

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} (\cos 3x - \sin 3x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}} \right) =$$

$$= \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\Rightarrow (\cos 2x + \sin 2x) \left(2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 & (1) \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cos 2x + \sin 2x = 0; \quad \tan 2x = -1; \quad 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n;$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$(2) 2 \cos \frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \left(\frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2}{7}\pi n \\ x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2}{4}\pi n$$

$$x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n, \text{ где } \mathbb{Z}$$

№ 3.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y & (2) \end{cases}$$

Условие существования
лог-ов:

$$\begin{cases} -y > 0 & y < 0 \\ y^2 > 0 & x > 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\Delta = (2x+4)^2 - 4(-3x^2+12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$$

$$y_1 = \frac{-2x-4 + 4x-4}{2} = x-4$$

$$x-4 < 0 \Rightarrow x < 4 \\ \text{но } x > 0 \\ \Rightarrow x \in (0; 4)$$

$$y_2 = \frac{-2x-4 - 4x+4}{2} = -3x$$

$$y = x-4 \quad (3)$$

$$\left(-\frac{x}{x-4}\right)^{\ln(-(x-4))} = x^2 \ln x (x-4)^2$$

$$\left(\frac{x}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^2 \ln x (4-x)^2$$

Пусть $\ln x = a$; $\ln(4-x) = b$. Возьмем лог от
обеих частей.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln \frac{x^7 \ln(4-x)}{4-x} = \ln x^{2 \ln x (4-x)^2}$$

$$\ln(4-x) (7 \ln x - \ln(4-x)) = \ln x (2 \ln x + 4 \ln(4-x))$$

$$b(7a - b) = a(2a + 4b)$$

$$7ab - b^2 = 2a^2 + 4ab; \quad 2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a_1 = \frac{3b + b}{4} = b$$

$$a_2 = \frac{3b - b}{4} = \frac{b}{2}$$

Обр-ая замена:

$$\begin{cases} \ln x = \ln(4-x) \\ \ln x = \frac{\ln(4-x)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4-x \quad \text{или} \quad x^2 = 4-x \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} = 1 \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} = -2$$

не
подх-ит

$$y = -3x \quad \text{в } \textcircled{1}$$

$$\left(-\frac{x^7}{-3x} \right) \ln(+3x) = x^{2 \ln x} 9^{x^2}$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right) \ln 3x = x^{2 \ln x} 9^{x^2}$$

$$\ln \left(\frac{x^6}{3} \right) \ln 3x = \ln x^{2 \ln x} 9^{x^2} = 2 \ln x^{3g}$$

$$\ln 3x (6 \ln x - \ln 3) = \ln x (6 \ln x - 4 \ln 3)$$

$$\ln 3 = a \ln x = b; \quad a \neq 0$$

$$(a+b)(ab-b) = (a+b)(bb-a) = b(bb-a)$$

$$bab - a^2 + bb^2 - ab = bb^2 - ab$$

$$a^2 = 7ab = 0; \quad a(a-b) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a=0 \text{ не подходит} \\ a=b \end{array} \right.$$

Правильная

$$\ln 3 = b \ln x; \quad x^b = 3; \quad x = \sqrt[b]{3}$$

$$\text{Ответ: } (1; -3) \left(\sqrt[3]{3}; -3\sqrt[3]{3} \right). \quad y = -3\sqrt[3]{3}$$

№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16. & (2) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a. & (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$$

