

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 = 3^{3 \cdot 4}$ каже-то цифра числа должна входить в себя ^{какой} цифрой
цифры 7, а также цифра 7, т.к. любая ^{цифра} цифра не может 7.
Значит есть только 4 цифры ~~из~~ входящих 7. Среди чисел данных 3
числа 3, 6 и 9 6-е подходит, т.к. $2 \cdot 3^3$ степень можно распределить
по оставшимся цифрам так $3, 3, 3$ или $3, 9$, а остальные ^{1-ый случай} ^{2-ой случай} цифра должны
быть единицами.

Рассмотрим 1-ый случай. $C_8^4 \cdot C_4^3$ - количество случаев 1-ое условие -
это способ выбрать 4 цифры из 7, а второе - это выбрать позицию
3 цифр 3 на оставшихся 4-х цифрах.

2-ой случай: $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$ - способ выбрать позицию соответствующую
5 единиц, тысяч и десятков.

Остальные цифры записываются единицами.

Прогнизируем полученные случаи и посчитаем: $C_8^4 (C_4^3 + C_4^1 \cdot C_3^1) =$
 $= \frac{8!}{4!4!} (4 + 12) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 16 = 7 \cdot 25 \cdot 16 = 70 \cdot 16 = 1120$

Answer: 1120.

№4

Пусть радиус сферы R. Возьмем точку, проходящую через
центры SO и SK. ~~Сфера~~ На сфере построен вписанной ~~сфере~~
четырёхугольник (KSO). M, N_1 и M_2, N_2 - это середина двух
точек ~~на сфере~~ перпендикулярных OS. Коэффициент подобия K^2
для двух площадей равен $K^2 = \frac{9}{16}$, тогда коэффициент подобия для

соотношениям углов $k = \frac{3}{4}$.

Из подобия $\triangle M_1 N_1 S$ $\frac{M_2 N_2}{M_1 N_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow$ из треугольников

$\triangle S M_1 N_1$ и $\triangle S M_2 N_2$ по теореме $\frac{S M_2}{S M_1} = \frac{3}{4}$,

мы знаем, что $M_1 N_1 = M_2 N_2 = 2R$ — раз градусы.

$$\frac{S M_2}{S M_2 + 2R} = \frac{3}{4} \quad 4 S M_2 = 3 S M_2 + 6R$$

$$S M_2 = 6R \Rightarrow SO = 4R$$

также известно,
что $OK = R$.

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{4R} = \frac{1}{4}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$

по теор. Пифагора в $\triangle SOK$: $SK = \sqrt{40R^2 - R^2} = 4R\sqrt{3}$

$$\text{в } \triangle S M_2 N_2: \cos \angle SOK = \frac{4\sqrt{3}}{7} \quad \left(\cos^2 \angle SOK = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \right)$$

$$\cos \angle SOK = \frac{S M_2}{S M_2} = \frac{4\sqrt{3}}{7} \quad S M_2 = \frac{4\sqrt{3} S M_2}{7} = \frac{24R\sqrt{3}}{7} = \frac{6}{7} (4R\sqrt{3})$$

Если провести ортогональные отрезки $SO M$ и $SO L$ к прямым углам S до пересечения с SM SK и SL будут отрезками также, так и до пересечения с KL сечением площади S .

из треугольников SKL и SLK получим $\triangle SKL \Rightarrow$ так как

$\Rightarrow$ площадь SKL параллельна KL с сечением площади S

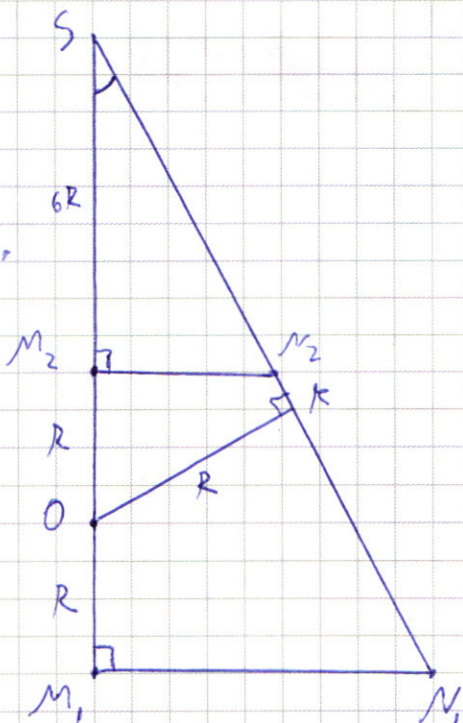
и из треугольников SKL и SLK площадь SKL равна $\left(\frac{6}{7}\right)^2$

