# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

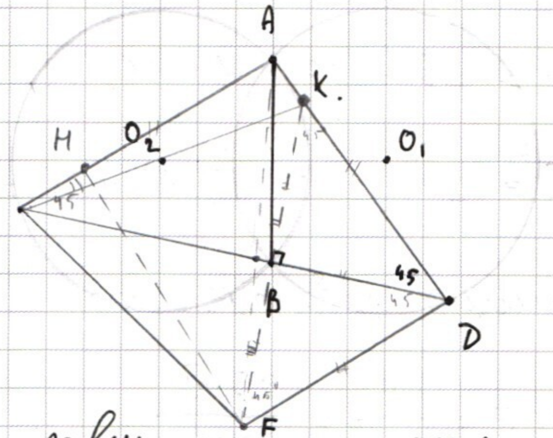
№6.

а) $R = 17.$

$\angle CAD = 90$

$BF = BD$

$CF - ?$




1). Т.к. радиусы окр. равны => углы опирающ. на одну хорду равны. => $\angle ACB = \angle ADC$

Из $\triangle ACD$ => $\angle ACB + \angle ADC = 90°$ => $\angle ADB = \angle ACB = 45°$

2) $KF \perp CD$; $K \in AD$. ; тогда $\angle DKB = 90 - 45° = 45°$. и $KB = BD$.

3) Из $\angle AKB$ и $\angle BKD$ => $\angle AKB = 180° - 45° = 135°$.

$\angle ACB = 45°$.

Заметим, что $\angle ACB + \angle AKB = 45° + 135° = 180°$ =>

Четырехугольник $CAKB$ вписан в окружность.

4) Т.к. $\angle KBC = 90°$ => $O_2 \in KC$. => $KC = 2R = 34$.

5) $KB = BD.$ ; $BD = BF$ => $KB = BF$ ; $CB \perp KF$ => CB и высота и медиана =>

CKF р/б $\triangle$. =>

=> $CK = CF = 34$.

Ответ: 34.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

б). Рассмотрим фигуру CADF.
$\angle CAD = 90°$.
$\angle ADF = 45° + 45° = 90$ $\Rightarrow CA \parallel FD$.

2) Из $\triangle CBF \Rightarrow$ $CF^2 - CB^2 = BF^2$
$\sqrt{289 \cdot 4 - 256} = 15 \cdot 2 = 30$.

3) Тогда. $BD = 30 \Rightarrow CD = 30 + 16 = 46$.

4) Из $\triangle ACD \Rightarrow 2AD^2 = CD^2$ $\Rightarrow \sqrt{2}\, AD = CD \Rightarrow AD = \frac{46}{\sqrt{2}} = 23\sqrt{2}$.

5) Т.к. ADFC трапеция прямоуг. то $FH \perp AC$, $FH = AD$.

6) Тогда $\sin \angle ACF = \frac{FH}{CF} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$.

7) Тогда $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot \cancel{34} \cdot \frac{23\sqrt{2}}{\cancel{34}} = 23^2 = 529$

Ответ: 529

№1.

Разложим число 64827 на множители
$64827 = 3^3 \cdot 7^4$.

Заметим, что цифры, участвующие в создании нужного 8 значного числа могут быть: 1, 3, 9, 7 т.к. $3 \cdot 7 > 9$
$7 \cdot 7 > 9$
$3 \cdot 3 = 9$

Т.е. это либо набор: 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1
либо 3, 9, 7, 7, 7, 7, 1, 1.

Тогда из 1-го набора можно составить $\frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{4! \cdot 3!}$
$= 8 \cdot 7 \cdot 5$ ; А из второго набора $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5$.
Тогда всего можно составить $8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 1120.