уравнение

окрестности с уг. $(8; 15); (8; -15); (-8; 15); (-8; -15).$

$$и R = \pm a$$

$$(2) \quad |x+y+8| + |x-y+8| = 16.$$

Нужно рассмотреть

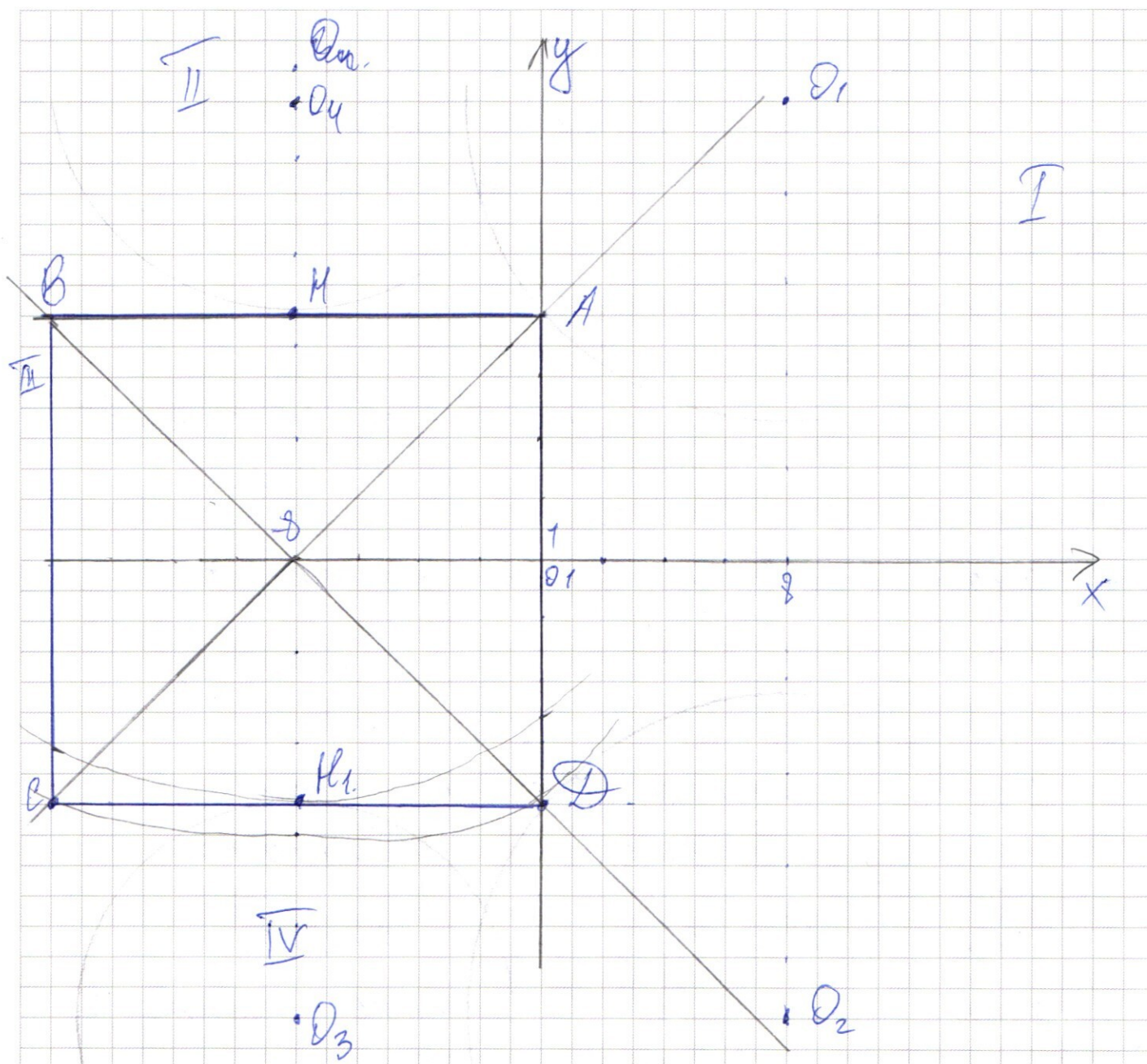
$$x+y+8=0$$

$$x-y+8=0$$

$$\begin{cases} y = -x-8 \\ y = x+8 \end{cases} \begin{matrix} \text{м.п.} \\ (-8; 0) \end{matrix}$$

Методом Истины проверяем знаки модулей
определим знаки модулей
I (0; 0) $0+0+8 > 0$ $0-0+8 > 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



значит

$$x+y+8+x-y+8=16 \quad x=0. \quad \text{прямая } y=-x-8$$

$$y=-x+8$$

$$B(0,8) \quad C(0,-8)$$

$$II \quad (-8,1) \quad -8+1+8 \neq 0 \quad -8+1+8 \leq 0.$$

$$+x+y+8 \neq x+y-8=16; y=8 \text{ пер-ет } \text{прямые в м. } (0; 8) \\ \text{III } (-9; 0) \quad (-16; 8)$$

$$-9+0+8 < 0 \quad -9-0+8 < 0$$

$$-x-y-8 \quad -x+y-8=16;$$

$$x = -16 \text{ пер-ет } \text{прямые в } (8; -16) \quad (-16; 8)$$

$$\text{IV } (-8; -1)$$

$$-8-1+8 < 0 \quad -8+1+8 > 0$$

$$-x-y-8 \quad +x-y+8=16,$$

$$y = -8 \text{ пер-ет } \text{прямые в } (-16; -8) \quad (0; -8)$$

Обозначим получившийся квадрат $ABCD$ и у-ты ок-тей $O_1; O_2; O_3; O_4$.

$$①. O_1A = O_2 = \sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{64+49} = \sqrt{113}$$

