

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .

б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$64827 \approx 3^5 \cdot 7^4$$

теперь 7 восемь шест-  $C_8^4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$

$8-4=4$  шест (остаток)  $\Rightarrow C_4^3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$

$$N = C_8^4 \cdot C_4^3 = 280$$

Ответ:  $N = C_8^4 \cdot C_4^3 = 280$

N2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin 7x + \cos 7x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 7x \right)$$

$$\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - 3x \right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 7x \right) + \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - 3x \right) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x + 2 \sin \left( \frac{\frac{\pi}{4} + 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\frac{\pi}{4} + 7x - \frac{\pi}{4} + 3x}{2} \right) = 0$$

$$2 \sin \left( \frac{\frac{\pi}{2} + 4x}{2} \right) \cdot \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = \sin \left( \frac{\pi}{2} + 4x \right)$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) \cdot \cos 5x + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right) \cdot \left(\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \cdot 2 \cos\left(\frac{5x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \cdot \cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{4} + 2x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi f, f \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3}, f \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi f}{3}, f \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2+12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x =$$

К3 (упрощение)

$$= 16x^2 - 32x + 16 = 16(x-1)^2$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{-2x-4+4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4+4x-4}{2} = \frac{2x-8}{2} = x-4 \quad (\text{не подходит}) \\ y_2 = \frac{-2x-4-4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4-4x+4}{2} = \frac{-6x}{2} = -3x \end{cases}$$

$$y = -3x$$

$$\left( \frac{x}{-3x} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(x \cdot 9x^2)}$$

$$\frac{x^{\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\frac{x^{\ln(81 \cdot 9 \cdot x^6)}}{3^{\ln 3x}} = x^{\ln(81 \cdot x^6)}$$

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3x}$$

$$\frac{2 \ln x}{3} = \frac{\ln 3x}{3}$$

$$2 \ln x = \ln 3 + \ln x \rightarrow \ln x = \ln 3 \rightarrow x = 3$$

$$y = -9$$

$$\text{Ответ } (3; -9)$$

К5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

008

$$-y \geq 0$$

$$\downarrow$$

$$y \leq 0$$

$$\downarrow$$

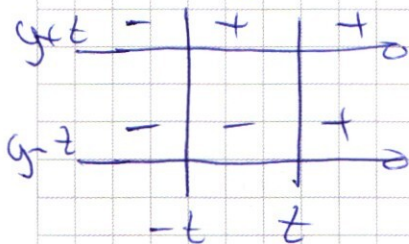
$$x \geq 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a^2$  — 4 окружности с центрами  
в  $(8|15)$   $(-8|15)$   $(8|-15)$   $(-8|-15)$