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x + 2\sin 2x\cdot\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2}\cos 5x\cdot(\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

Тогда или $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x = 0 \qquad \text{Пусть } \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\alpha = \sin\frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} + 2x = \pi n \quad n\in\mathbb{Z} \Rightarrow \quad 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \quad n\in\mathbb{Z}$$

$$\boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n \quad n\in\mathbb{Z}}$$

Или $\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$ Заметим: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = -\sin 2x$

$$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 0.$$

$$\sqrt{2}\cos 5x + 2\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)\cdot\cos\frac{\pi}{4} = 0$$

$$\sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2\cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{7}{2}x\right)\cdot\cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

или $\cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{7}{2}x\right) = 0 \qquad \frac{\pi}{8} + \frac{7}{2}x = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n\in\mathbb{Z}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$\frac{7}{2}x = \frac{3}{8}\pi + \pi n \quad n \in Z$

$x = \frac{3\pi}{7\cdot 4} + \frac{2}{7}\pi n \quad n \in Z \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2}{7}\pi n} \quad n \in Z$

Или

$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n \in Z \Rightarrow \frac{3}{2}x = \frac{5}{8}\pi + \pi n \quad n \in Z$

$x = \frac{5\pi}{3\cdot 4} + \frac{2}{3}\pi n \quad n \in Z \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n} \quad n \in Z$

Ответ: $x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2}{7}\pi n \quad n \in Z$

$x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n \quad n \in Z$

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n \quad n \in Z.$

№ 5.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9 \end{cases}$$

Заметим, что $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9$ — это окружность находящаяся во всех четвертях с радиусом $\sqrt{9}$.

Разберем ур-е $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$.

$x + y + 8 \geq 0 \Rightarrow y \geq -(8+x)$

$x - y + 8 \geq 0 \Rightarrow y \geq -(8+x)$

$\Rightarrow$ когда первый модуль $\geq 0$, тогда и второй $\geq 0$

Тогда: Для $y \geq -(8+x)$

$x + y + 8 + x - y + 8 = 16 \Rightarrow 2x + 16 = 16 \Rightarrow x = 0.$

$\Rightarrow$ Для $y \geq -8$ $x = 0.$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

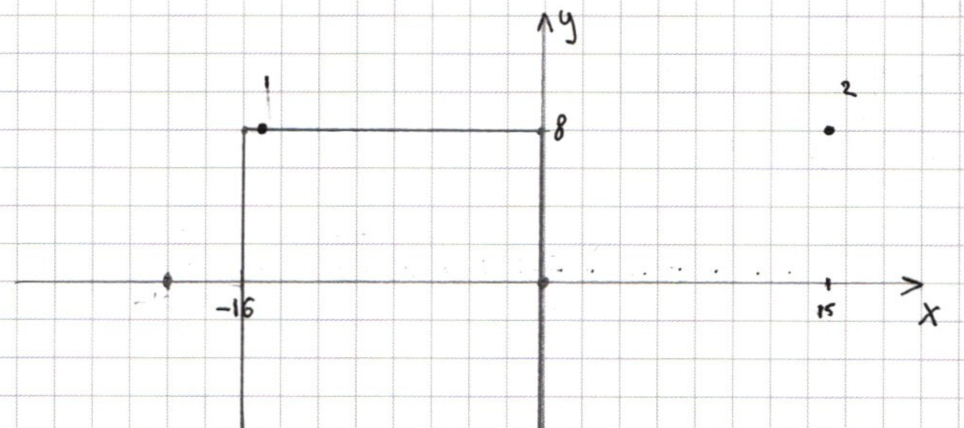
$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

1. $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x+\cancel{y}+8+x-\cancel{y}+8=16 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq -8 \\ y \leq 8 \\ x=0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 < 0 \\ -x-y-8-x+y-8=16 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 < 0 \\ -2x=2\cdot 16 \end{cases}$ $\begin{cases} y < 8 \\ y > -8 \\ x=-16 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ \cancel{x}+y+\cancel{8}-\cancel{x}+y-\cancel{8}=16 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -16 \\ x \leq 0 \\ y=8 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 > 0 \\ -\cancel{x}-y-\cancel{8}+\cancel{x}-y+\cancel{8}=16 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 > 0 \\ y=-8 \end{cases}$ $\begin{cases} x < 0 \\ x > -16 \\ y=-8. \end{cases}$




Причем точки 1, 2, 3, 4 – центры окружностей $R=\sqrt{9}$.