Когда $(O_1 \neq O_2)$ касается AB в т. H тогда и ок-ть с у. O_3 касается квадрата

$$\text{и } R_{ок} = O_4H = 15-8=7. \quad 7 < \sqrt{113}!$$

Значит, при $\sqrt{a}=7$ будем иметь два решения $\sqrt{a}=7 \Rightarrow \underline{a=49}$

Далее при увеличении a будет больше 2х решений до тех пор пока ок-ть с у. в O_1 и O_2 пройдет через C и B . Соответственно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По ф-ле п-ния.

$$Q, c = \sqrt{(8+8)^2 + (15+8)^2} = \sqrt{(8+16)^2 + (15+8)^2} =$$

$$= \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{576 + 529} = \sqrt{1105} \approx R \Rightarrow a = 1105$$

При дальнейшем ув-нии радиуса
решения не будет.

Ответ: 49; 1105.

✓1.

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 =$$

$$= 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \quad (\text{одно слово не сод.})$$

Когда вст. словом когда 3-3 или 4-7 или

$$C = \frac{8!}{3!4!1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280 \text{ сл.}$$

Если 3, 9 и 2 сл, и 47 или

$$C = \frac{8!}{4!2!1!1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} = 280 \cdot 3 = 840 \text{ сл.}$$

$$\Rightarrow \Sigma C = 280 + 840 = 1120 \text{ слов}$$

Ответ: 1120 слов.

✓7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + x \cdot 3^{28} - 3x \end{cases}$$

При $x < 4$. $3^x + 4 \cdot 3^{28} > 93 + x \cdot 3^{28} - 3x$

0: $3 + 4 \cdot 3^{28} > 3 \cdot 31 + 0 - 9$

1: $3 + 4 \cdot 3^{28} > 3 \cdot 31 + 3^{28} - 3$

При $x = 4$. $3^4 + 4 \cdot 3^{28} = 93 \cdot 3 \cdot 12 + 4 \cdot 3^{28} (0)$

Зн. $x = 4$ не подходит.

Теперь условие будет выполняться до $x = 28$ (включительно)

После $x = 28$ 3^x будет быстрее возрастать нежели $x \cdot 3^{28} - 3x$.

Пока ищем: $x \in (4; 28)$.

При $x = 5$: $93 + 5 \cdot 3^{28} - 15x - 3^5 + 4 \cdot 3^{28} > 0$

$3^{28} - 15 - 3^5 + 93$ - кол-во y

удв-ая условию

$x = 6$

$2 \cdot 3^{28} - 18 - 3^6 + 93$ - кол-во

y дв-ая усл-ию при $x = 6$

И т.д.

Почитаем: кол-во y суммарное.

$$3^5 + 3^6 + \dots + 3^{28} = \frac{3 \cdot (3^{24} - 1)}{3 - 1} = \frac{3(3^{24} - 1)}{2}$$

$$-15 - 18 - \dots - 3 \cdot 24 = - \left(\frac{15 + 72}{2} \right) \cdot 24 = 97 \cdot 12$$

$$3^{28} + \dots + 28 \cdot 3^{28} = \frac{1+24}{2} \cdot 24 \cdot 3^{28} = 12 \cdot 25 \cdot 3^{28}$$

