

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{5} \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16. & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) Раскрываем ~~сумму~~ 4 случая:

$$1) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+y+8 + x-y+8 &= 16. \\ 2x+16 &= 16 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+y+8 - x+y-8 &= 16. \\ 2y &= 16 \quad y = 8. \end{aligned}$$

$$3) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \end{cases}$$

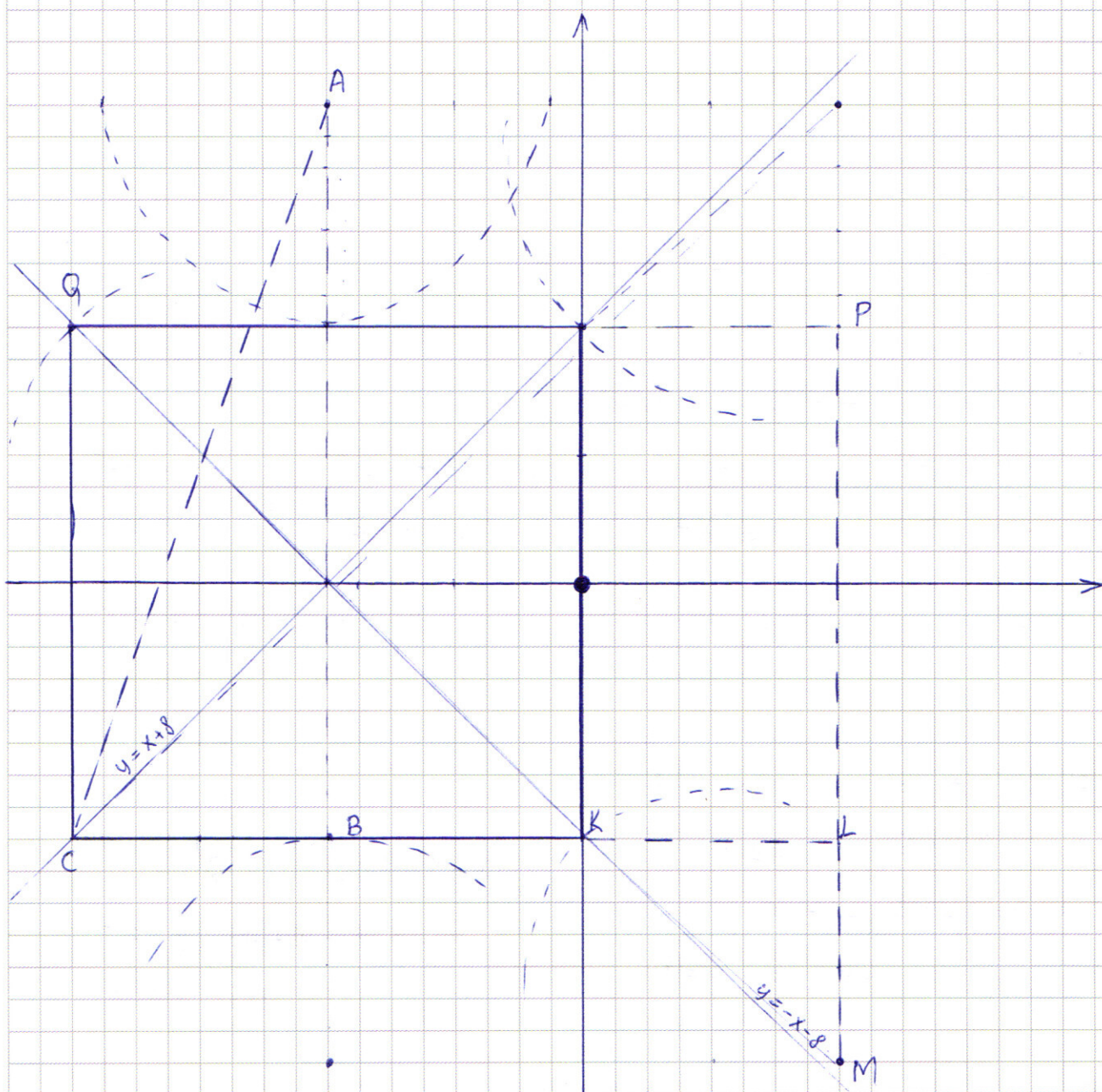
$$\begin{aligned} -x-y-8 + x-y+8 &= 16 \\ -2y &= 16 \\ y &= -8. \end{aligned}$$

$$4) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x-y-8 - x+y-8 &= 16. \\ -2x &= 32 \\ x &= -16. \end{aligned}$$

(2) Окружности с центрами $O_1(8; 15)$; $O_2(-8; 15)$ и $O_3(8; -15)$; $O_4(-8; -15)$