Если $a=0$ => [redacted] решение системы будет иметь два решения (т. 1 и т. 4).

А если $a>0$, то т.к. т. 1 и 4 симметрично расположены, то для того чтобы было два решения нужно, чтобы окр. с центрами в т. 1 и т. 4 [redacted] пересекали график или 1 раз или не пересекали.

Если они пересекают 1 раз, то $\sqrt{a}=\sqrt{15^2+16^2}$

Но если $R=\sqrt{15^2+16^2}$, то окружности с центрами в т. 3 и т. 2. тоже пересекают график.

Тогда пусть окр с центром в т. 1 и т. 4 не пересекаются с графиком, а окр с центром в т 3 и т. 2 пересекают график по одному разу. Тогда $\sqrt{a}=\sqrt{(15+16)^2+16^2}=\sqrt{1217} \Rightarrow a=1217$.

Ответ: $a=1217$; $a=0$.

№3
$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \quad (1) \end{cases}$$

$y<0$
$x>0$

~~Решим~~ ~~(1)~~ Упростим (1)

$$y^2+2xy+x^2-4x^2+12x+4y=0$$

$$(y+x)^2-4(x^2-3x+y)=0$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0.$$

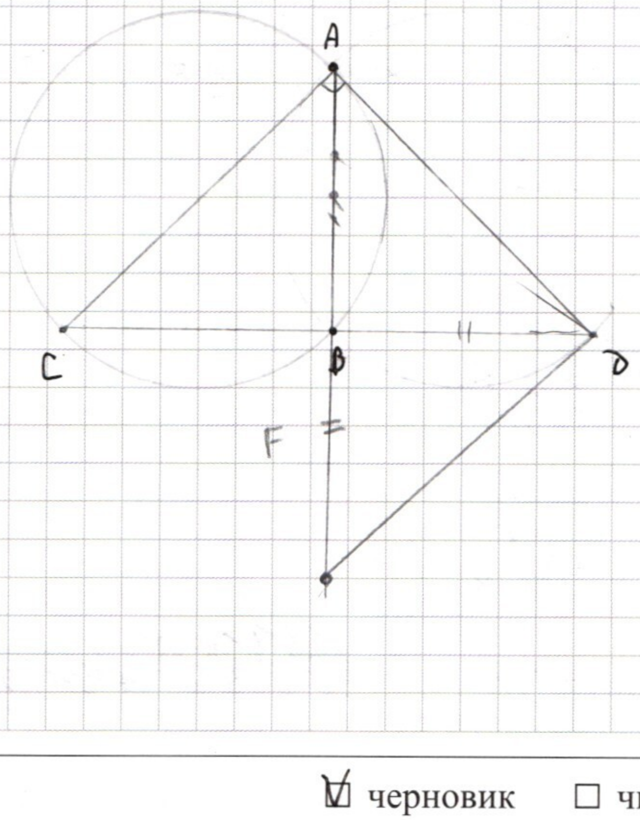
$$(y+x)^2 \quad -3x^2 + 4x + 4y + 8x = 0.$$

