

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$64824 = 9 \cdot 7203 = 9 \cdot 3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^4$$

пусть число равно $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$,
тогда $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 64824 = 3^3 \cdot 7^4$
 $1 \leq a_i \leq 9$

Тогда мы можем считать, что выделенные разряды имеют степени 3
после того как мы разделили на 3
3 степени 3, то мы если степени тройки это число, то их нужно
8 раз
после того как мы разделили на 8
мы выделенные разряды разделили на 8 разрядов a_i ,
и т.д. $3 \cdot 3 > 9$

Совершенно аналогично можно рассмотреть
степени 7 на a_i и число способов будет равно C_7^4 (4 степени на и 4 разряд)
т.к. $3 \neq 7$, то общее число способов исходных чисел

т.к. $a_i \leq 9$, то $a_i^2 > 9$, то 4 разрядов в 4 разряде одного разряда:

то 4-м можно распределить C_8^4 способами

Исходных чисел будет: $C_{10}^4 - 8 \cdot C_8^4 \cdot C_6^3 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{24} \cdot \left(\frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} - 4 \right) = 40 \cdot 16 = 640$
 + тогда, когда один из $a_i = 3^3 > 9$
 если $a_i = 3^2 \leq 9$
 если $a_i = 3 \leq 9$

№ 2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cos 5x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin (1 \sin 2x + \cos 2x) - (\sin 3x - \cos 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$+ 2\sin\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) + 2\cos\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(0,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) & x \in \mathbb{Z} \\ \cos\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \sin\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(0,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3,5x + \frac{\pi}{8} = \sqrt{k} + \frac{\pi}{2} \\ \sin\left(3,5x + \frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(0,5x + \frac{3\pi}{8}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7}(\sqrt{k} - \frac{3\pi}{8}) \\ \sin\left(1,5x - \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7}(\sqrt{k} - \frac{3\pi}{8}) \\ x = 1,5x - \frac{\pi}{8} = \sqrt{k} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \sqrt{k} + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{7}(\sqrt{k} - \frac{3\pi}{8}) \\ x = \frac{2}{3}(\sqrt{k} + \frac{\pi}{8}) \\ x = \frac{1}{2}(\sqrt{k} + \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}(\sqrt{k} - \frac{3\pi}{8}); \frac{2}{3}(\sqrt{k} + \frac{\pi}{8}); \frac{1}{2}(\sqrt{k} + \frac{\pi}{4})$$

$$n^0 3 \quad y < 0 \quad xy > 0 \Rightarrow x > 0$$

$$\left(\frac{-x^4}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$1) + x^{2\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$$x^{2\ln(-y)} = x^{4\ln(y)} \cdot x^{2\ln(x)} \cdot (-y)^{\ln(-y)} \quad | : x^{4\ln(y)} \quad \text{m.r. } x > 0$$

$$x^{3\ln(-y)} = x^{2\ln(x)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$$x^{3\ln(-y)} = x^{2\ln(x)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$$\text{Ответ: } e^2 - 3e^2$$

$$2) \text{ рассмотрим } y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 = f(x)$$

запишем y и выберем такое x_0 , чтобы $f(x)$ была многочленом.

$$f'(x) = 2y - 6x + 12 \quad \forall 0 = 2(y - 3x + 6) \quad \forall 0$$

$$\text{т.е. } f'(x) > 0, \text{ т.е. } x < \frac{y}{3} + 2$$

$$f'(x) < 0, \text{ т.е. } x > \frac{y}{3} + 2$$

$$\Rightarrow \text{используем } x = \frac{y}{3} + 2$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

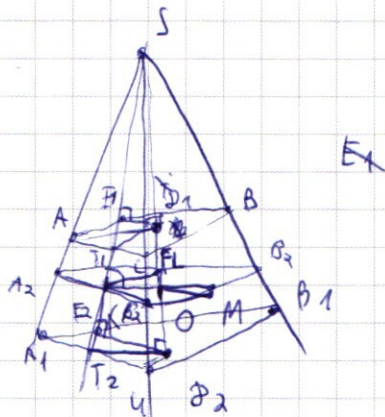
$$x^2 + 4(x + y - 4) + (-3x + y) = 0$$

$$(x - y - 4)(-3x + y) = 0$$

$$\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ -3x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

но 4



$A_2C_2B_2$ -cenerme /KLM/ ymm
 $A_2 \in SA, B_2 \in SB; C_2 \in SC$

Di-Beyern. Monarch Wolf.