радиусом $R = \sqrt{a}$



Для окружностей O_2 и O_4 : радиус, когда касаются
 $R = 7$, потом до момента $R = \sqrt{64 + 8^2 + 23^2}$ будут иметь
 два решения, после при $R > \sqrt{64 + 23^2}$ решений нет $\Rightarrow$
 $a_{24} \in (49; 593]$

Рассмотрим окружности O_3 и O_1 , первый из касается ~~вырученной~~
~~единица~~ графика функции (1), когда $R = \sqrt{4^2 + 8^2}$ - из $\triangle KLM$, потом
 будут иметь 2 решения до $R = \sqrt{23^2 + 24^2}$ из $\triangle MPQ \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow a \in (113; 1105]$$

$$\begin{cases} a \in (113; 1105) \\ a \in (49; 593] \end{cases} \Rightarrow a \in (49; 1105)$$

Отв: $a \in (49; 1105)$

$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(-\frac{x^4}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad 3x^2 - x(12 + 2y) - (y^2 + 4y) = 0$$

$$D = (12 + 2y)^2 + 4(y^2 + 4y) = 144 + 48y + 4y^2 + 4y^2 + 16y = 16y^2 + 64y + 144 = 16(y^2 + 4y + 9)$$

$$\sqrt{D} = 4(y + 3)$$

$$x_1 = \frac{12 + 2y - 4y - 12}{12} = \frac{-2y}{12} = -\frac{1}{3}y$$

$$x_2 = \frac{12 + 2y + 4y + 12}{12} = y + 4$$

$$(1) \begin{cases} \ln\left(-\frac{x^4}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) \\ y < 0 \quad x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \ln(-y)(\ln(x)^4 - \ln(-y)) &= 2(\ln x + 2\ln y) \cdot \ln x \\ 4\ln(-y)\ln(x) - \ln^2(-y) &= 2\ln^2 x + 4\ln x \cdot \ln y \end{aligned}$$

$$2\ln^2 x + \ln^2(-y) - 3\ln(-y)\ln(x) = 0$$

$$2\ln^2 x - 2\ln(-y)\ln(x) + \ln^2(-y) - \ln(-y)\ln(x) = 0.$$

$$2\ln(x)(\ln(x) - \ln(-y)) - \ln(-y)(\ln(x) - \ln(-y)) = 0$$

$$\ln(x) - \ln(-y) = 0 \quad \text{или} \quad 2\ln x - \ln(-y) = 0.$$

$$1) x = -\frac{1}{3}y$$

$$\ln(-\frac{1}{3}y) - \ln(-y) = 0.$$

$$\ln(-\frac{1}{3}) = 0$$

решений нет.

$$2) x = -\frac{1}{3}y$$

$$2\ln(-\frac{1}{3}y) - \ln(-y) = 0.$$

$$\ln(-\frac{1}{9}\frac{y^2}{-y}) = 0$$

$$\ln(-\frac{1}{9}(-y)) = 0$$

$$-\frac{1}{9}y = 1 \Rightarrow y = -9$$

$$x = 3$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$3) x = y + 4$$

$$\ln(y+4) - \ln(-y) = 0.$$

$$\ln\left(\frac{y+4}{-y}\right) = 0$$

$$\frac{y+4}{-y} = 1.$$

$$y+4 = -y$$

$$2y = -4$$

$$y = -2.$$

$$x = 2$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$4) x = y + 4$$

$$2\ln(y+4) - \ln(-y) = 0.$$

$$\frac{(y+4)^2}{-y} = 1$$

$$y^2 + 8y + 16 = -y$$

$$y^2 + 9y + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 = 17 \quad \sqrt{D} = \sqrt{17}.$$

$$y_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} \quad x_1 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{2} + 4$$

$$y_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \quad x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} + 4$$

пара не подходит
так как $x > 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$X = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$X = \frac{2\pi}{4} - \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7} n f, f \in \mathbb{Z}$$

$$X = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3} \pi d, d \in \mathbb{Z}$$

Отв: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{28} + \frac{2}{7} n f, f \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3} \pi d, d \in \mathbb{Z}.$

① 64827

Разделим число 64827.

Получим: $64827 : 3 \Rightarrow 21609 : 3 \Rightarrow 7203 : 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2401 : 7 \Rightarrow 343 : 7 \Rightarrow 49 : 7 \Rightarrow 7 : 7 \Rightarrow 1.$

Тогда: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$

В 8-м значении числа три 3, 4 четверки 7 и 1 единица.

Тогда: $\underbrace{3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3} \underbrace{x3}_{x3}$

если на первое место ставим 3, тогда число

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^7, \text{ т.е. можно выбрать } 3, 7 \text{ или } 1$$

если ставим на первое место число 4, тогда число 3^7 .

Если ставим на первое место число 1, тогда число 2^7 т.е. можно выбрать число 3 или 4.