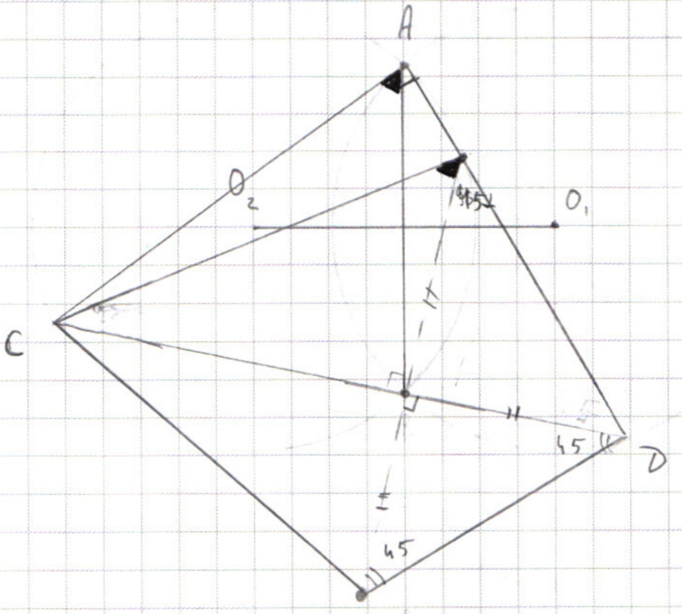
$$-4x^2 + 4x + 4y + 8x = 0$$

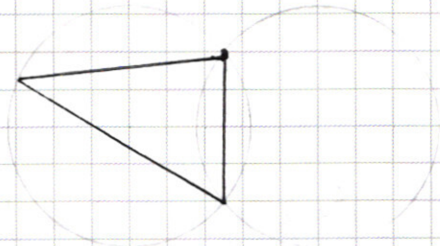
$$+4x(2-x) \quad 4(x+y) + (y+x)^2$$

$$(y+x+4) +$$

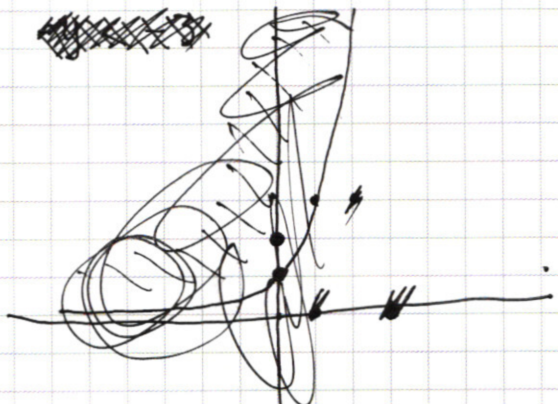
$$-\frac{x^{7\cdot\ln(-y)}}{y^{\ln(-y)}}$$





$$\begin{cases} y > 3^{x} + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3^{28}x - 3x \end{cases}$$



если $y = 93 + 3^{28}x - 3x$

Тогда $\cancel{93 + 3^{28}x - 3x \le y <}$

$3^{x} + 4\cdot 3^{28} < y \le 93 + 3^{28}x - 3x$

$3^{x} + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x - 3x$ $\cancel{3^{28}(3^{x-28} + 4 - x) < 93}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$64827 = 3^2 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7^2 = 3^3 \cdot 7^4.$

$64827 : 9 = 7203$; $7203 : 3 = 2401$; $343 : 7 = 49$

$64827 : 27 = 2401$; $2401 : 7 = 343$

Заметим, что

$7 \cdot 3 > 9$ – не явл. цифрой.

$7 \cdot 7 > 9$

$3 \cdot 3 = 9$ => цифры в числе 1 1 3, 9, и 4 7.

1 3 3 3 и 4 7.

113
131
311 => 3

$\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2!}$

1122
1212
1221
2211
2121
2112

6.

$\frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{4}}{\cancel{2!} \cdot \cancel{2!}} = 6$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4!} \cdot \cancel{2!}} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{3! \cdot \cancel{4!}} = 7 \cdot 8 \cdot 5$

$56 \cdot 20 = 1120$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin$

№3.