δ_2 - unimodal modal core.

тузель (ABC) - тиктоосунтэ кыһаҕынан сиреҥа сүөһү,

а) A, B, C - молекулы, молекулярная цепочка (связь)
молекулы: $ABC, A-AB, B-BC, C-CA, A-BC, B-AC, C-AB, A-BC, B-AC, C-AB$

а) $A_1 B_1 C_1$ - плоскость, касательная к сфере сразу
касанию, т.к. $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$, т.к. $|AB| \parallel |A_1 B_1|$
аналогично, т.к. AK - ~~касательная~~ $\angle ASC$, т.к. SKO - ~~касательная~~ плоскости $ABCP$, $\angle C$

~~50-Ducce...~~ 50-Ducce... γ ...

↓
мысли $\downarrow \text{K} \cap \text{AC} = T_1$ $\downarrow \text{D}_1 \perp \text{D}_1 T_1 \vee \text{D}_2 \perp \text{D}_2 T_2$

треть $\int K \wedge A_1 C = T_1$
 $\int K \wedge A_1 C = T_2$

$$\therefore \cancel{ST + TL} + \cancel{SL + RL} \text{ m.k. } ST_1 = \frac{SL}{\cos \alpha \cos \theta}, \text{ m.k.}$$

ECM T₁N⁺T₁-chromol. monom
Zur Abn d. Coom, mo

$$\begin{aligned} ST_1 &= ST_1^{-1} = ST_1^{-1} \Rightarrow (ABC || LMK) \\ &\Rightarrow (A_1 B_1 C_1 || LMK) \end{aligned}$$
$$F_1 L = \cancel{F_2 L} + \cancel{T_1 L} \cdot \cancel{JL} \quad T_1 \rho_1 = +9 L + T_1 J \rho_1 \cdot J \rho_1$$

$JK = JM = JC$ - отрезки кон. к сфере.

мы сможем $E \vdash E_1 \perp \perp \vdash T_1$ $\therefore E_1, E_2 \in JK$

$$E_2 D_2 + ST_2$$

Melvin, who is ~~not~~ $\Delta \text{I} \hat{\nu} \Delta \text{I} \hat{\nu}_2$ (no jury or own
indictment.)

$$\frac{Q_1 T_1}{P_1 T_2} = \frac{\Delta ABC}{\Delta A B C_1} = \sqrt{\frac{S_{ABC}}{S_{A B C_1}}} = \frac{4}{3}$$

R - магнитное поле

$$\frac{I_{D1}}{I_{D2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow I_{D2} = \frac{1}{3} I_{D1} = 2 \mu A$$

$$\Rightarrow \int \omega_1 = 6R$$

$$\Rightarrow \rho_2 = 8R; \rho_Q = 7R, \text{ m.k. } \rho_2 = R$$

$$x = \frac{1}{2} \pi \Rightarrow \alpha = \Delta \text{ out } \frac{R}{\frac{1}{2} \pi} = \frac{R}{\frac{1}{2} \pi} = \frac{1}{\frac{1}{2} \pi}$$

$$\angle KJO = \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{5}$$

$$(0)d = \sqrt{1 - \frac{1}{49}} = \frac{4\sqrt{3}}{7} \quad \text{+gd} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\therefore T_2 \sin 2 = \frac{1}{2} R \quad \therefore T_2 = \frac{R}{\sin 2} = \frac{R}{\frac{1}{2}} = 2R$$

мысли $K \in \perp JO$, тогда $F \in JO$ и $F \in (KLM) \Rightarrow$

м.к. $(KLM) \parallel (ABC)$, и $(ABC) \perp JO$

$$\angle KJO = \alpha$$

$$\int F = \int \sin \alpha \cdot \int K = \int \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot JO = \frac{1}{4} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4} \cdot 4R = \frac{4\sqrt{3}}{4} R$$