$14 \cdot 93 \cdot 24$

Получим

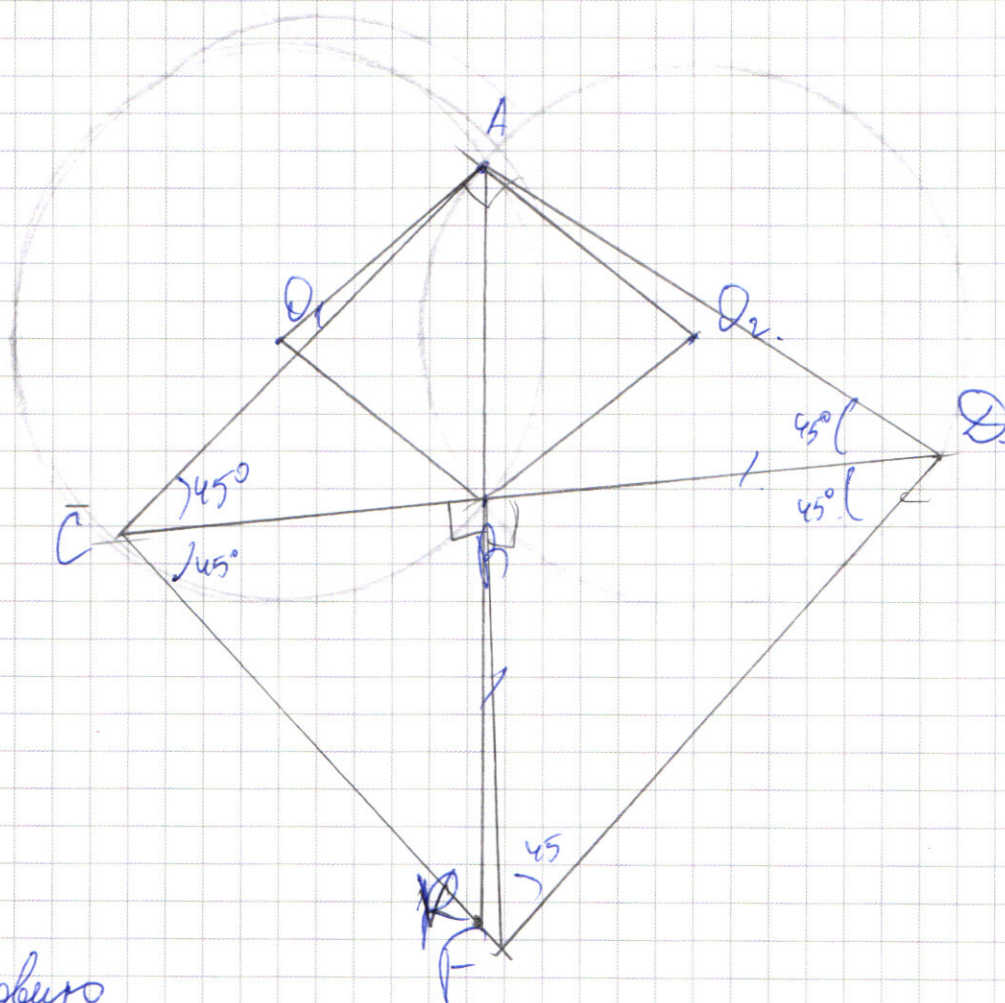
$$\frac{3(3^{24}-1)}{2} + 12 \cdot 25 \cdot 3^{28} + 97 \cdot 12 + 93 \cdot 24 =$$

$$= \frac{3(3^{24}-1)}{2} + 12(25 \cdot 3^{28} + 97 + 93 \cdot 2).$$

Ответ: $\frac{3(3^{24}-1)}{2} + 12(25 \cdot 3^{28} + 97 + 93 \cdot 2).$

✓ 6.

$$\angle DAC = 90^\circ.$$



По условию

$FB \perp CD$; $BF = BD$. Значит, в $\triangle BFD$ $\angle$ и $\angle$
 $\angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle DBE = \angle DCA = \angle ADC = 45^\circ$ Тогда $AC \parallel DF$
по т.п.к. Эти прямые т.к. накрест
лет-ые углы равны.

$\triangle DAC \sim \triangle DBE$ (по 2-м углам)

$$\frac{AC}{AD} = \frac{DC}{DF}$$

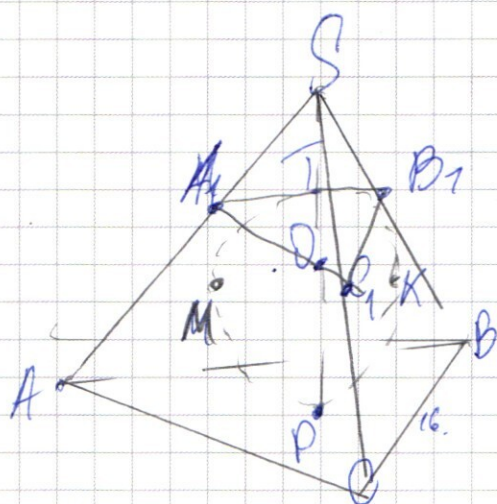
$$BD = \sqrt{2} AC - BE$$

$$DF = \sqrt{2} AD; BE = \sqrt{2} AC - DB$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 4.

То же вы кас-ная к сфере SK, SL и
 SM равны м/у собой $\angle KSO = \angle MSO =$
 $= \angle LSO$
 SK, SL, S



380 Акция в РСТ

O - центр о-ной
среди $\Rightarrow$ все точки

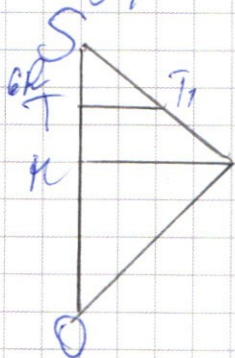
ка SO равноудалены
от сторон AB и AC

$$(AB, C) \text{ 1/400; } P_c(ABc)$$

$$\frac{AC_1}{AC} = \frac{SA_1}{SA} = \frac{ST}{SP}$$

$$8P = 8T + 2R$$

$$\frac{S_2}{S_1} = K^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow K = \frac{3}{4}$$



$$K \frac{8T}{2R+8T} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} 4ST &= 6R + 3ST; \\ ST &= 6R \end{aligned}$$

A 80K: $OK = R$ $OM \perp SK$

$$\Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{ST+R} = \frac{R}{OR+R} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{2}$$

$\triangle KSO, \triangle MSO, \triangle LSO$ равны между собой
то высоты из K, L, M к SO равны между собой и попадают в одну точку.