$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0.$

$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$

$\cos 4x =$

$= \sin$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

$2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x + 2\cdot\sin 2x\cdot\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0.$

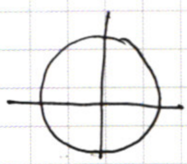
$\cancel{\sqrt{2}\cdot\cos 2x(\sqrt{2}\cdot\cos 5x + \cos 2x) + \sqrt{2}\cdot\sin 2x(\sqrt{2}\cos 5x - \sin 2x)}$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) =$
$= 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0$

$\cos 2x + \sin 2x = 0.$ или $\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0.$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = -\sin 2x.$



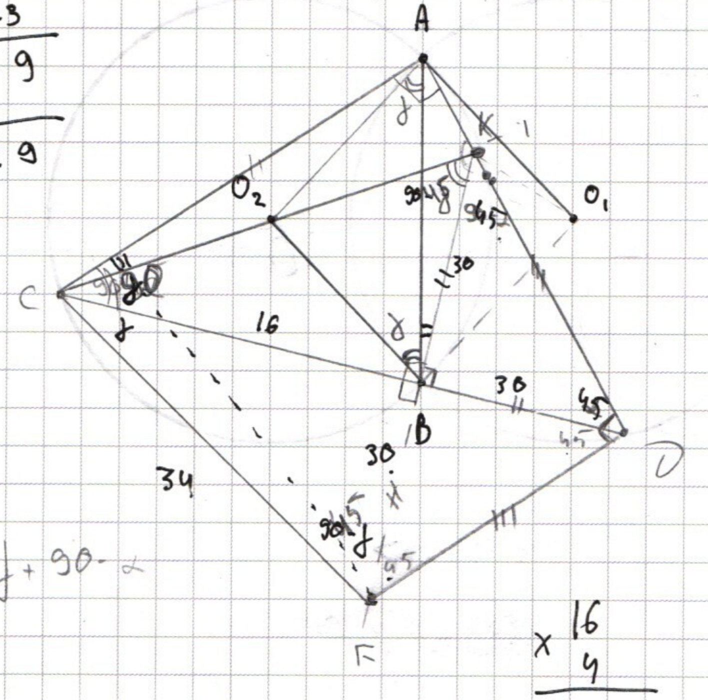
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МФТИ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} \times\ 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46\ \ \\ \hline 529 \end{array}$$




$180 - 90 + \alpha =$

$= 90 + \alpha$

из $\triangle KBC$

$90 - \alpha + 90 + \alpha =$

$180 \Rightarrow$

впис в окр.

т.к. $\angle CBK = 90° \Rightarrow$

$O_2 \in CK \Rightarrow CK = \boxed{2R}$

$\gamma + 90 - \alpha$

$289 - 256$

$$\begin{array}{r} 256 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 16 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$\sqrt{33}$.

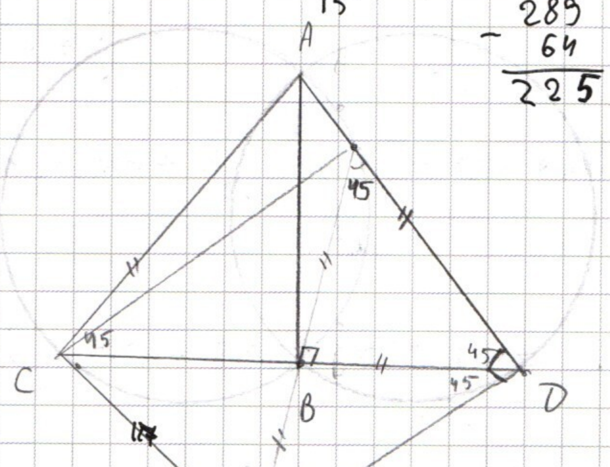
$$\begin{array}{r} \times\ 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ 17\ \ \\ \hline 289 \end{array}$$

$17^2 - 16^2 = \sqrt{33}$ $\quad 2^6$

$$\begin{array}{r} \times\ 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16\ \ \\ \hline \end{array}$$