м.к. $(KLM) \parallel (ABC)$, то $\triangle A_2 B_2 C_2 \sim \triangle ABC$

$$\Rightarrow \frac{\int A_2 B_2 C_2}{\int ABC} = K^2$$

↑
коэф. подобия

$$K = \frac{\int F}{\int ABC} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{4} R}{\frac{\sqrt{3}}{2} R} = \frac{8}{4}$$

$$\Rightarrow \int (A_2 B_2 C_2) = \frac{64}{49} \cdot 9 =$$

$$= \frac{576}{49}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1) при $\alpha < 4$ эти окружности не будут пересекаться ^{касаться} ~~пересекаться~~ первого уравнения, т.е. расстояния от O_1 до центров ≥ 4 $w_1(O_1, \alpha), w_2(O_2, \alpha), w_3(O_3, \alpha), w_4(O_4, \alpha)$ ~~и окружности не будут пересекаться~~
- 2) при $\alpha = 4$ ~~не~~ окружности ^{касаются} ~~пересекаться~~ с центром O_1 будут касаться ^{касаться} ~~пересекаться~~ $w = 8, \alpha$ остальных окр. не будут пересекаться
- 3) при $\alpha \in (4; 8)$ w_1 будет иметь 2 точки пересечения с ^{линией} ~~линией~~ AC (см. рис.) w_1 не будет перес. AB , w_2, w_3, w_4 не будут пересекаться ^{касаться} ~~пересекаться~~ w_1 будет иметь хотя бы одну общую точку $A \in AB$, не совп. с A w_1 будет иметь хотя бы одну общ. точку с AC (см. рис.) w_3 будет иметь хотя бы одну общ. точку $C \neq MK$
- 4) при $\alpha \geq 8$ w_1 будет иметь хотя бы одну общ. точку $A \in AB$, не совп. с A w_1 будет иметь хотя бы одну общ. точку с AC (см. рис.) w_3 будет иметь хотя бы одну общ. точку $C \neq MK$
- $\Rightarrow$
т.е. эти точки никогда не совп. друг с другом, то при $\alpha \geq 8$ будет ≥ 3 решения
- ответ: при $\alpha \in (4; 8)$

no 6

a) $CB = \sin \angle CAB \cdot R \cdot 2$
 R - радиус окруж.
 $R \cdot \angle CB$ - диаметр окруж.

$\angle CAD = 90^\circ$

аналогично $BD = \sin \angle BAD \cdot R \cdot 2 = (\cos \angle CAD) \cdot R \cdot 2 = (\cos \angle CAB) \cdot 2R$

$CF = \sqrt{CE^2 + DF^2} = \sqrt{\sin^2 \angle CAB \cdot R^2 \cdot 4 + \cos^2 \angle CAB \cdot R^2 \cdot 4} = 2R = 34$

b) т.к. AB - диаметр окружности и
 окружности радиус, то $\angle ACB = \angle BDA$, т.к. опираются на диаметр окруж.

т.к. $\angle ACB + \angle BDA = 90^\circ$, то $\angle ACB = 95^\circ = \angle BDA$

если $\angle CAB = d$, то

$CB = \sin d \cdot 2R$

$BD = \sin \angle BAD \cdot 2R = \sin(90^\circ - d) \cdot 2R = \cos d \cdot 2R$

$AB = 16$

$CF = 34$

$\Rightarrow \sin$

$\angle BCF = \frac{BF}{CB} = \frac{\cos d}{\sin d} = \cot d \Rightarrow$ т.к. $\angle BCF < 90^\circ$, то
 $\angle BCF = 90^\circ - d$

$\angle CFB = 90^\circ - \angle FCB = d$

$\angle ACF = 95^\circ + 90^\circ - d = 185^\circ - d$

$\sin \angle CFB = \frac{BF}{CF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$

$\angle ABC = 180^\circ - \angle ACB - \angle CAB = 185^\circ - d$

$AC = \sin(185^\circ - d) \cdot 2R$

$\cos \angle CFB = \frac{CF}{BF} = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$