Тогда всего чисел: $3^7 + 3^7 + 2^7$

Всего Отв: $2 \cdot 3^7 + 128.$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-9 \end{cases} ; \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{-1+\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{-9+\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Ans: $(3, -9); (2, -2); \left(-\frac{1+\sqrt{15}}{2}, -\frac{9+\sqrt{15}}{2}\right)$.

② $\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

~~$$2 \sin\left(\frac{7x+3x}{2}\right) \cos\left(\frac{7x-3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$2 \sin\left(\frac{7x+3x}{2}\right) \cos\left(\frac{7x-3x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$2 \sin 5x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$2 \sin 5x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$~~

~~$$\sin 5x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$~~

~~$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \text{или} \quad \sin 5x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$~~

~~$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + nk; k \in \mathbb{Z}$$~~

~~$$2 \sin\left(\frac{4x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0$$~~

~~$$2x = \frac{\pi}{4} + nk; k \in \mathbb{Z}$$~~

~~$$\sin \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = 0 \quad \text{или} \quad \cos \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = 0$$~~

~~$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k; k \in \mathbb{Z}$$~~

~~$$\sin \frac{7x}{2} = -\frac{\pi}{8}; \frac{7x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$~~

~~$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$~~

~~$$x = \frac{2\pi n}{7} - \frac{\pi}{28}; n \in \mathbb{Z}$$~~

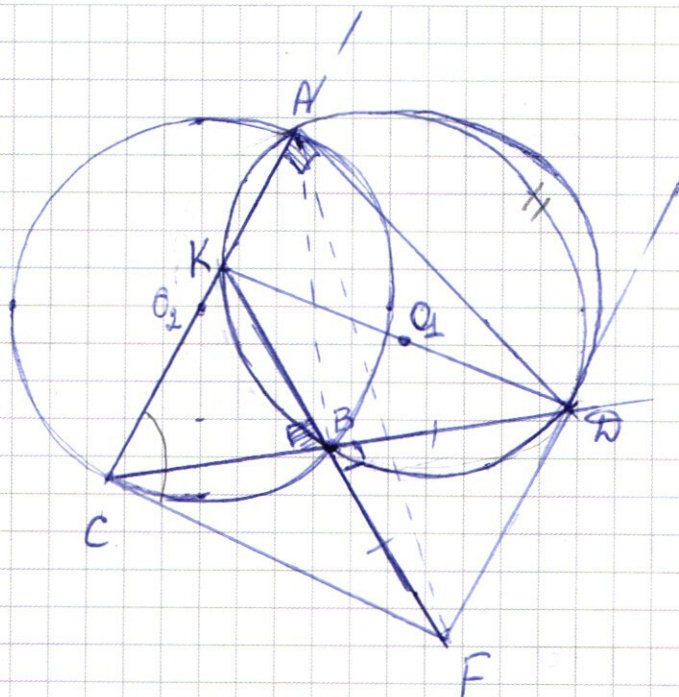
~~$$\frac{3x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi n$$~~

~~$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} n$$~~

ПРОДОЛЖЕНИЕ НА ПОСЛЕДНЕЙ СТРАНИЦЕ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑥



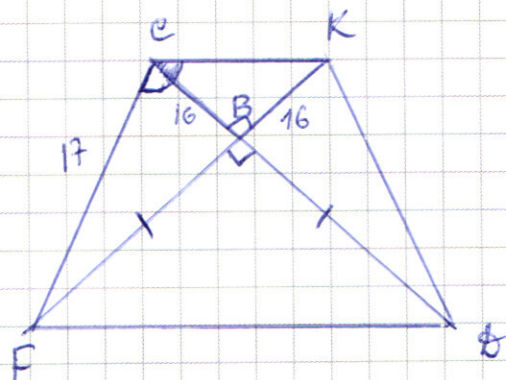
1) $\angle KB\hat{A}$ - вписан в окружность $O_1 \Rightarrow KB$ - диаметр.
 $\varphi \in A$ тоже вписан в окружность $O_1 \Rightarrow \cancel{KB} - X\hat{A}$ - диаметр,
 где X - произвольная точка.
 Но из точки A можно провести только 1
 диаметр $\Rightarrow X = K$

2) Рассмотрим $\triangle C A D$ и $\triangle A B F$

$\angle B$ - вписанный в окружность $O_2 \Rightarrow AC$ - диаметр, $\Rightarrow$
 $\Rightarrow AC = AD = 2r \Rightarrow \triangle ACD - \text{p.o.} \Rightarrow \angle ACD = \angle ADE = 45^\circ$
 $\triangle BDF$ - н.у., $BD = BF$ - по условию $\Rightarrow$
 $\triangle BDF - \text{p.o.} \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle D = \angle ADC + \angle BDF = 90^\circ$

3) Рассмотрим $\triangle AEC$ и FAD и AD секущая.
 тк $\angle CAD = \angle ADF = 90^\circ \Rightarrow AC \parallel FD$.