По св-ву кас-ной

$$OK^2 = OM \cdot OS; \quad OL^2 = OM \cdot OS.$$

§

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 12 \\ + 3 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 12 \\ + 3 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$x = -1 \quad 3^{-1} + 4 \cdot 3^{28}$$

$$x < 0$$

$$x = 0 \quad 1 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$x = 1$$

$$y > 3 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 3 \cdot 31 + 3 \cdot 3^{28} - 3$$

$$4 \cdot 3^{28} + 3 - 3 \cdot 31 + 3 - 3 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28} (2 - 3) - 3 \cdot 31 + 3$$

$$93 + 3^{28} x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} \cdot 2 - 6 - 3 - 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 - 12 = 81 - 81$$

$$X = 2$$

$$93 + 3 \cdot 4 - 12$$

$$3^4 + 4 \cdot 3^{28}$$

> 0

≤ 0

5.12.

$$X = 5$$

$$93 + 3^{28} \cdot 5 - 5 \cdot 12 - 3^5 = 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} + 93 - 5 \cdot 12 - 3^5 = 1$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$5 \cdot 2 - 4 = 1$$

$$6 \cdot 3 - 4$$

$$12 - 2 \cdot 3^{28} + 93 - 5 \cdot 6 - 3^6 = 1$$

$$93 -$$

$$27 - 4$$

$$28 - 4 = 24$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

$$3 \cdot 27$$

$$\sum = \frac{1 + 2^0}{2} \cdot \frac{12}{24} = 25 \cdot 12$$

$$\frac{15 + 81}{2} \cdot 24$$

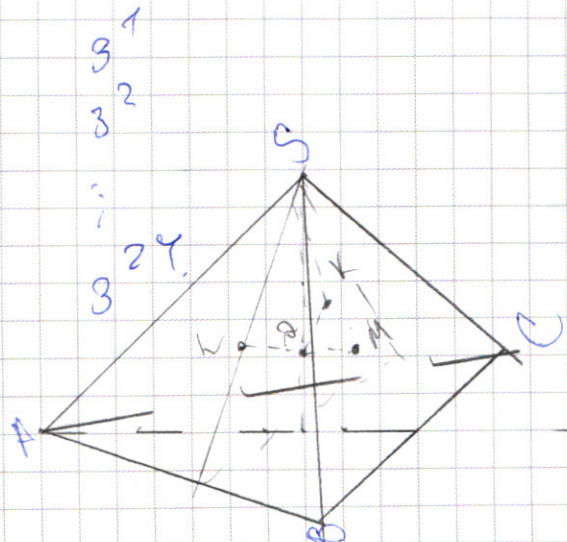
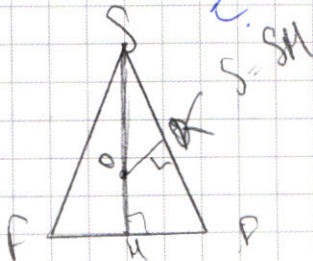
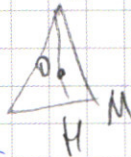
$$= 12 \cdot 96 =$$

$$= 1152$$

$$93 \cdot 24$$

$$= 3 \cdot 24$$

$$S_n = \frac{3 \cdot (3^{23} - 1)}{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln(x-4)(7\ln x - \ln(x-4)) = \ln x(2\ln x + 4\ln(x-4))$$

$$a(7b-a) = b(2b-4a)$$

$$7ab - a^2 = 2b^2 + 4ab \quad 2b^2 - 3ab + a^2 = 0$$

$$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2$$

$$b_1 = \frac{3a+a}{4} = a$$

$$b = \frac{3a-a}{4} = \frac{a}{2}$$

$$\ln x = \ln(x-4) \quad \text{не подходит}$$

$$\ln x = \frac{\ln(x-4)}{2}$$

$$x^2 = x-4$$

$$x^2 - x + 4 = 0 \quad D = 1 - 16 = -15$$

$$34 > 23$$

$$-x-y-8 \neq x-y+8 = 16$$

$$y = -8$$

$$\rho = \sqrt{64 + x^2} = \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113} = R$$