$\angle ACF = \frac{1}{2} \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF =$

$\sin(35^\circ - d) = \sin(95^\circ + d) =$
 $= \sin 95^\circ \cos d + \sin d \cos 95^\circ =$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{23}{17}$

$= \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot 135^\circ - d) \cdot \sin(135^\circ - d) \cdot 2 \cdot 34 \cdot 17$

$= 2 \cdot 17^2 \cdot \sin^2(135^\circ - d) = 2 \cdot 17^2 \cdot \frac{23^2}{2 \cdot 17^2} =$

$= 23^2 =$
 $= 529$

ответ: 34, 529

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$$y = 3^x + 4 \cdot 3^{28} = A$$

$$y = 93 + 3(3^{24} - 1)x = B$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{24} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 3 \cdot 31 + x \cdot 3^{28} - 3x$$

$$3^x + 3x < 3^{28}(x-4) + 3 \cdot 31$$

$$B - A = 3^{28}(x-4) + 93 - 3x - 3^x > 0$$

$$\text{при } x \leq 4 \quad B - A < 0 \text{ т.к. } 3^{28} + 93 - 12 - 3^4 < 0$$

$$\text{при } x = 4$$

$$3^{28} \cdot 93 - 12 - 3^4 = 93 - 93 = 0$$

не най.

$$3 \cdot 1 \cdot 3^{24}(x-4) - x - 3^x + 93 < 0$$

$$\text{при } x < 4$$

$$\text{при } x < 0$$

$$3^{24}(x-4) - x < -3^{24}$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

при $x > 4$:

$$x < 4$$

$$f(x) = 3^{28}(x-4) + 93 - 3x - 3^x$$

$$f'(x) = \ln 3^{28} - 3 - \ln 3 e^x$$

$$f'(x) = 0, \text{ при } \ln 3 \cdot e^x = 3^{28} - 3$$

$$e^x = \frac{3^{28} - 3}{\ln 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 3^4}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^x(3^0 - 1)}{x-4}$$

$$0 \vee f'(x)$$

$$\text{при } x < x_0$$

$$f'(x) > 0$$

$$x > x_0: f'(x) < 0$$

$$x_0 = \ln \left(\frac{3^{28} - 3}{\ln 3} \right) \approx \ln 3 + \ln(3^{24} - 1) - \ln(\ln 3) < \ln 3 + 24 \ln 3 - \ln(\ln 3) =$$

$$= 28 \ln 3 - \ln(\ln 3)$$

$$\text{при } x = 32: f(x) = 3^{28} \cdot 28 + 93 - 3 \cdot 32 - 3^{32} \cdot 81 = -53 \cdot 3^{28} + 93 - 3 \cdot 32 < 0$$

$$\text{при } x = 31: f(x) = 3^{28} \cdot 27 + 93 - 3 \cdot 31 - 3^{31} \cdot 27 = 93 \cdot 27 = 0$$

т.к. будет максимум

$$\text{при } x = 4 \quad f(x) = 0$$

$$\text{при } x = 31 \quad f(x) = 0$$

$$\text{то при } x \in (5; 30] \quad f(x) > 0$$

⇒ при максимуме $f(x)$ будет x будет $f(x)$ будет максимум

Всего будет

$$\sum_{i=5}^{30} f(x_i) \text{ при } (x_i)$$

$$\sum_{i=5}^{30} (3^{28}(i-4) + 93 - 3i - 3^i)$$

$$= 3^{28} \cdot 351 + 1053 - \sum_{i=5}^{30} 3^i$$

$$\sum_{i=5}^{30} 3^i = \frac{3^{31} - 3^5}{3 - 1} = \frac{3^{31} - 243}{2} = 3^{30} - 121.5$$