4) Рассмотрим четырехугольник $FCKD$:
 $CF \parallel FD \Rightarrow FCKD$ - трапеция.



тк $BF = BD$ - по условию, а
 $CK \parallel FD \Rightarrow CB = BK \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CBF = \triangle KBD$ по двум
 сторонам и углу $\Rightarrow$
 $\Rightarrow CF = KD = 2r = 34$.

а) Ответ: $CF = 34$.

б) Рассмотрим $\triangle AEF$

AE - диаметр $\Rightarrow AC = 2r$; $CF = 2r \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ACF$ - $\triangle$.

Найдем $\angle FCK$.

$\angle FCK = \angle KCB + \angle FCB$

тк $\triangle BCK$ - $\triangle$ $\triangle$ $\Rightarrow \angle BCK = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$.

тк $\triangle FCB$ $\angle FCB = \arccos \frac{16}{17}$.

$\Rightarrow \angle FCK = \left(\arccos \frac{16}{17} + \frac{\pi}{4} \right)$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle FCK =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot 34 \cdot \sin \left(\arccos \frac{16}{17} + \frac{\pi}{4} \right) = 578 \sin \left(\arccos \frac{16}{17} + \frac{\pi}{4} \right)$$

Ответ: а) 34

б) $578 \sin \left(\arccos \frac{16}{17} + \frac{\pi}{4} \right)$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Смб! $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k; k \in \mathbb{Z}$

$\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi f}{7}; f \in \mathbb{Z}$

$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi d}{3}; d \in \mathbb{Z}$

$$2 \sin\left(\frac{4x-3x}{2}\right)^{\frac{\pi}{2}} \cdot \cos(\cancel{4x} 5x) + \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 5x + \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 5x + \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 5x + \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

~~2 \cos~~

$$2 \cos\left(\frac{4x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \left(\cancel{\cos} \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \frac{4x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi d, d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7x}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} + \pi d, d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 3x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi d, d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi d}{3}, d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

~~Ans. $\frac{\pi k}{2} - \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3334

①

$$\begin{array}{r} 64827 \\ - 63 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 2169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2169 \\ \hline 423 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423 \\ \hline 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \\ \hline 31 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 3 \end{array}$$

216

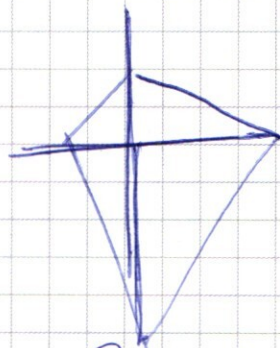
$$\begin{array}{r} 64827 \\ - 63 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 02 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 21609 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \\ \hline 4203 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 4203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4203 \\ \hline 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 2401 \end{array}$$

48

3334



$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 21 \\ \hline 304 \\ - 28 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ - 28 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

34

$$\begin{array}{r} 64827 \\ \hline 6 \\ \hline 04 \\ - 3 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 027 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 21609 \end{array}$$

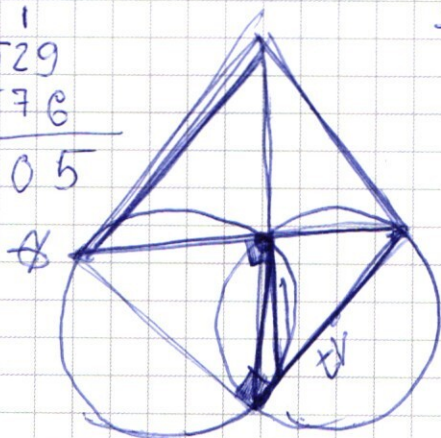
$$\begin{array}{r} 21609 \\ - 21 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 4203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4203 \\ \hline 3 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ - 3 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 027 \\ 11 \\ + 529 \\ + 576 \\ \hline 1105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 21 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 3043 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3043 \\ - 28 \\ \hline 24 \\ - 21 \\ \hline 33 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 43 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

49.

$$7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343 \cdot 7 = 2401$$

$$\cos^4 x + \cos^3 x + \sin^4 x - \sin^3 x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin \frac{4x+3x}{2} \sin \frac{4x-3x}{2} + 2 \sin \frac{4x-3x}{2} \cos \frac{4x+3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin 5x \cdot \sin 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \cos 4x \cdot \sqrt{2} = 0.$$

cos

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} \cos 4x = 0$$

~~sin(4x + \frac{\pi}{4})~~

$$\cos(4x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin \frac{4x - \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{4x - \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} + \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0.$$

$$2 \sin 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) - \sin(4x - \frac{\pi}{2}) = 0.$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 764 \\ 113 \end{array}$$

$$\sin 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) - \sin(2x - \frac{\pi}{4}) \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad \text{или} \quad \sin 5x - \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0.$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ 64 \\ 593 \\ 2 \end{array}$$