$$\Rightarrow R^2 = 113$$

$$x-8=0$$

$$\rho(8; 15) = \frac{|-1 \cdot 8 - 8|}{1} = 16$$

$$R=7 \Rightarrow a = \pm 7$$

$$a = 49$$

$$a = 34^2$$

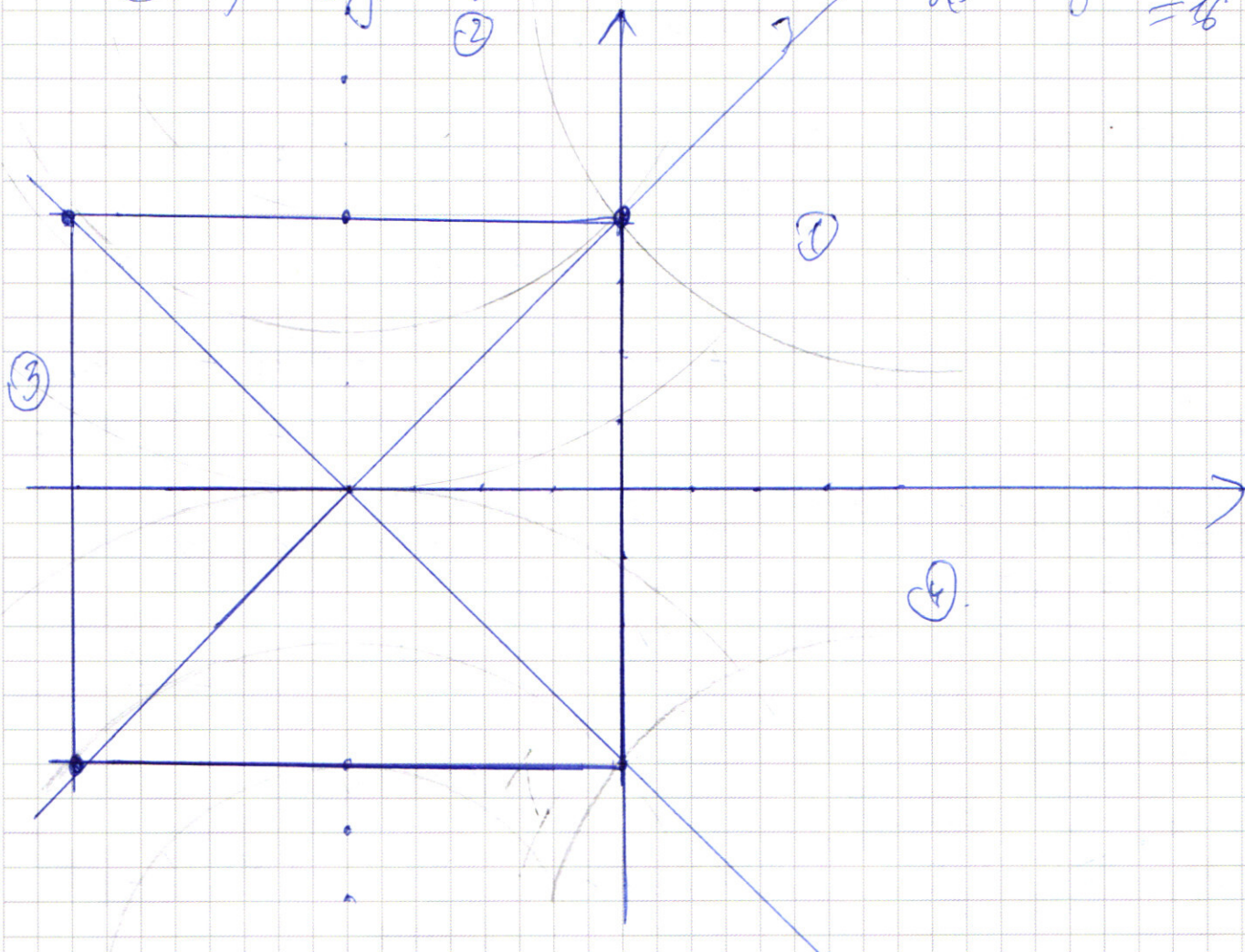
$$a = 49$$

$\lambda \approx 16$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16; \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x &= -y-8 \\ x-y+8 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -8-x \\ y &= x+8 \\ y &= 8+8 = 16 \end{aligned}$$



(1) $(0,0)$: $8 > 0$ $8 > 0$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16; \quad x=0.$$