№ 5

$$y = -x - 8$$

$$\begin{cases} 1) |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ 2) (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y \geq x+8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$x = 0$$

$$2) \begin{cases} y \geq x+8 \\ y \leq -x-8 \end{cases} \quad -x-y-8 + x-y+8 = 16$$

$$y = -8$$

$$3) \begin{cases} y \leq x-8 \\ y \geq -x-8 \end{cases} \quad x+y-8 - x+y-8 = 16$$

$$x+y = 8$$

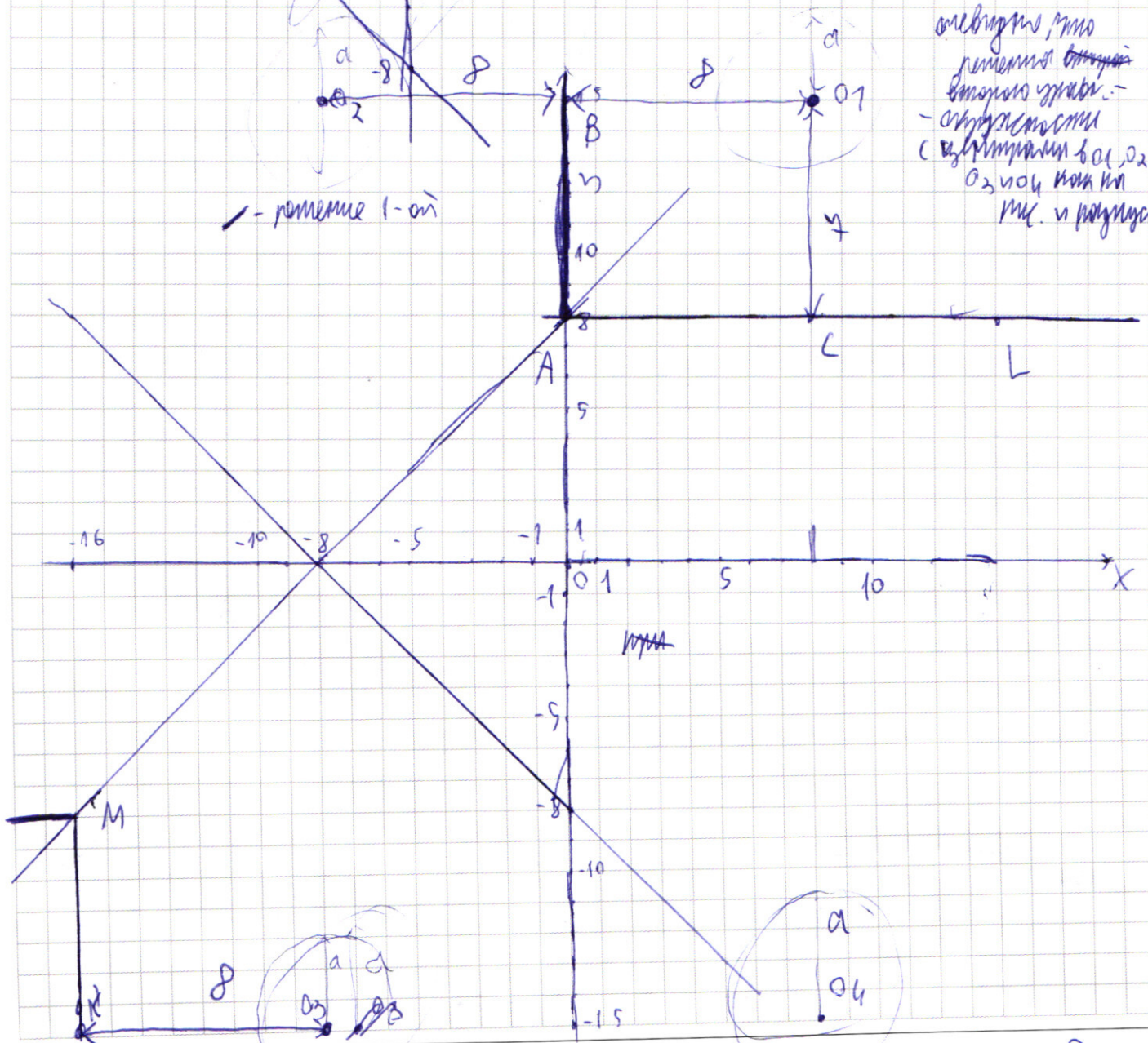
$$4) \begin{cases} y \leq x+8 \\ y \leq -x-8 \end{cases}$$