тогда площадь SKL сечением KL равна $9 \cdot \left(\frac{17}{6}\right)^2 = \frac{49}{4} = 12,25$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$ и $S = 12,25$.

~ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

расположим, как показано на плоскости заданные уравнения.

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

Проведём прямые $y = -x-8$ и $y = x+8$

они разбили плоскость на 4 части.

запишем неравенства для каждой из них.

1) $2x+16=16$ $x=0$

2) $2y=16$ $y=8$

3) $-2x-16=16$ $x=-16$

4) $-2y=16$ $y=-8$

на графике. Получились квадраты.

2-ое уравнение даёт центры окружностей

вписанных в квадраты $(8,15)$, $(-8,15)$, $(-16,-8)$

$(8,-15)$. Радиусы из этих квадратов 8

и окружности в каждой четверти.

Центры точек O_1, O_2, O_3, O_4 уже указали на графике.

Для каждой окружности поставим в соответствие точку

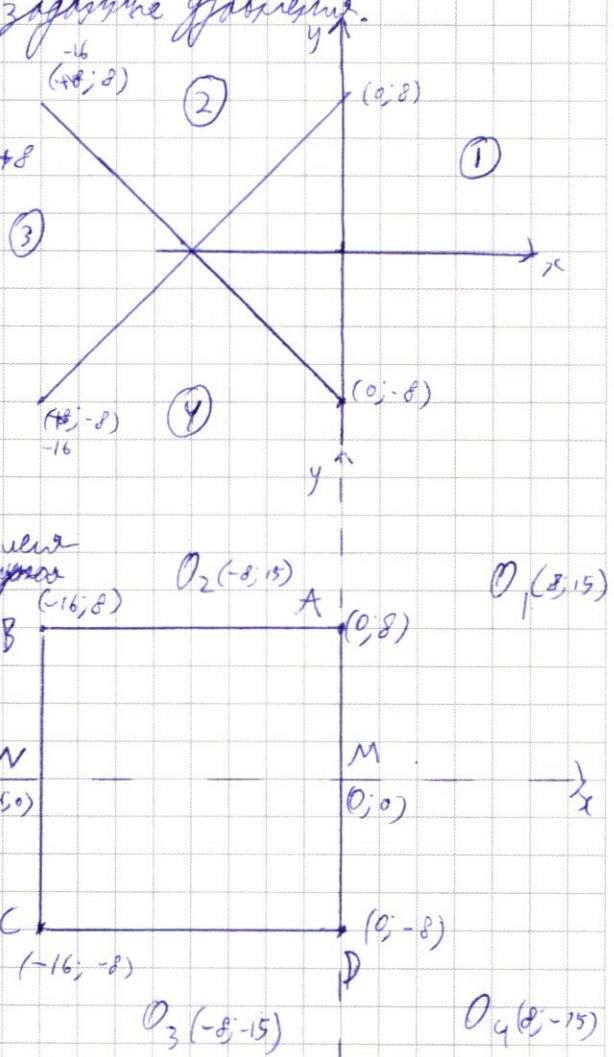
O_1 и AM , O_2 и BN , O_3 и CM , O_4 и MD . Каждая окружность

касается отрезков, соединяющих до соответствующего угла $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ если один из них во пересечении, то и другой тоже

O_1 и O_2 симметричны относительно $AM \Rightarrow$ если O_1 имеет пересечение

с AM , то и O_2 имеет пересечение в этой же точке.