$4(289 - 64)$

$$\begin{array}{r} -\ 289 \\ 64 \\ \hline 225 \end{array}$$

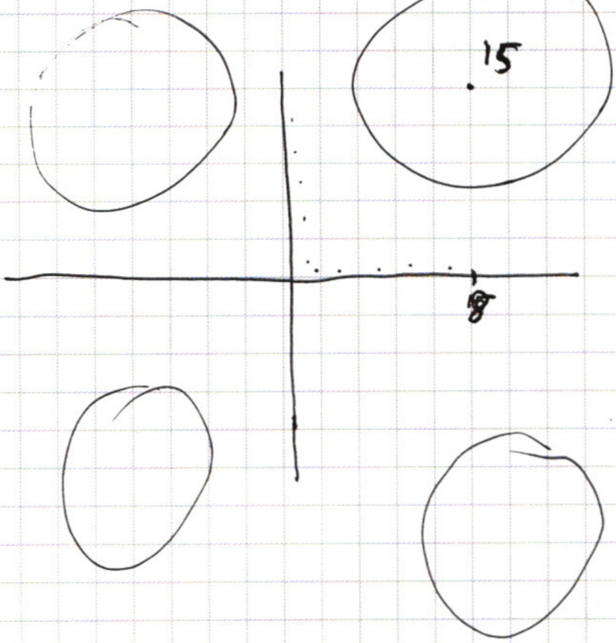



$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{\cancel{2}} \sqrt{33} \cdot \cancel{2} \cdot BC$

$16\sqrt{33}$

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9.$




$-2^{\ln 2} \neq 0.$

Для $\quad x+y+8>0 \qquad\qquad x-y+8>0$

$x+y>-8 \qquad\qquad x-y>-8$

$x+y>-8$

$x-y>-8.$

№ 3.

$\left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \qquad -x^{7\cdot\ln(-y)}$

$y<0$

$x \neq 0.$

$y^2+2xy-3x^2+12x+4y = \qquad y^{\ln(-y)} \neq 0 \quad y \neq -e.$

$y^2+2xy+x^2-4x^2+12x+4y.$

$(y+x)^2$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~2) Для $y < -(8+x)$~~

~~$-x-y-8-x+y-8=16 \Rightarrow -2x=16\cdot 2$~~

~~$x=-16$~~

Для $y <$

$|x+y+8|$. $x+y+8 \geqslant 0$ когда $y \geqslant -8-x$

$x-y+8 \geqslant 0$ когда $y \leqslant x+8$.

тогда $|x+y+8| \geqslant 0$ и $|x-y+8| \geqslant 0$ если

$x+8 \geqslant -8-x$ ; $2x \geqslant -16 \Rightarrow x \geqslant -8$

$y > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$y \leqslant 93 + 3(3^{27}-1)x$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x - 3x$.

$3^x - 93 < 3^{28}(x-4) - 3x$

$3(3^{x-1} - 21) < 3^{27}(x-4) - x$.

$x < 3^{27}(x-4) - 3^{x-1} + 21$.