(2) $(-8,1)$: $-8-1+8 < 0$.

$$x+y+8 - x+y-8 = 16; \quad y=8.$$

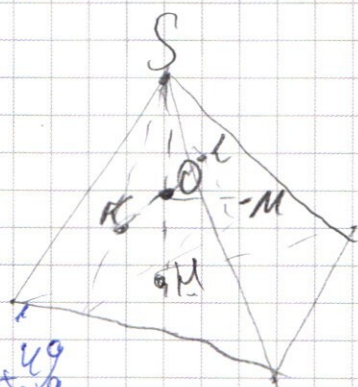
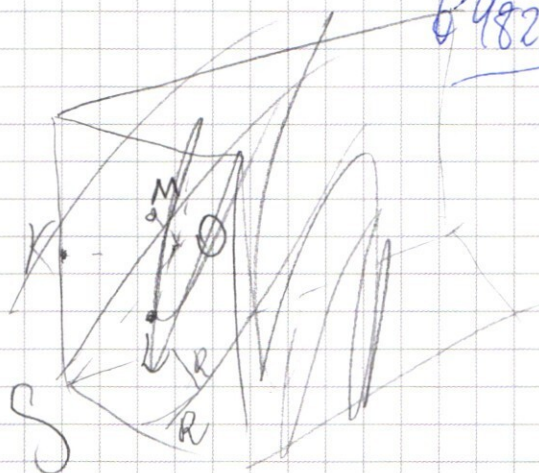
(3) $(-8,0)$

$$-x-y-8 - x+y-8 = 16;$$

$$\begin{aligned} x &= -16 \\ y &= -16 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

мч.



$$\begin{array}{r}
 49 \\
 +49 \\
 \hline
 98 \\
 27 \overline{) 2401} \\
 \underline{2401} \\
 0
 \end{array}$$

✓1.

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

8 знаков?

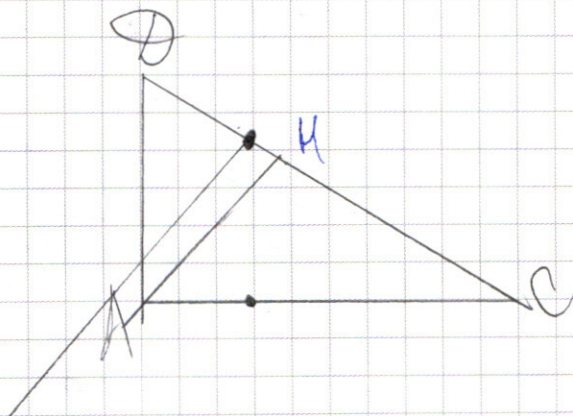
$$C = \frac{n!}{3!4!} = \frac{8!}{3!4!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 7 = 280$$

$$6C = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 280$$

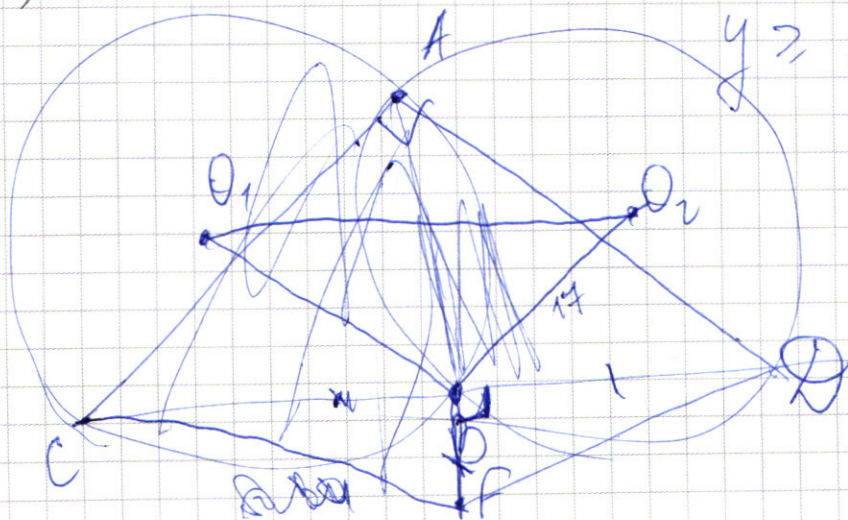
$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 = 280$$

$$\begin{array}{r}
 1680 \\
 +280 \\
 \hline
 1960
 \end{array}$$



$$3 \left(31 + (2^{27} - 1) \right) \times$$

$$4 \geq 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.3.3.7.7.7.1.

a b c d e f g h
3 3 3 . способе.

