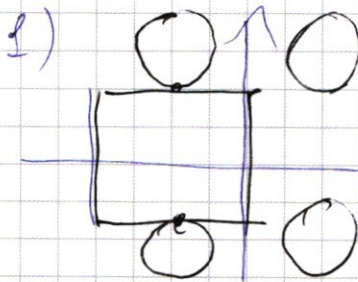
$$\sqrt{2} \cos(3x + 2x) + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

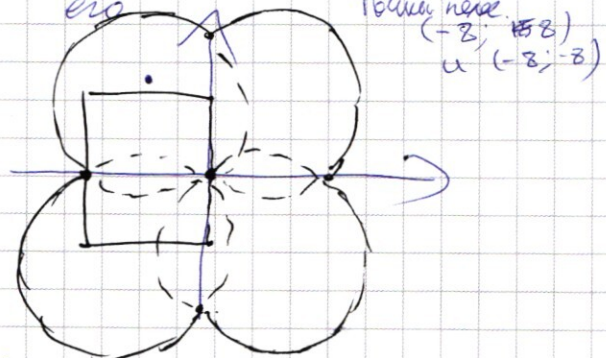


$$1) \sqrt{a} = 15 - 8 = 7$$

$\Rightarrow a = 49 \Rightarrow$ случай, когда левый верхний и ниж. круг касаются его



2)



2) 2 точки перес. $(-16; 0)$ и $(0; 0)$

$a^2 = 15^2 + 8^2$ - расст. между центрами и точкой

$$a = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$$

Ответ: $\begin{cases} a = 49 \\ a = \sqrt{289} \end{cases}$

Зад. 6. Укажем, что при окружностей АВ одинаковы вследствие равных радиусов $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$ т.к. опираются на кр.

Пусть $CB = a$ $BD = b$ $AC = AD = c$

Итого:

Требуется решить при каждом x_2 (в определенных целых числах)

Для этого каждому целое x при котором $f(x) > g(x)$ Тогда для каждого x значение $f(x) > g(x)$ ~~кан. во целых~~

$$x_2 = 31 \\ \Rightarrow 4 < x < 31$$

$$f(x) < y \leq g(x)$$

Тогда каждому разному $g(x) - f(x) \Rightarrow$ кан. во целых y в этом интервале

$$g(x) - f(x) = 93 - 3^x - 3x + 3^{28}(x-4)$$

Кол-во решений - кол-во целых z -й в промежутке $(0; 93 - 3^x - 3x + 3^{28}(x-4)]$

По равносудию кан. во целых решений в интервалах $F_{\text{ген}}$ А.т.к. это значение целое, то оно равно $(x \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow$ кан. во целых y

$$N_y = \sum_{x=5}^{x=30} (93 - 3^x - 3x + 3^{28}x - 3^{28} \cdot 4) =$$

$$= \sum_{x=5}^{x=30} 93 - 3^{28} \cdot 4 + \sum_{x=5}^{x=30} 3^{28} x - \sum_{x=5}^{x=30} 3^x - 3 \sum_{x=5}^{x=30} x$$

В данном случае это и будет суммой кан. во решений (т.к. каждому y соотв. только 1 x)

$$\sum_{x=5}^{x=30} x = \frac{30+5}{2} \cdot 26 = 35 \cdot 13 = 455 - \text{сумма прогрессии}$$

$$\sum_{x=5}^{x=30} 3^x = 3^5 (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{25}) + 3^5 \frac{3^{26} - 1}{3 - 1} = \\ = \frac{1}{2} (3^{31} - 3^5) = \frac{1}{2} (3^{28} \cdot 27 - 243)$$

$$\Rightarrow N_y = 93 - 4 \cdot 3^{28} + 3^{28} \cdot 455 - \frac{1}{2} (3^{28} \cdot 27 - 243) - 3 \cdot 455 = 3^{28} \cdot 437,5 - 1150,5 \leftarrow \text{ответ}$$

$$5. |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$(|x-8|^2 + (|y|-15)^2 = a \leftarrow \text{4 окт}$$

Рассмотрим

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$I. \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x=0 \quad y=0 \Rightarrow \begin{cases} y > -8 \\ y < 8 \end{cases}$$

$$II. \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 < 0 \end{cases}$$

$$2x = -32 \quad x = -16 \Rightarrow \begin{cases} y \geq 8 \\ y < -8 \end{cases}$$

$$III. \begin{cases} x+y+8 > 0 \\ x-y+8 < 0 \end{cases}$$

$$2y = 16 \quad y = 8 \Rightarrow \begin{cases} x > -16 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$IV. \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 > 0 \end{cases}$$

$$y = -8 \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > -16 \end{cases}$$