$$7 + 16 = 23$$

$$2 \sin \frac{5x - 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{5x + 2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$23^2 + 16^2$$

$$\sin(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}) = 0 \quad \cos(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ 69 \\ 46 \\ 529 \end{array}$$

$$(-8; +15) \quad a \in (7; \sqrt{23^2 + 8^2})$$

$$(8; 15)$$

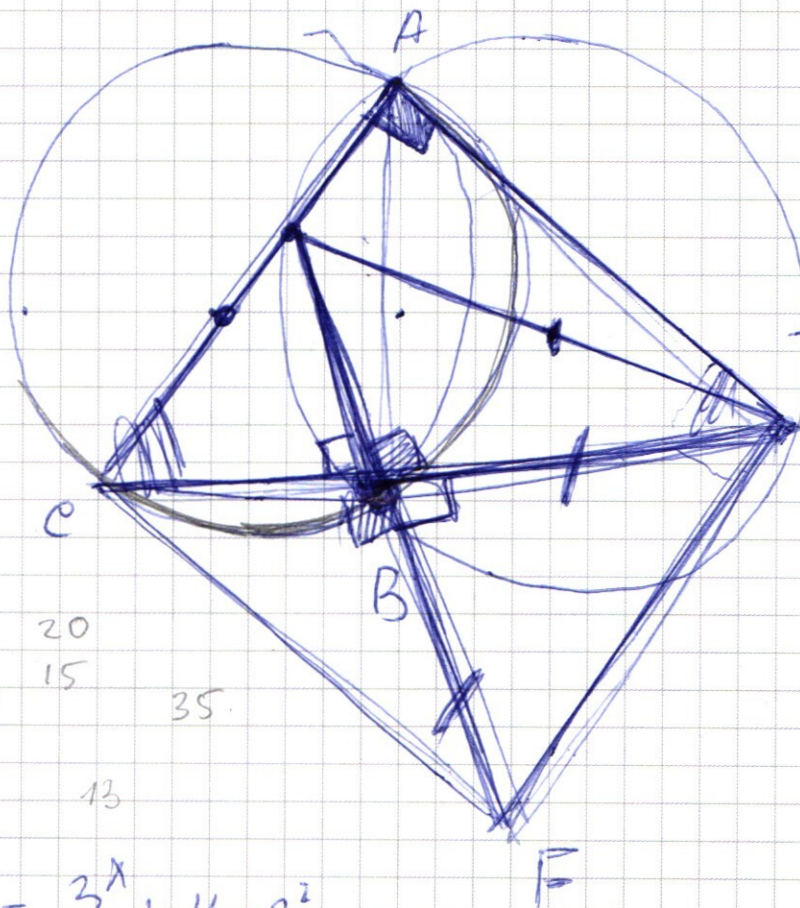
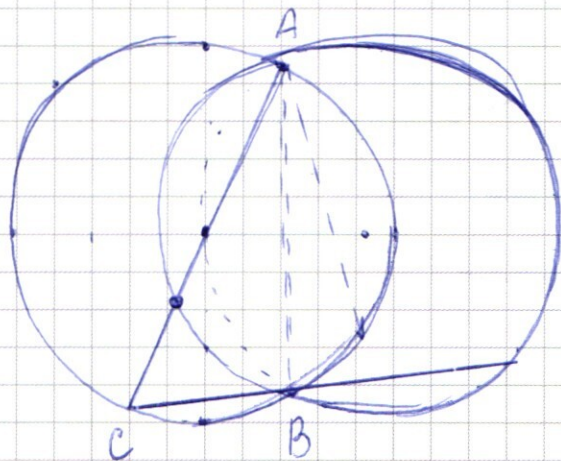
$$(-8; -15) - \text{аналогично.}$$

$$a \in (7^2 + 8^2)$$

$$a \in (4)$$

$$a \in (\sqrt{113}, \sqrt{23^2 + 16^2})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