Аналогично с окружностями O_3 и O_4 . Окружности O_1 и O_4 не могут касаться за свои центры, поэтому имеют две общие точки и касаются во второй точке окружности, но имеют единую не изогнутую, т.е. часть их является частью окружностей O_2 и O_3 .

Рассмотрим касательную к окружностям O_2 и O_3 .

Пересеким сами окружности отрезком OX . Значит либо хорды окружностей имеют нулевую длину, либо они перпендикулярны по прямой OX . Т.е. хорды могут иметь нулевую длину отрезком прямой $X=8$; но имеют 1 точку пересечения окружностей можно касаться в точках AB или CD в точках $(-8, 8)$ или $(-8, -8)$ ^{соответственно} для окружностей O_2 или O_3 соответственно. Тогда получим $\sqrt{(-8-(-8))^2 + (15-8)^2} = \sqrt{0^2 + 7^2} = 7$ $a=7$ и $a=49$.

2-ой случай, когда они пересекаются O_2 OX , тогда точки M и N они равноудалены от центров, найдём расстояние: $\sqrt{(0-(-8))^2 + (0-15)^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$, $a=17$ и $a=289$.

Во всех остальных случаях либо хорды не имеют, либо касаясь из O_2 и O_3 пересекаются хорды AB и CD и хорды не перпендикулярны.

Ответ: 49; 289.

- а) $\angle CAB = \angle C \angle ACB = \angle ADB$, т.е. ~~на~~ эти углы опираются на равные ^{дуги} в равных окружностях. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD + \angle ADC = 90^\circ$ и они равны $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$.
- б) $BD = BF$ и $\angle FBD = 90^\circ \Rightarrow \angle FDB = \angle FDB = 45^\circ$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Если отразить точку F относительно хорды CD получим точку, лежащую на хорде AD , т.е. $\angle CDF = \angle CDA$
также $BF' = BF = BD$

$\Rightarrow$ в $\triangle DBF'$ угол $\angle BF'D = 45^\circ$.
 $\angle DF'B = 45^\circ = \angle AF'B$.

угол опирающийся на дугу равен углу опирающемуся на $\angle ACB = 45^\circ$ опирающемуся на эту же дугу. $\Rightarrow$ точка F' лежит на

одной из дуг окружности этого радиуса 17 и у хорды AB отрезком дуги. Точка F' лежит на дуге и эта точка и хорда AD пересекаются $\Rightarrow F' \in \omega_1$.

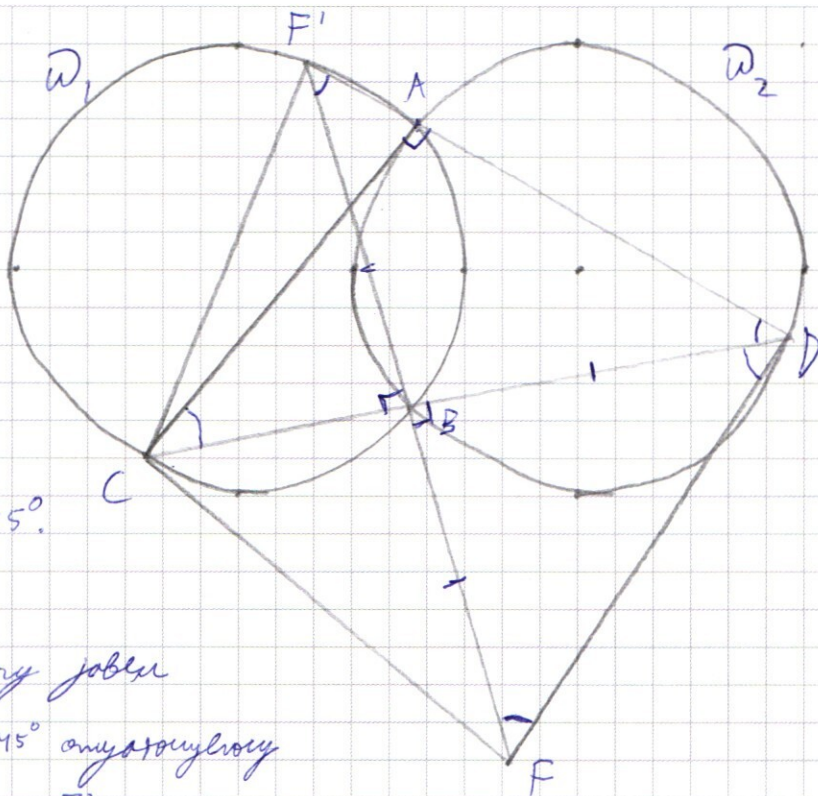
Точка F' , B и C лежат на ω_1 , и угол $\angle F'BC = 90^\circ \Rightarrow F'C$ - диаметр ω_1 , и $\angle F'CB = 2 \cdot 17 = 34$. Т.е. точки F' и F симметричны относительно хорды CD , то они и лежат на хорде CD .