при $x > 0$ - это окт
 $y > 0$ окружность кас. к
в остальных случаях x - отрицательных окт. $\emptyset x$ или y
Оу окт - 16

Нарисуем это на графике $y(x)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

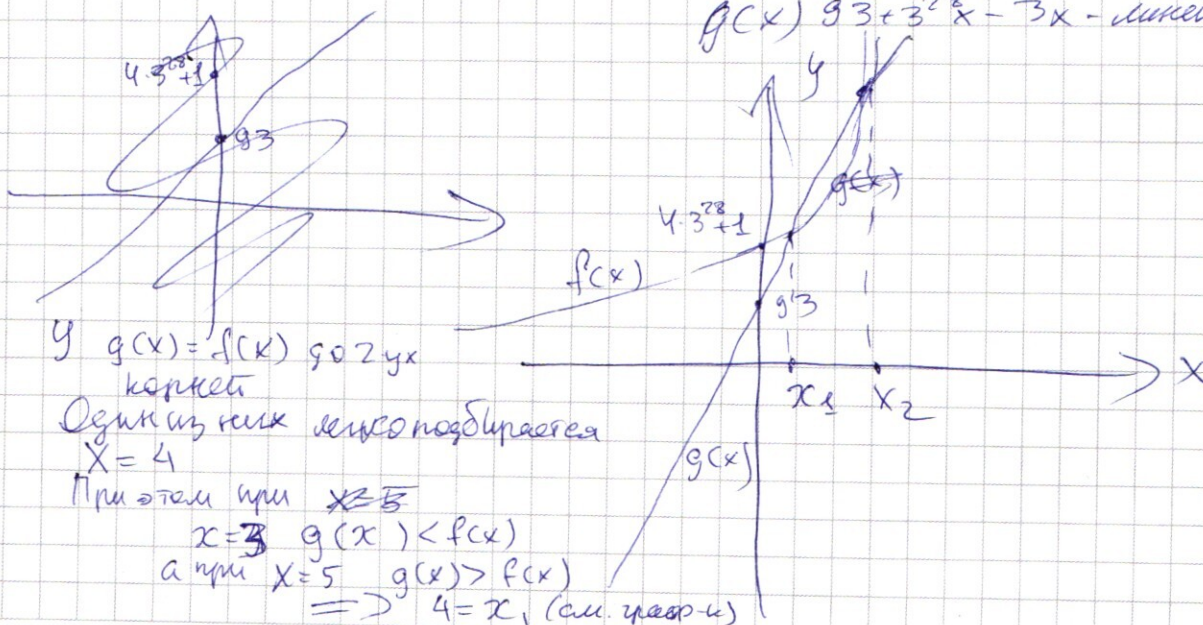
1. $64827 = 7^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ В числе 4 7-ки и 3-ки и еще
 $\Rightarrow$ $\begin{cases} 44 \text{ "7"} 3 \text{ "3"} \text{ и } 1 \text{ "1"} \\ \text{либо} \\ 4 \text{ "7"} 1 \text{ "9"} 1 \text{ "3"} \text{ и } 2 \text{ "1"} \end{cases}$ либо девятка и тройка
 и
 " - цифры

I. $\frac{8!}{8} = 7!$ 8-значное число
 Если способов выбрать 4 места для "7" 6 букв
 6-мест-то цифр
 Способы в оставшиеся поставить одну единицу 4
 $\Rightarrow \frac{8!}{8} \cdot 4 = 4 \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 7 \cdot 8$ (оканчивающиеся
 единица)

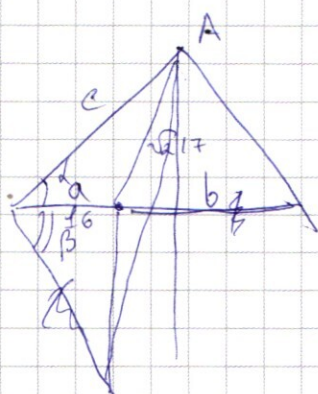
II. Способы выбрать 4 места для "7" оканчивающегося
 $\frac{8!}{2} = 4!$
 Способы в оставшиеся 4 места поставить "9" 4
 Способы в оставшиеся 3 места поставить "3" 3
 $\Rightarrow \frac{8!}{2} \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 4 \cdot 3 = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ Тогда от 9
 цифр - единица
 Всего способов $5 \cdot 7 \cdot 8 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5 \cdot 7 \cdot 8 (1 + 3) = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 =$
 $= 1120$