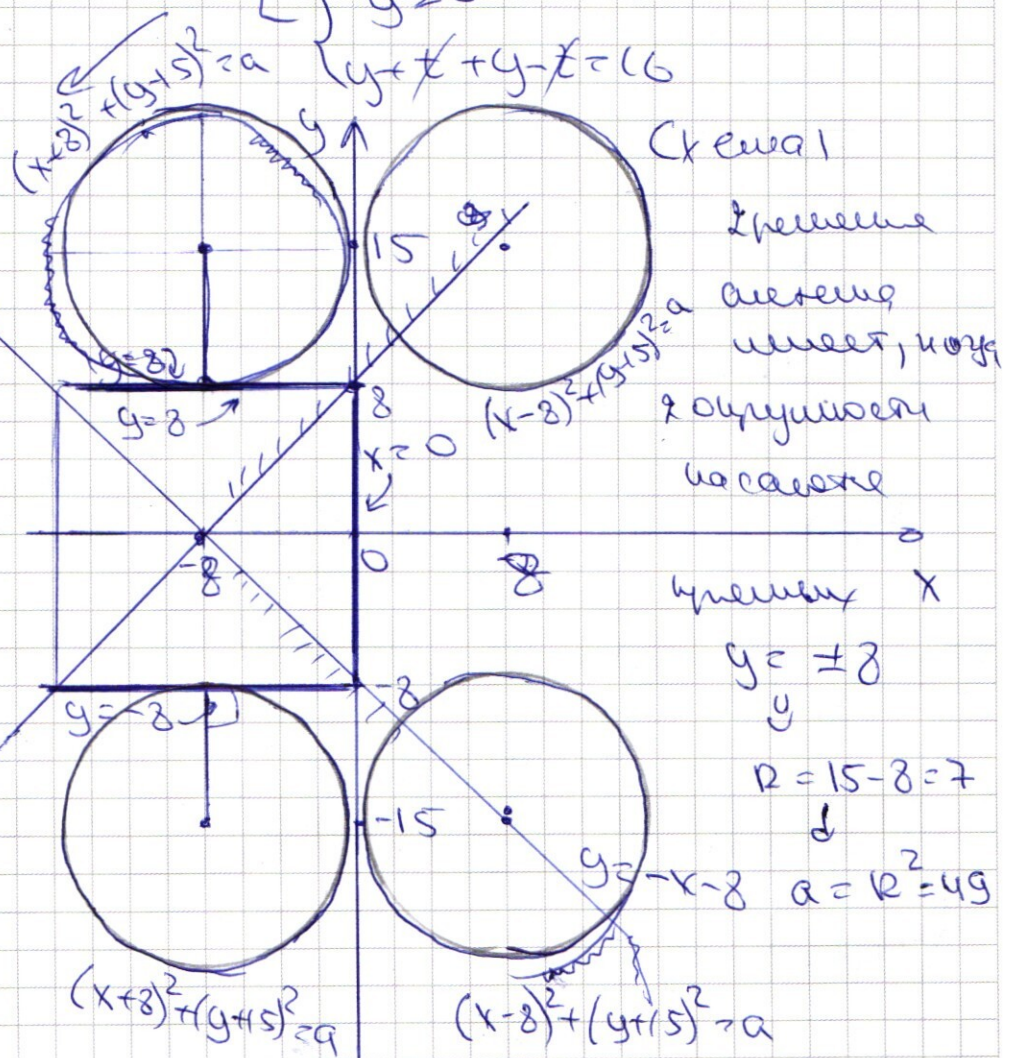
Пусть  $x+8=t$

$$|y+t| + |y-2t| = 16$$



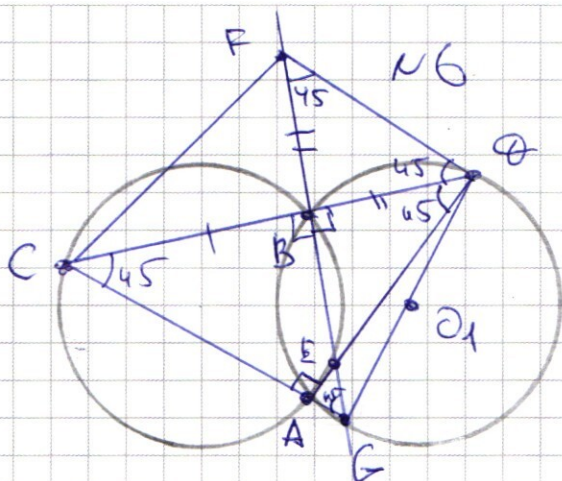
$$\begin{cases} y \leq -t \\ -y-t - y+2t = 16 \\ -t < y < t \\ y+t - y+2t = 16 \\ y \geq t \\ y+t + y-2t = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y=8 \\ -x-8 < y < x+8 \\ t=8 \Rightarrow x=0 \\ y \geq x+8 \\ y=8 \end{cases}$$



Ответ  $a = 49$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Заметим, что  
 $\triangle KBD$  - р/с, т.к.  
 $\angle K = \angle D = 45^\circ$ .

Clear

$$r_2 = 17$$

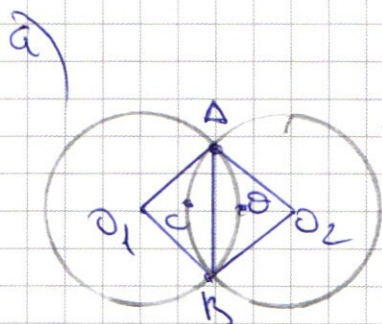
$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$V_R = F \otimes$$

a) CF-?

Q. 16

SACK-?



Замечание: в равных окружностях

$$\Delta O_1 AB = \Delta O_2 AB \Rightarrow \angle O_1 = \angle O_2$$

$$2) \cup A \cap B = \cup A \otimes B$$



Они являются смежными  $\angle BCA = \angle BDA = 45^\circ$   
( $\angle CAO = 90^\circ$ )

2)  $\angle CGB = 45^\circ \Rightarrow BC = BG$  ( $\triangle BCG$  - p/s, n/y)



P.  $\triangle FCB \cong \triangle BGD$  ( $\angle FBC = \angle DBG = 90^\circ$  (4/1),  $FB = BD$ ,  $BC = BG$ )  $\Rightarrow \triangle FCB = \triangle BGD \Rightarrow FC = GD$

$\angle GBD = 90^\circ$  (given,  $C$  is BG)  $\Rightarrow$ ,  $\triangle BGD$  is a right triangle