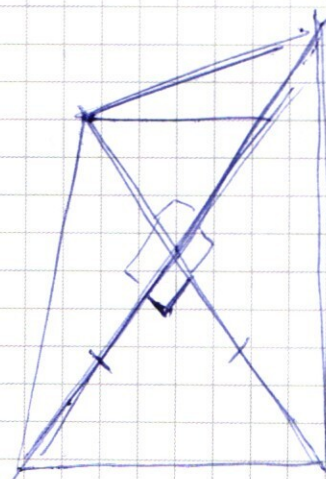


20
15
20 35
13

$$y = 3^x + 4 \cdot 3^2$$

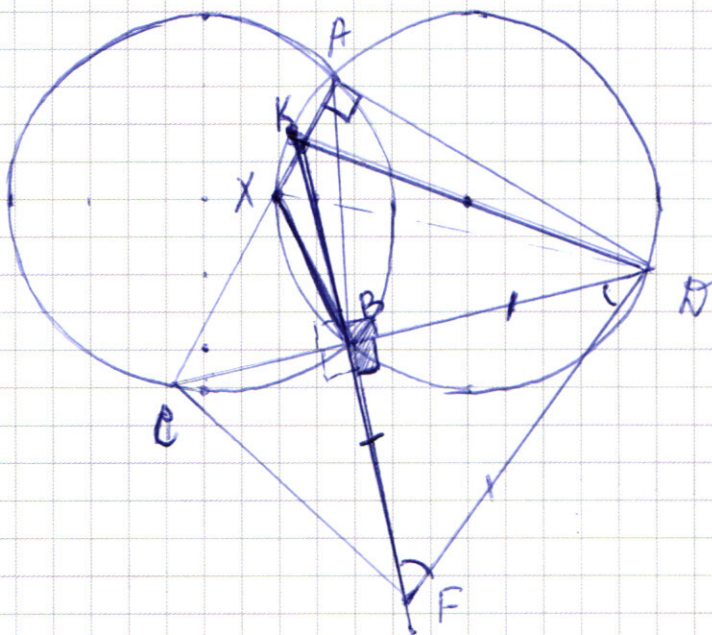
$$\begin{array}{r} 2 \\ 17 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ 51 \\ \hline 578 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 17 \\ \times 34 \\ \hline 68 \\ 51 \\ \hline 578 \end{array}$$



64897.
Раздвини

6



1) $\triangle FBA \sim \triangle BDC$ и n/y .

Рассмотрим

2) так $\angle KBA$ - вписанный в окружность $\Rightarrow KB$ - диаметр $\Rightarrow$

$$\Rightarrow KB = \sqrt{CB^2 + BD^2}$$

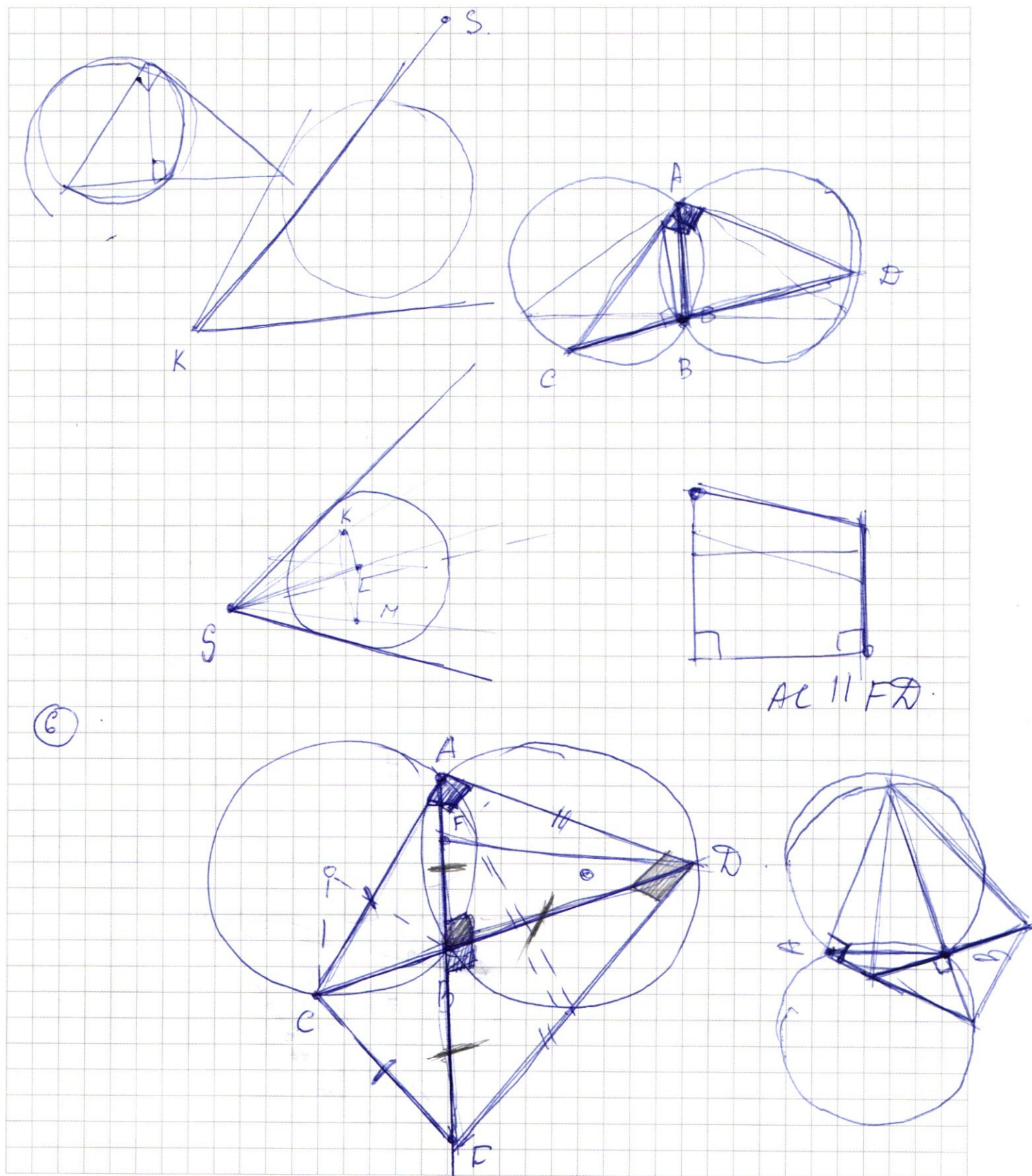
3) $\angle ABC$ также вписанный в окружность $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ - диаметр.