$x+y+8 \geq 0$ $\quad$ $x-y+8 \geq 0$ $\quad$ $y \geq -(-8)-8 \geq 0.$

$y \geq -x-8$ $\quad$ $x+8 \geq y$

$x+8 \geq -x-8$

$2x \geq -16$

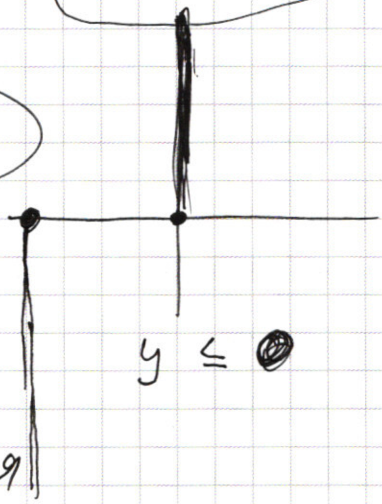
$x \geq -8.$

$y \geq 0$

$x+y+8+x-y+8=16$

$x=0$ Для

$y \geq 0.$



Для $\quad$ $x \leq -8$ $\quad$ $y \leq 0$

$x=-16$ $\quad$ Для

$961 + 256 = 1217$

$16 \times 16 = 256$

$x+y+8>0$ $\quad$ $x-y+8<0$

$x+8<y$

$31 \times 31 = 961$

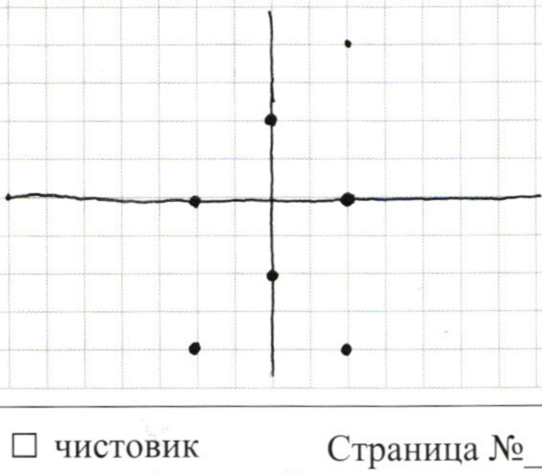
$\cancel{y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0.}$

$\cancel{(y+x)^2-4x^2+12x+4y.}$

$\cancel{(-x^2+y)}$

$1=x$

$2=6$



$1-=6$ $\quad$ $0=6$

$1=x$ $\quad$ $1-=x$

$1=6$

$1=(1-|6|)^2+(1-|x|)^2$

$0=x$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$a = 31^2 \quad 15^2 + 30\cdot 16 + 2\cdot 16^2$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

$2\cdot\cos 5x\cdot\cos 2x + 2\cdot\sin 2x\cdot\cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

$\sqrt{2}\cdot\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \cancel{\sqrt{2}}\cos 4x = 0$

$\cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0.$

$\cos 2x + \sin 2x = 0$

$1+1=2$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x =$

Или.

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

$\sin(\alpha + 2x) = 0$

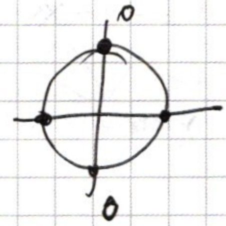
$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0.$

$\frac{\pi}{4} + 2x = 0$

Заметим, что $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = -\sin 2x.$

$2x =$

Тогда $\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 0$




$\sqrt{2}\cos 5x + 2\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)\cdot\cos\frac{\pi}{4} = 0$

$\cancel{\sqrt{2}}\cos 5x + \cancel{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0.$