Опр. 2,  $\angle D = 90^\circ$   $\Rightarrow$   $GD$  - диаметр окружности  $\Rightarrow 2R = 34$

c)  $FC = 34$

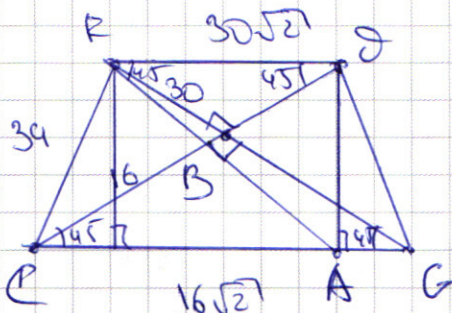
Other  $FC = 34$

d) Sameer  $\angle A G = \angle B G C = \angle G F D = \angle C D E$

⇒  $CG \parallel F\Theta (4/1) \Rightarrow CF\Theta G$  - равнобедренный треугольник

гипотенузы которого равен нулю, угол  $90^\circ$

Р.  $\triangle PBC$ ,  $PC = 34$ ,  $BC = 16$  по теор. Пиф.  $BP = \sqrt{PC^2 - BC^2}$   
 $= \sqrt{1156 - 256} = \sqrt{900} = 30$



$\triangle PBA$ ,  $PA = 16\sqrt{2}$ ,  $BP = 30$

$\angle P = \angle B = 45^\circ \Rightarrow PA = PB \sqrt{2}$

$= 30\sqrt{2}$

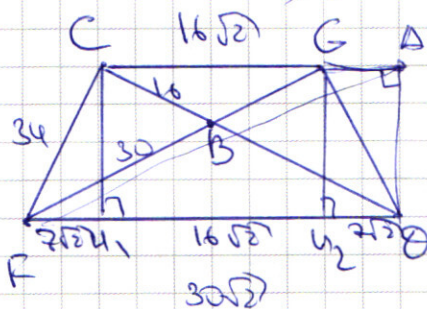
$\triangle BCG \sim \triangle PBA$  ( $\angle B$  - вертикальный,  $\angle C = \angle P = 45^\circ$ )

$\Rightarrow \frac{BC}{BA} = \frac{BG}{PA} = \frac{CG}{PB} \Rightarrow \frac{16}{30} = \frac{CG}{30\sqrt{2}} \Rightarrow$

$CG = \frac{16 \cdot 30\sqrt{2}}{30} = 16\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{BC}{BA} = \frac{BG}{PA} = \frac{CG}{PB} \Rightarrow \frac{16}{30} = \frac{CG}{30\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow CG = \frac{30\sqrt{2} \cdot 16}{30} = 16\sqrt{2}$  ( $\Rightarrow$   $PA$  - равное основание)



Доп. вып.  $CH_1 \perp PD$ ,  $GH_2 \perp PD$

$\Rightarrow CH_1H_2G$  -  $u/y \Rightarrow CG = CH_1H_2G$   
 $= 16\sqrt{2}$

$PH_1 = H_2D$  (р/с  $PH_1$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow PH_1 = \frac{PD - CG}{2} = \frac{30\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$

$\triangle CPH_1 \sim u/y \Rightarrow CH_1 = \sqrt{PC^2 - PH_1^2} = \sqrt{1156 - 98}$

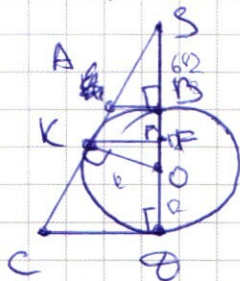
$= \sqrt{1058} = 23\sqrt{2}$ ,  $CH_1 = PH_1$  (в  $\triangle CPH_1$ ,  $\angle C = \angle P$ )  $AC = PC - PH_1 = 34 - 23\sqrt{2}$

$S_{APC} = \frac{AC \cdot PH_1}{2} = \frac{23\sqrt{2} \cdot 23\sqrt{2}}{2} = 529$   $\Rightarrow S_{APC} = 529$   
 $PC = 34$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~14~~ 14

Расстояние между соседями



0-year olds

*[Handwritten signature]*

~~8/15/15~~ ~
$$\Delta SAB \sim \Delta SCD \text{ (no 2 given)}$$

PHL 50

KIR LSO

0570

Daw

$g_1 \tau \odot$

$S_2 \approx 16$

LK SO-?