$$-x-y-8 - x+y-8 = 16$$

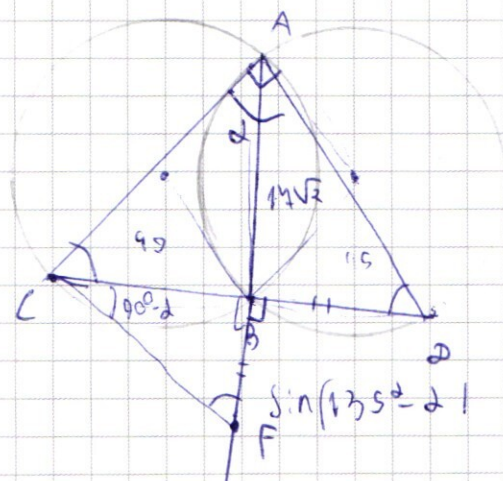
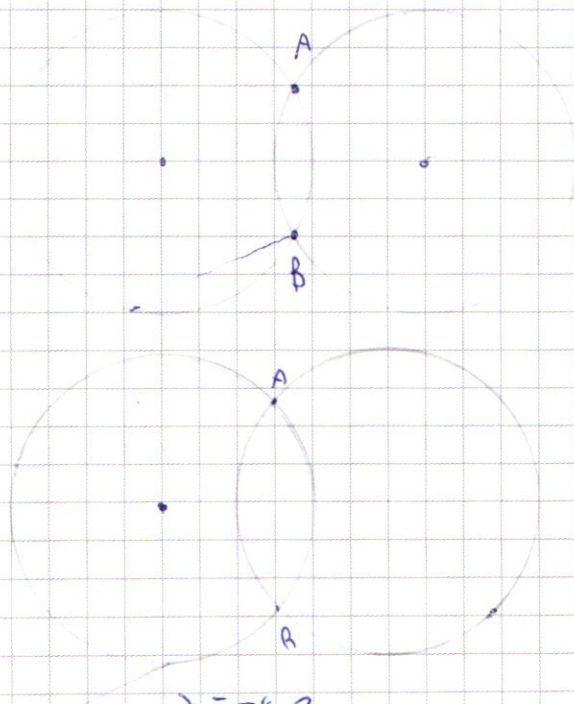
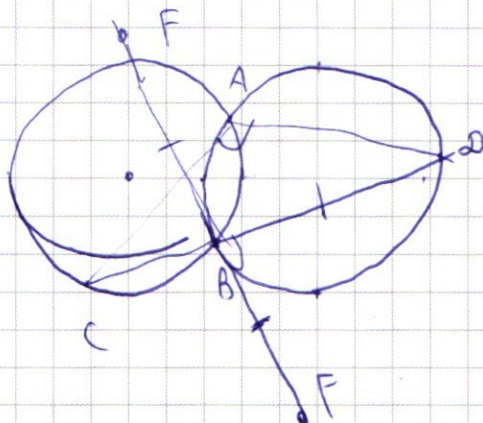
$$x = -16$$

определить, что
решение системы
второго уравнения:
- окружности
(с центрами в O_1, O_2
 O_3 и O_4 и радиусами
15 и 8)

— решение 1-ой



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$b = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$y = -x - 2$$