$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$

$\frac{\pi}{2} + \pi n$

$2\cos$

$x > 8 \quad x + 8 = 8 \quad x = 0$

$\frac{\pi}{8} + \frac{7}{2}x = \frac{\pi}{2} + \pi n$

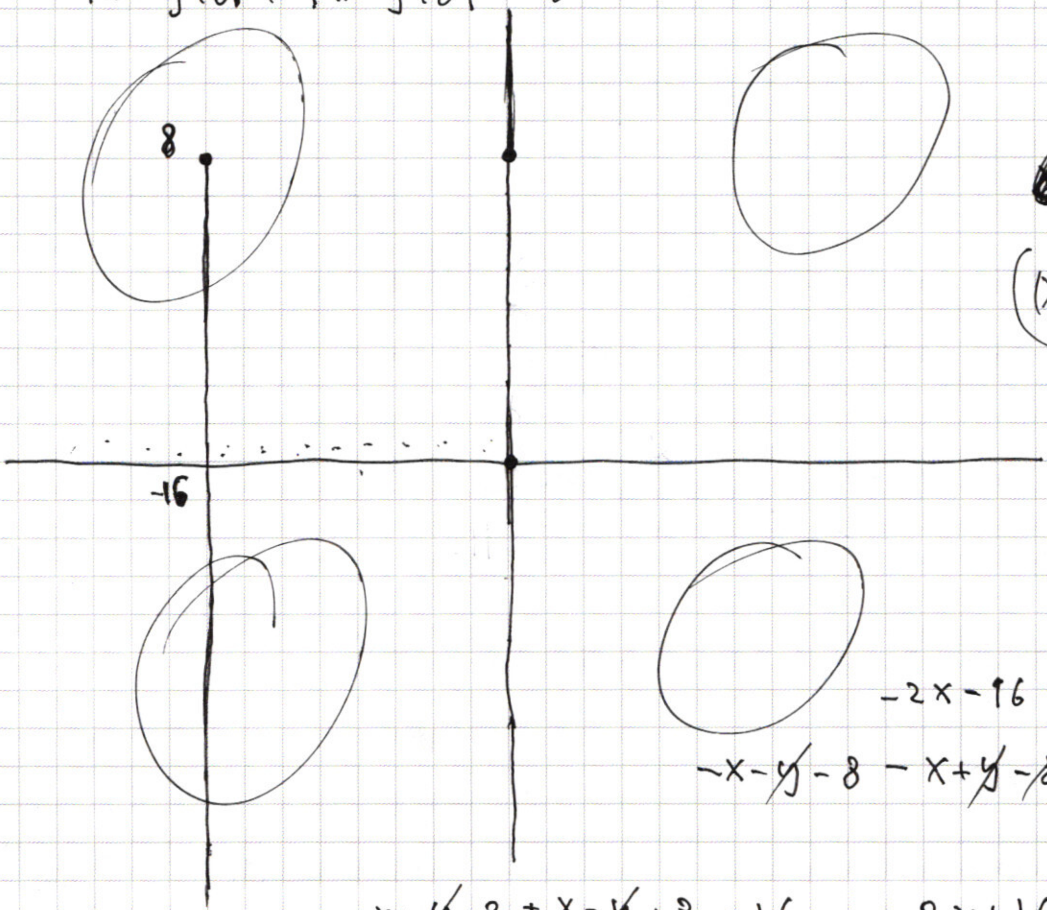
$x < -8 \quad |x+8| = 8 \quad -x - 8 = 8 \quad -x = 16 \quad x = -16$

$\frac{4\pi}{8}$

$15^2 + 16^2$

Параметр:

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$




$\left(|x|^2 - 1\right) + ($

$-2x-16=16$

$-x-\cancel{y}-8-x+\cancel{y}-\cancel{8}=16$

$-2x=32$

$x=-16$

$x+\cancel{y}+8+x-\cancel{y}+8=16$ $\quad$ $2x+16=16$

$\boxed{x=0}$

График. $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$.

$\cancel{x+y+8\geq 0}$ $\quad$ $\cancel{x-y+8\geq 0}$ $\quad$ $\cancel{y<x+8}$

$\cancel{y\geq -8-x}$ $\quad$ $\cancel{y\geq x+8}$ $\quad$ $\cancel{y> (x+8)-1}$.

$x+y+8+x-y+8$ $\quad$ $y\geq -1(8+x)$.

$y\geq -8$

$x+y+8\geq 0$ $\quad$ $x-y+8\geq 0$ $\quad$ $x+y+8\geq 0$ $\quad$ $x-y+8\geq 0$

$y\geq -1(8+x)$ $\quad$ $x+8\geq y$ $\quad$ $y\geq -8-x$ 1 $x+8\geq y$

$y\leq x+8$.

если $x+y+8<0$, тогда. $\quad$ $\cancel{x+8\geq y}$

$x-y+8<0$ $\quad$ $y<-1(8+x)$.

$x+y<y$ $\quad$ $y<8$.