### Skizze-3

$$\rightarrow \frac{AB}{CO} = \frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SO} = K = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{3}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{SA}{SC} = \frac{SB}{\underset{\substack{\uparrow \\ SB+BD}}{SD}} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{SB}{SB+2R} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4SB = 3SB + GR$$
$$SB = GR$$

SH - катет. и опущенный  $\Rightarrow SH \perp KO, \angle SKO = 90^\circ$

$$KO \geq R, SO = SB + R = 7R, \text{ also } \Rightarrow \sin KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$GSKSO = \sqrt{1 - \frac{1}{40}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

~~Ag - Ag VSO~~

$$P \cdot \angle SAB \angle B = 90^\circ \rightarrow \text{tg } KSD = \frac{AB}{SB} \Rightarrow AB = SB \cdot \text{tg } KSD$$

$$= 6R \cdot \frac{1}{\frac{4}{\sqrt{3}} + 2} = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$P. \Delta SK(P) \angle P = 90^\circ \rightarrow \text{tg } KSO = \frac{KF}{S_1P} \rightarrow KF = S_1P \cdot \text{tg } KSO$$

$$= 2R \cdot \frac{1}{4\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{12} R$$

$$\Delta S_{K12} \sim \Delta S_{AB} \text{ (по 2-м)} \Rightarrow \left( \frac{AB}{K12} \right)^2 = \frac{S_{KLM}}{S_1}$$

$$\Rightarrow \rightarrow \text{от } S_{KLM} = S_1 \cdot \left( \frac{\frac{\sqrt{3}R}{2}}{\frac{7\sqrt{3}R}{12}} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{3} \cdot R \cdot 12}{2 \cdot 7\sqrt{3} \cdot R} \right)^2 \cdot S_1 = \frac{36}{49} \cdot 9$$

$$= \frac{324}{49}$$

$$\text{Ответ } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right), \quad S_{KLM} = \frac{324}{49}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x + \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 2x \right)$$

$$\begin{aligned} \sin \cdot \sin &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta)) \\ \sin \cdot \cos &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta)) \\ \cos \cdot \cos &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta)) \end{aligned}$$

$$2 \cos 5x \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 2x \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0$$

$$\sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} (\cos 30^\circ - \cos 90^\circ) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin 30^\circ \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \left( \sin \left( -30^\circ \right) + \sin 90^\circ \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{-1}{2} + 1 \right) = \frac{1}{4}$$

$$\sin 7x + \cos 7x = \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 7x \right)$$

$$\cos 4x = \sin \left( \frac{\pi}{2} + 4x \right)$$

$$\cos 7x - \sin 3x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right) = \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - 2x \right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} + 7x \right) + \sqrt{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - 3x \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin \left( \frac{\frac{\pi}{4} + 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\frac{\pi}{4} + 7x - \frac{\pi}{4} + 3x}{2} \right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \sin \left( \frac{\pi}{2} + 4x \right) \cdot \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$\sin \left( \frac{\pi}{2} + 4x \right) = 0$$





$$\frac{(f-1)^{\ln(-y)}}{y^{\ln(-y)}} = x^{\frac{2\ln(xy^2)}{y^{\ln(-y)}}}$$

$$x \geq 0$$

$$y \leq 0$$

$$(-1)^{\ln(-y)} \cdot x^{\frac{2\ln(-y)}{y^{\ln(-y)}}} = x^{\frac{2\ln x + 2\ln y^2}{y^{\ln(-y)}}} = x^{\frac{2\ln x + 2\ln y^2}{y^{\ln(-y)}}}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+2)^2 = y^2 + 4y + 4$$

$$x - 4 < 0$$

$$-2x - 4 < 0$$

$$x \geq 0$$

$$y < 0$$

$$(\sqrt{3}x + 2\sqrt{3})^2 = 3x^2 - 12x + 12$$

$$y_1 \cdot y_2 > 0$$

$$(x-4) - 3x > 0$$

$$(y+2)^2 - (\sqrt{3}x - 2\sqrt{3})^2 + 8 + 2xy = 0$$

$$x \geq 0$$

$$(y+2 - \sqrt{3}x + 2\sqrt{3})(y+2 + \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}) = -2(4+xy)$$

$$y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2$$

$$-48x = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x-1)^2$$

$$y_1 = \frac{-2x-4 + 4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4+4x-4}{2} = x-4$$

$$y_2 = \frac{-2x-4 - 4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4-4x+4}{2} = -3x$$

$$\left(\frac{x}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{\frac{2\ln(x \cdot 9x^2)}{3x}}$$

$$\frac{x^{\frac{6\ln(3x)}{3x}}}{3^{\frac{2\ln(9x^2)}{3x}}} = x^{\frac{2\ln(9x^2)}{3x}}$$