2*) Если A тоже вписанный $\Rightarrow XD$ тоже диаметр, но через одну точку можно провести только один диаметр $\Rightarrow XD = KB \Rightarrow X = K \Rightarrow$

$\Rightarrow KB$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



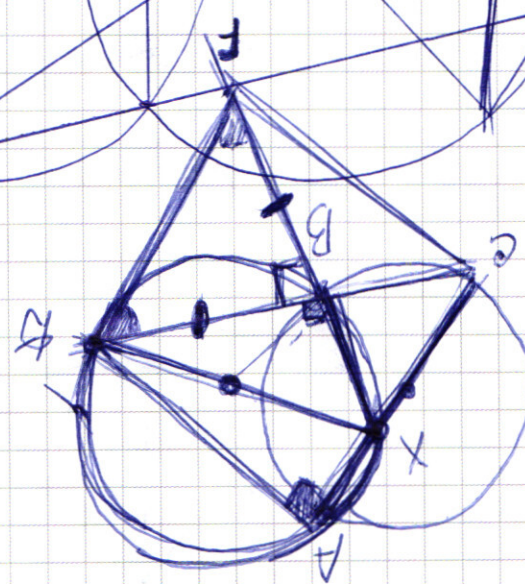
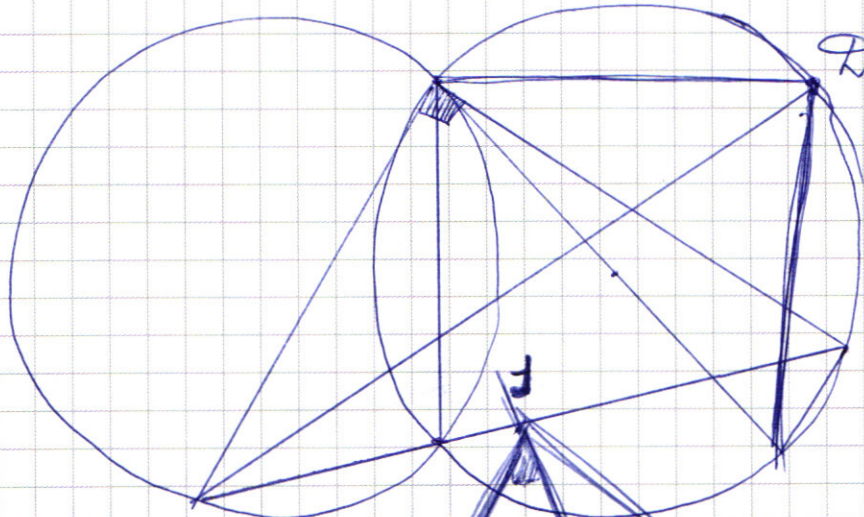
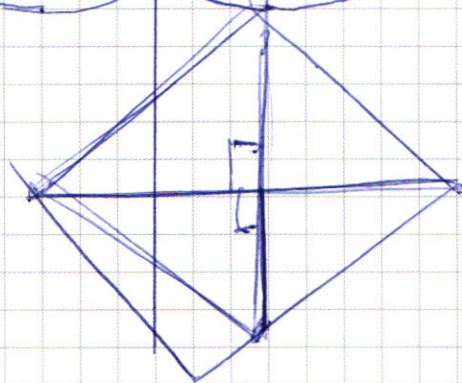
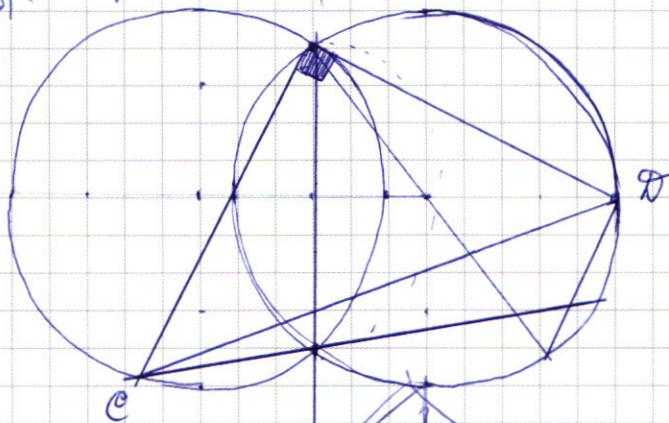
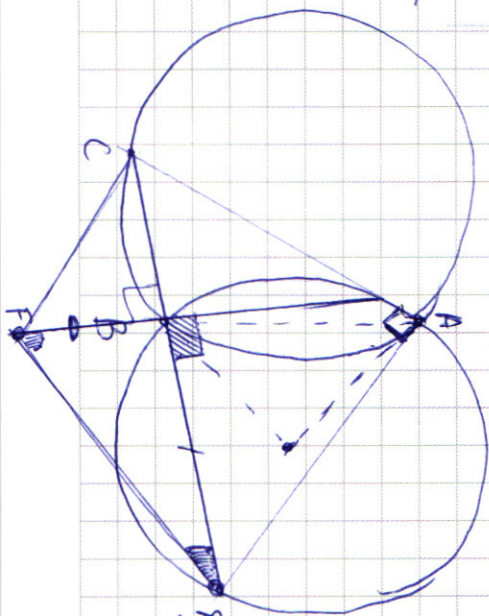
$$\begin{array}{r} 64827 \\ - 2 \\ \hline 04 \\ - 3 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 21609 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \\ - 6 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 21 \\ \hline 30 \\ - 28 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ - 28 \\ \hline 63 \end{array}$$