~~$$(x+2)^2 - 4(x+2)x + x^2$$~~

$$(x+2)^2 - 4(x+2) - 3x^2 + 12x - 8x - 8 = 0$$

~~2x~~

$$2x - 6x + 12 = 0$$

$$y - 3x + 6 = 0$$

$$y = 3x - 6$$

$$(3x-6)^2 + 2x(3x-6) -$$

$$-3x^2 + 12x + 12x - 24$$

$$9x^2 + 6x^2 - 3x^2 - 36x - 12x + 12x + \frac{12x + 1}{\sin}$$

$$12x^2 - 29x + 12 = 36 - 24$$

$$B_2 = 39 - (0.12)$$

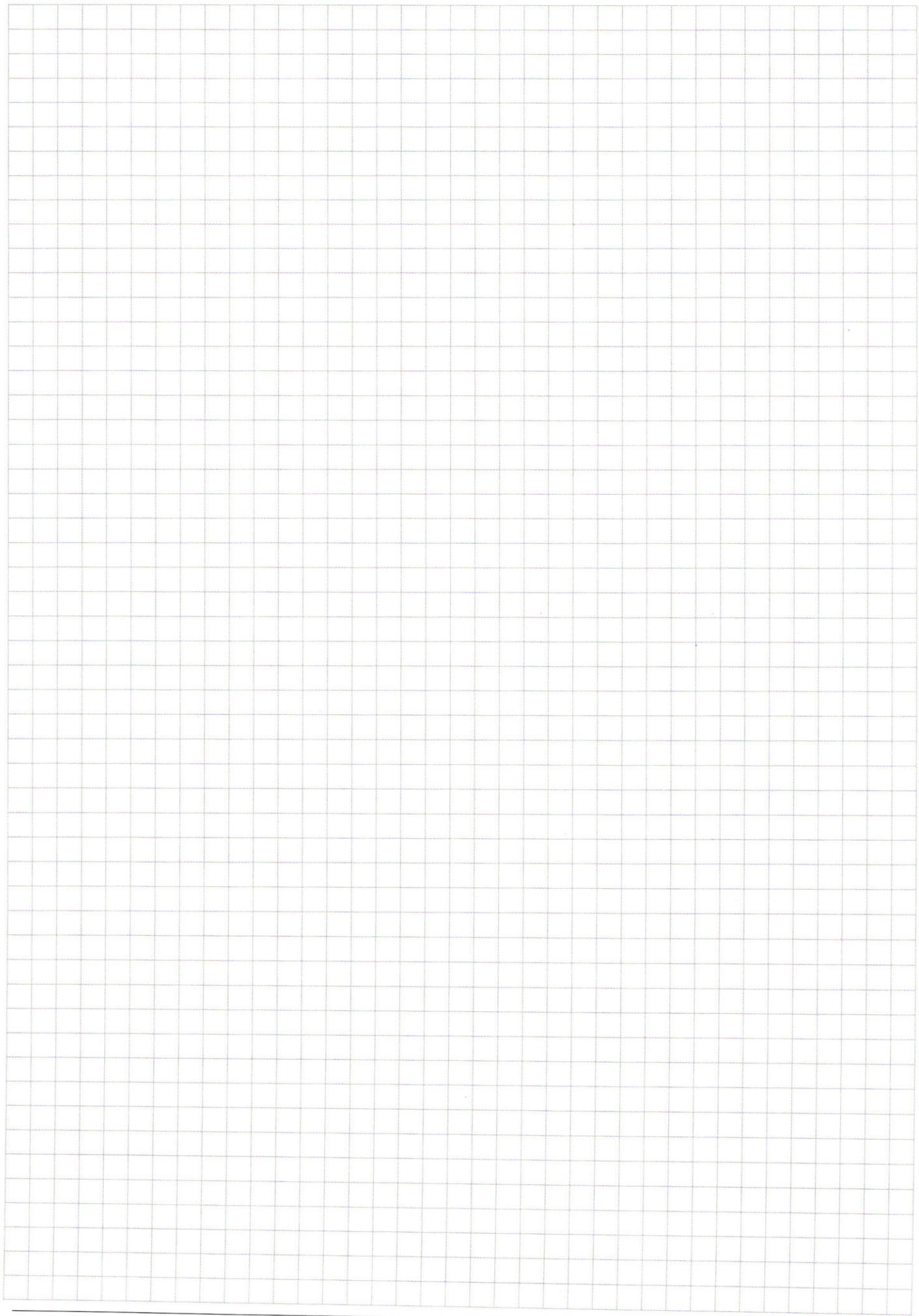
$$BF = 391012$$

$$\tan \angle FCB = \tan \angle C$$

$$+ \infty \leftarrow ACF = \frac{\cancel{1 + \frac{1}{\tan d}}}{1 - \frac{1}{\tan d}} = \frac{1 + \frac{1}{\tan d}}{1 - \frac{1}{\tan d}} = \frac{\tan d + 1}{\tan d - 1}$$

$$\tan \theta = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1}$$

$$\frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1 + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)