7. Рассмотрим обе функции

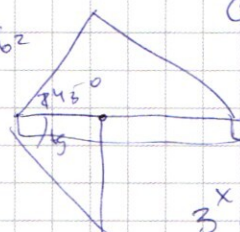
$f(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{x-2}$ - показательная
 $g(x) = 3^x + 3^{x-2} - 3x$ - линейная



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$b = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 3^4 + 3^{28} - 3x$$

$$2 + 17 = 16 + 6 \quad x = 28$$

$$\cos \beta = \frac{93}{3^4 + 3^{28}}$$

$$27 = 3^3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$y = 3^x + 3^{28}$$

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x$$

$$y \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

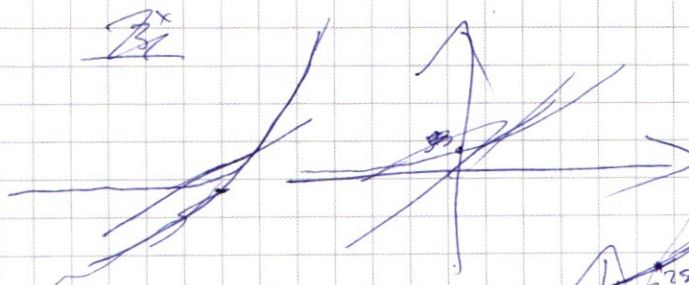
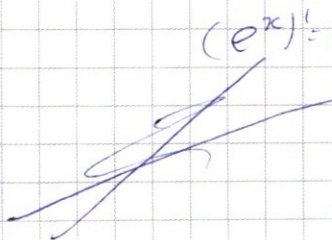
$$93 = 3 \cdot 31$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3 + 3(33 - x) + 3^{28}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$3^x$$



$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$27 \cdot 3 \quad \boxed{x=4} \quad \frac{27}{81}$$

$$3^4$$

$$81 + 4 \cdot 3^{28} = 93 - 12 =$$

$$4 \cdot 3^{28} + 1$$

$$3^3 + 3^{28} = 93$$

$$3^3 + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}x - 3x$$

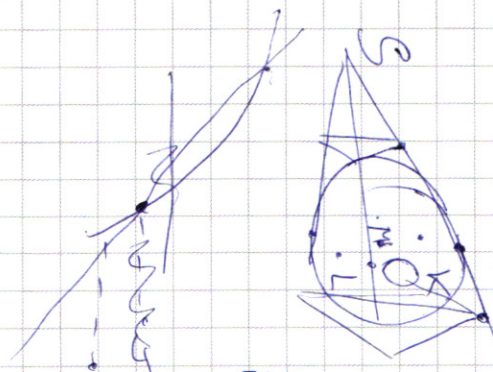
$$5 \cdot 3^{28} = 3^4 + 4 \cdot 3^{28} \cdot 281$$

$$x = 0 \quad x = 3$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} - f(x) \\ y \leq 3^4 + 3^{28}x + 3(4-x) \end{cases} g(x)$$

$$x=5 \quad 3^5 + 3^4 + 3^{28} + 3$$

$$x > 4 \quad x < 5 \quad \text{Her}$$



$$3^{28} + 4 \cdot 3^{28} = 3^{28}$$

3

for

$$93 - 121,5 - 1365$$

$$7 \cdot 8 = 2 \cdot 7 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} = 3^4 + 3(4-x) + 3^{28}x$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1365 \\ - 93 \\ \hline 1272 \end{array}$$

$$1365$$

9

$$x = 28$$

$$\frac{6}{(q-1)}$$

$$3^x x = 28$$

$$5 \cdot 3^{28} \quad x = 29$$

$$3^{28}(4+x) \quad x = 31$$

$$30+5$$

$$3(4+27) = 3^4 - 3(4-31) + 3^{28} \cdot 31$$

$$3^4 \cdot 3 = 3 \cdot 3^3$$

$$3^n$$

$$3^4 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28}$$

$$x=5 \quad 93 + 3^{28}$$

$$1 + 3^0 + 3^2 + \dots$$

$$93 - 3^{28} - 3x + 3^{28}(x-4)$$

$$\times 31$$

$$35-13$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 13 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 13 \\ \hline 455 \end{array}$$

for

$$93 - 3^{28} + 3^{28}(x-4 - 3^{28-x})$$

$$3^4 \quad 93 - 3^x + 3^{28}(x-4)$$

$$3^5 (3^1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{25})$$

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

$$451 - 13,5$$

$$\begin{array}{r} 451 \\ - 13 \\ \hline 438 \end{array}$$