$$C_3^8 = \frac{8!}{5!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} =$$

~~1 - x - y~~

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12xy + 4y = 0$$

$$\Delta = 4x^2 + 12x^2 - 48x -$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\Delta = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x =$$

$$= 16x^2 - 32x + 16 = 0$$

$$= 4x^2 - 16x + 16 = 4(x-2)^2$$

$$y_1 = \frac{2x+4-4(x-2)}{2} = \frac{2x+4-4x+8}{2} = 4-x$$

$$y_2 = \frac{2x+4+4x-8}{2} = 3x$$

$$\Rightarrow y \neq 3x$$

$$y = 3x$$

$$\left(-\frac{x}{3}\right) \ln(-3x)$$

$$= x^{2\ln x - 9x^2}$$

$$\left(-\frac{x}{3}\right) \ln(-3x)$$

$$= x^{2\ln x^3 - 9} = x^{2\ln x^3 + 2\ln 9}$$

$$y = 4 - x$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{x^7}{4x-4} \right) \ln^2(4-x) \quad \begin{matrix} -(x-4) \leq 0 \\ x-4 > 0 \\ x > 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x-4 > 0 \\ x > 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x > 0 \\ y < 0 \end{matrix} \\ & = x^{2\ln x (4-x)^2} \\ & \left(\frac{x^7}{x-4} \right) \ln(x-4) = x^{2\ln x (x-4)^2} = x^{2\ln x + 2\ln(x-4)^2} \\ & x^{7\ln(x-4)} = (x-4)^{7\ln(x-4)} \cdot x^{2\ln x (x-4)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x^7}{x-4} \right) \ln(x-4) = x^{2\ln x (x-4)^2} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln(x-4)} \\ & x^{7\ln(x-4)} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(x-4)} \cdot (x-4)^{7\ln(x-4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y = 4 - x, \quad x = 4 - y \\ & \frac{(4-y)^7 \ln(-y)}{y \ln(-y)} = (4-y)^2 \ln(4-y) y^2 \\ & = \frac{(4-y)^2 \ln(4-y) y^2}{y \ln y} \end{aligned}$$

$$\ln \left(\frac{x^7}{x-4} \right) \ln(x-4) = \ln x^{2\ln x (x-4)^2}$$

$$\ln(x-4) \ln \frac{x^7}{x-4} = \ln x \cdot 2\ln x (x-4)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten calculations on grid paper, showing various arithmetic operations including division and multiplication, often involving the number 2401.

Examples of calculations:

- $2401 \div 3 = 800 \text{ remainder } 1$
- $2401 \div 7 = 343$
- $2401 \div 13 = 184 \text{ remainder } 9$
- $2401 \div 17 = 141 \text{ remainder } 4$
- $2401 \div 19 = 126 \text{ remainder } 11$
- $2401 \div 21 = 114 \text{ remainder } 7$
- $2401 \div 23 = 104 \text{ remainder } 9$
- $2401 \div 27 = 88 \text{ remainder } 17$
- $2401 \div 29 = 82 \text{ remainder } 23$
- $2401 \div 31 = 77 \text{ remainder } 24$
- $2401 \div 33 = 72 \text{ remainder } 25$
- $2401 \div 37 = 64 \text{ remainder } 33$
- $2401 \div 39 = 61 \text{ remainder } 38$
- $2401 \div 41 = 58 \text{ remainder } 43$
- $2401 \div 43 = 55 \text{ remainder } 46$
- $2401 \div 47 = 51 \text{ remainder } 44$
- $2401 \div 49 = 48 \text{ remainder } 49$
- $2401 \div 53 = 45 \text{ remainder } 36$
- $2401 \div 59 = 40 \text{ remainder } 31$
- $2401 \div 61 = 39 \text{ remainder } 28$
- $2401 \div 67 = 35 \text{ remainder } 46$
- $2401 \div 71 = 33 \text{ remainder } 44$
- $2401 \div 73 = 32 \text{ remainder } 41$
- $2401 \div 79 = 30 \text{ remainder } 31$
- $2401 \div 83 = 28 \text{ remainder } 57$
- $2401 \div 89 = 26 \text{ remainder } 67$
- $2401 \div 97 = 24 \text{ remainder } 73$

$$\begin{array}{r} 240 \overline{) 199} \times 9 \\ -196 \\ \hline 441 \end{array} \quad 64824 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

✓ 2

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\tan 2x = -1$$

$$\begin{aligned} & \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{2}n}{2} \\ x &= -\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\pi n}{2} \end{aligned}$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \sin 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0$$

$$\text{н/о } 2 \cos 5x + 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$9 - 6 - 3 + 12 - 12$$