$\Rightarrow CF = CF' = 34$

Ответ: 34 .

б) $BC = 16$ $CF = 34 \Rightarrow BF = \sqrt{34^2 - 16^2} = 10\sqrt{10}$ и $BD = BF = 10\sqrt{10}$

Тогда $CD = BC + BD = 16 + 10\sqrt{10}$ из равнобедренного равноугольного $\triangle ACD$
 $AC = \frac{16 + 10\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ (по теор. Пифагора).



$$\cos \angle BCF = \frac{16}{34} \quad \sin \angle BCF = \frac{10\sqrt{10}}{34} \quad (\text{уг. } \triangle BCF). \quad \angle BCF = x$$

$$\angle ACF = 45^\circ + \angle BCF,$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF$$

$$\sin \angle ACF = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos \frac{\pi}{4} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{16}{34} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{10\sqrt{10}}{34} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(16 + 10\sqrt{10})}{68}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}(16 + 10\sqrt{10})}{68} \cdot 34 \cdot \frac{(16 + 10\sqrt{10})}{2} = \frac{\sqrt{2}(256 + 1000 + 320\sqrt{10})}{8} =$$

$$= \frac{(1256 + 320\sqrt{10})\sqrt{2}}{8} = (157 + 40\sqrt{10})\sqrt{2} = 157\sqrt{2} + 80\sqrt{5}$$

Ответ: $S = 157\sqrt{2} + 80\sqrt{5}$.

а) 34 б) $157\sqrt{2} + 80\sqrt{5}$.

нн

Рассуждаем, или

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

решим, при каких x это верно
можно упростить формулу.

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3x + 3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3^{28}x$$

$$3x + 3^x < 93 + 3^{28}(x - 4)$$

при $x < 4$ левая часть отрицательна, при $x = 4$

$$3 \cdot 4 + 3^4 < 93 \quad 12 + 81 < 93 \text{ неверно.}$$

при $x \in [5, 30]$

$$3x < 3 \cdot 31 = 93$$

$$3^x < 3^{28} \quad \text{при } x \in [5, 28] \Rightarrow 3^x < 3^{28}(x - 4) \quad \text{при } x \in (5, 28)$$

при $x = 29$ $3^{29} < 3^{28} \cdot 25$; $3 < 25$

$3^{30} < 3^{28} \cdot 26$; $3 < 26$

при $x \in [5, 30]$ числа сократим.

Если $x \geq 31$

$3x \geq 93$
(верно)

$3^x \geq 3^{28}(x - 4)$
 $\frac{x \cdot 28}{3} \cdot \frac{28}{3} \geq 3^{28}(x - 4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^{x-28} \geq (x-4)$$

В точке $x=31$ $3^3=27$ верно равенство
при увеличении левой части возрастает в 3 раза, правая
на единицу т.е. $27 \cdot 3 > 1 \Rightarrow$ левая часть будет воз-
растать быстрее и при $x \geq 31$ нет корней.