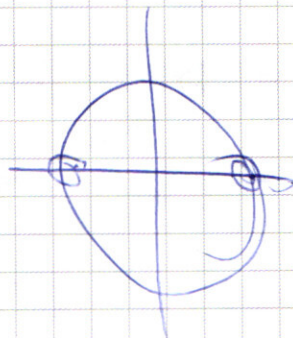


$$\begin{aligned} y &> 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y &\leq 93 + 3^x + 3^{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &> 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y &\leq 93 - 3^x - \end{aligned}$$

60
33377777

33377777



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$y^2 + y(2x+4) - (3x^2 - 12x) = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (2x+4)^2 + 4(3x^2 - 12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x \\ &= 16x^2 - 32x + 16 = 16\left(x^2 - 2x + 1\right) = 16(x-1)^2 \end{aligned}$$

$$(1) \quad \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\ln(-y) \cdot \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(x \cdot y^2) \cdot \ln x$$

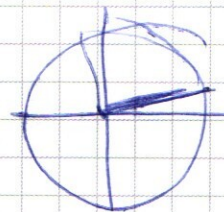
$$\ln(-y)(\ln x^7 - \ln y) = 2(\ln x + \ln y^2) \cdot \ln x$$

$$7\ln(-y)\ln x - \ln^2(-y) = 2\ln^2 x + 4\ln y \cdot \ln x$$

$$(1) \quad \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln} \ln x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\ln(-y) \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(xy^2) \ln x$$

$$\begin{aligned} \ln(-y)(\ln x^7 - \ln y) &= 2(\ln x + 2\ln y) \ln x \\ \ln(-y) \cdot 7\ln x - \ln^2(-y) &= 2\ln^2 x + 4\ln(-y) \cdot \ln x \end{aligned}$$



$$2\ln^2 x + \ln^2(-y) - 3\ln(-y)\ln(x) = 0.$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 12x - 2xy - 4y - y^2 = 0.$$

$$3x^2 - x(12+2y) - (4y+y^2) = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (12+2y)^2 + 12(4y+y^2) = 144 + 48y + 4y^2 + \\ &+ 24y + 12y^2 = 16y^2 + 72y + 144 = \\ &= 16(y^2 + 6y + 9) \end{aligned}$$

$$D = 4(y+3)^2$$

$$x_1 = \frac{12+2y+4y+12}{6} = \frac{6y+24}{6} = y+4 \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{12+2y-4y-12}{6} = \frac{-2y}{6} = -\frac{1}{3}y \quad (1)$$

$$2\ln^2(y+4) + \ln^2(-y) - 3\ln(-y)\ln(y+4) = 0.$$

$$2\ln^2(y+4) - 2\ln(-y)\ln(y+4) + \ln^2(-y) - \ln(-y)\ln(y+4) = 0.$$

$$2\ln^2(y+4)(\ln(y+4) - \ln(-y)) + \ln(-y)(\ln(y+4) - \ln(-y)) = 0$$

$$2\ln(y+4) - \ln(-y) = 0 \text{ или } \ln(y+4) - \ln(-y) = 0$$

$$x-y+8=0 \quad y = x+8$$

$$x+y+8+x-y+8=16$$

$$2x = 8$$

$$x = 0.$$

$$x-y+8=0$$

$$y = x+8$$

$$x+y+8=0$$

$$y = -x-8$$