$$\frac{\ln(81 \cdot 9 \cdot x^6)}{x} = \frac{\ln(81 \cdot x^6)}{3^{\frac{2\ln(9x^2)}{3x}}}$$

$$2\ln x = \ln 3x = \ln 3 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 3$$

$$x = 3$$

$$2\ln 3 = \ln 3x$$

$$x = 3$$

$$3 = 3$$



$$\left( \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left( \frac{\pi}{4} \right) \right) \approx \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\left( \frac{-x}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+2)^2 = y^2 + 4y + 4$$

$$(y+x)^2 = y^2 + 2xy + x^2$$

$$(y+x)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3})^2 = 3x^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} + 12$$

$$(y+2)^2 + (\sqrt{3}x - 2\sqrt{3})^2 - 12 + 2xy = 0$$

289 -

$$S_{\text{тре}} = \frac{AC \cdot BA}{2}$$

$$y \leq 0$$

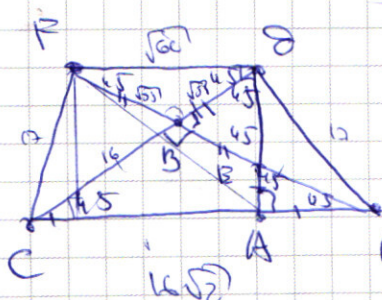
$$\begin{array}{r} 64827 \\ 6 \overline{) 21609} \\ \underline{18} \phantom{00} \\ 72 \phantom{00} \\ \underline{72} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

$$3 \cdot 7^4 \cdot 18$$

$$\begin{array}{r} 21609 \\ 21 \overline{) 5203} \\ \underline{42} \phantom{00} \\ 100 \phantom{00} \\ \underline{84} \phantom{00} \\ 160 \phantom{00} \\ \underline{147} \phantom{00} \\ 13 \end{array}$$

$$3+4+1=8$$

$$\begin{array}{r} xy^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$



$$BG^2 = \theta^2 - \theta\theta^2$$

$$CG^2 = CG^2 - DG^2 = CG^2 - \theta^2 \cos^2$$

$$\angle GCS = \angle BOG$$

$$\triangle CGB^2 = \triangle BOG \rightarrow CG^2 = 12$$

$$\frac{\sqrt{33}}{16} = \frac{\sqrt{66}}{CG} \rightarrow CG = \frac{16 \cdot \sqrt{66}}{\sqrt{33}} = 16\sqrt{2}$$

Камчатка

комбинированный

три 3

четыре 7

одна 1



$$h^2 = a^2 - x^2$$

$$A = \sqrt{2} \cdot x$$

$$\frac{16\sqrt{2} - \sqrt{66}}{2}$$





$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{7 \cdot 1}{7 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\begin{array}{r} 134 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \\ - 286 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1058 \overline{) 2} \\ 10 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$S_{\text{ср}} = S \cdot k^2$$

$$h^2 = \frac{S_{\text{ср}}}{S}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \\ \times 36 \\ \hline 324 \end{array}$$



$\angle KSO = ?$   $S_{\text{ср}} = ?$

$$S_1 = 9$$

$$S_2 = 16$$

$$\cos^2 = 1 - \sin^2$$

$$\frac{\sqrt{48}}{2}$$

0-яя сторона

Р<sub>внеш</sub> = Р<sub>вн</sub>

$$S_{H1} = 4$$

OK<sub>1</sub>L<sub>1</sub>M<sub>1</sub> и

$$\frac{16 \cdot 3}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$K_1H_1 \parallel K_2H_2$$

Р<sub>оксо</sub>

$$SO = \frac{SR}{3}$$

KO = R

2

$$\frac{S_{H1}}{S_{H2}} = \frac{S_{K1H1}}{S_{K2H2}}$$

$$\frac{K_1H_1}{K_2H_2} = \frac{1}{4}$$

S<sub>H1</sub> S<sub>L</sub>

K<sub>1</sub>H<sub>1</sub> K<sub>2</sub>H<sub>2</sub>

$$\frac{h}{h+2R} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{2}{3}R$$

$$\sin KSO = \frac{3}{5} \Rightarrow KSO = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$K_1H_1 = S_{H1} \cdot \sin KSO = \frac{3}{5} R \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} R$$

$$K_2H_2 = S_{H2} \cdot \sin KSO = \frac{4}{5} R \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25} R$$

$$\frac{K_1H_1}{K_2H_2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow k = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 1 \cdot \frac{69}{25} = \frac{69}{25}$$

k = ~~3/4~~ S<sub>ср</sub>