Могут быть корни при $x \in [5; 30]$ (всего значений 26)
Кон-во корней для заданного x можно получить $93 + 3(3^{27}-1)x -$
 $- 3^x \cdot 4 \cdot 3^{28}$, т.е. один раз вычитаем для знач. y , а
другой раз. Получаем функцию этого числ.

$$3(3^{27}-1)x \text{ даёт число нулей. } a_1 = 5 \cdot 3(3^{27}-1)$$

$$a_{26} = 30 \cdot 3(3^{27}-1)$$

$$L = 3(3^{27}-1)$$

$$\sum_{x=1}^{26} 3(3^{27}-1)x = 5 \cdot 3(3^{27}-1)26 + \frac{26 \cdot 25}{2} 3(3^{27}-1)$$

$$\sum_{x=1}^{26} 3^x = \frac{3^5(3^{27}-1)}{3-1} = \frac{3^{32}-3^5}{2} \neq 3^{18}$$

И сумма всех тогда равна:

$$93 \cdot 26 + (3^{27}-1)(5 \cdot 3 \cdot 26 + 13 \cdot 25 \cdot 3) - (3^{27}-1)\left(\frac{3^5}{2}\right) - 4 \cdot 26 \cdot 3^{28} =$$

$$= (3^{28}-3^{27}) \left(5 \cdot 26 + 13 \cdot 25 - \frac{3^1}{2} \right) - 26(4 \cdot 3^{28} - 93) \left(\frac{3^{28}}{3-3} \right) 4 \cdot 26 +$$

$$+ 3 \cdot 26 \cdot 4 - 93 \cdot 26 = (3^{28}-3^{27}) \left(455 - 104 - \frac{3^1}{2} \right) + 26(3^{12} - 93) =$$

$$= 3^{28} \cdot \frac{621}{2} - \frac{1863}{2} - 2106 = 3^{28} \cdot \frac{621}{2} - \frac{6075}{2} \neq 3^{18}$$

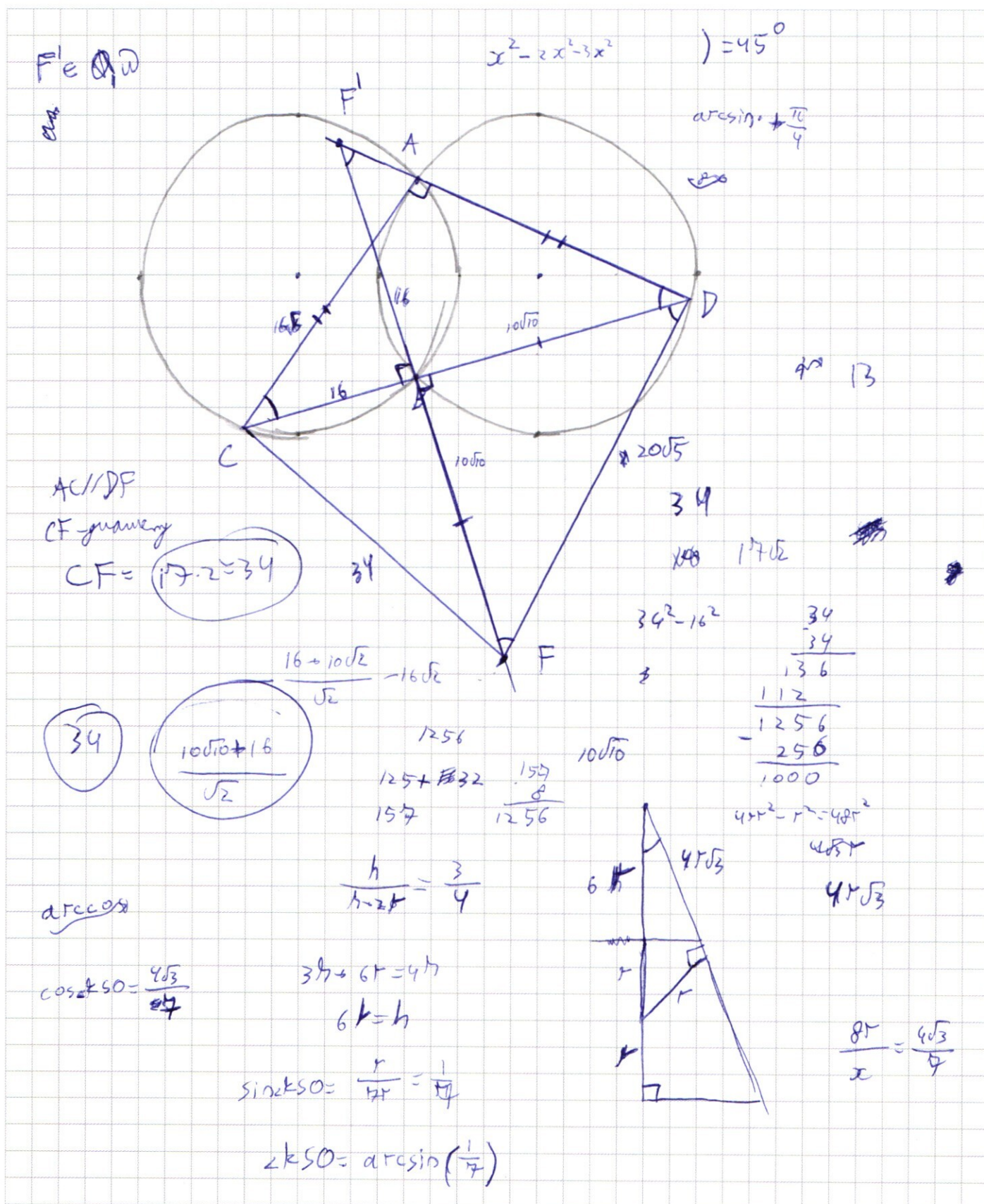
Ответ: $3^{28} \cdot \frac{621}{2} - \frac{6075}{2}$

Реш: В расчётах была допущена групп. ошибка, при расчётах
верно ответ получился: $3^{28} \cdot \frac{621}{2} + \frac{2349}{2}$.

Ответ: $3^{28} \cdot \frac{621}{2} + \frac{2349}{2}$

⚡ P.S. сама формула отчасти неверная, лишь вычислительных
ошибочных вычислений произошла ошибка.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos(5x)\cos(2x) - 2\cos(5x)\sin(2x) + 4\cos(5x)\sin x \cos x + \sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) - 4\sin^2 x \cos^2 x = 0$$

$$4\sin x \cos x (\cos(5x) - \sin x \cos x) + (\cos^2 x - \sin^2 x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)) = 0$$

$$\left(\frac{x^7}{x-4} \right)^{\ln}$$

✓

$$\frac{x^7}{x-4} = x^{2\ln(x-4)}$$

$$x^2 + 8x + 16 + 2x^2 - 8x - 3x^2 + 12x + 4x -$$

$$x^7 = x^{2\ln(x)} \cdot x^{2\ln(x-4)} (x-4)$$

$$x^7 = x^{2\ln(x)} \cdot x^{2\ln(x-4)} / (x-4)$$

$$x^{(7-2\ln(x))} = (x-4)^{2\ln(x-4)+1}$$

$$\ln x = a$$

$$x = e^a$$

$$\ln x - 4 = b$$

$$x - 4 = e^b$$

$$(e^a)^{(7-2a)} = (e^b)^{2b+1}$$

$$e^{a(7-2a)} = e^{b(2b+1)}$$

$$7a - 2a^2 = 2b^2 + b$$

$$2b^2 + b + 2a^2 - 7a = 0$$

$$D = 1 + 8(2a^2 - 7a) = 16a^2 - 56a + 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$64827 \div 3^2 = 7203 \div 3 = 2401 \div 7 = 343$$

$$64827 \div 9 = 7203$$

$$7203 \div 3 = 2401 \div 7 = 343$$

$$64827 = 4 \cdot 3^3$$

$$C_8^4 \cdot C_4^3 + C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \left(\frac{4!}{3!} + \frac{4!}{3!} \cdot 3 \right) =$$

$$= \frac{8!}{4! \cdot 4!} (4 + 12) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 16 = 70 \cdot 16 = 1120$$

Answer: 1120.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

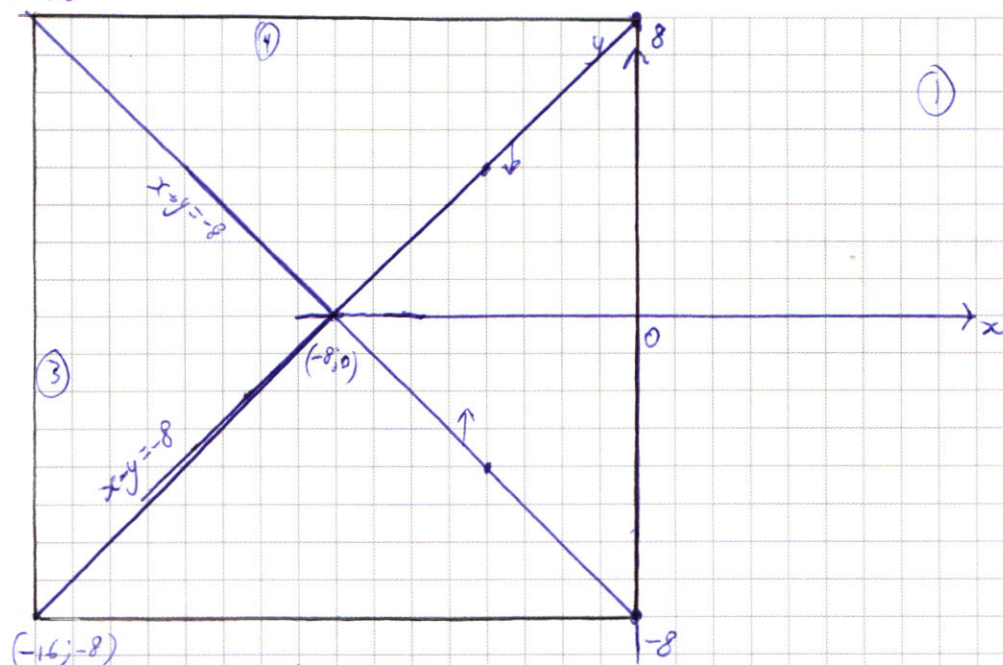
$$x \geq 0, y \geq 0 \quad x \leq 0, y \geq 0 \quad x \geq 0, y \leq 0 \quad x \leq 0, y \leq 0$$

$$x+y = -8$$

$$(-8; 15) \quad (8; 15) \quad (-8; -15) \quad (8; -15)$$

$$1120$$

$(-16; 8)$



①

$$x-y \leq -8$$

289

$$\begin{array}{r} 17 \\ 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

②

$$1) x+y+8+x-y+8=16$$

$$2x=0$$

$$x=0$$

$$2) -x-y-8+x-y+8=16$$

$$-2y=16$$

$$y=-8$$

$$3) -x-y-8-x-y-8=16$$

$$-2x=32$$

$$x=-16$$

$(8; 15)$

0,8

0,0

8,2

$$\sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$$

$$a \in [\sqrt{113}, 289] \quad 2 \text{ Корня}$$

$$a \in \{289\} \quad 1 \text{ Корень}$$

289

2)

$$\sqrt{8^2 + 17^2} = \sqrt{64 + 289} = \sqrt{353}$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(5x) \cos(2x) + 2 \cos(5x) \sin(2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(5x) (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos^2(5x) (1 + \underbrace{2 \cos 2x \sin 2x}_{\sin 4x}) = \cos^2 4x$$

$$\cos(2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x) +$$

$$+ \sin(2x) (2 \cos 5x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

u

$$\frac{b_n(1+q^n)}{(1+q)}$$

$q=3$ $n=6$

$b_1=3^5$

$a^4+a^3+a^2+a+1=0$

$a^3+a^2+a+1=0$

$(a+1)(a^2+1)$

$(a+1)(a^2+1)$

3^x $3^5 \dots 3^{30}$ 26

$$\frac{3^5(1+3^{26})}{34}$$

3 3 1 3

$3+9+27$ 39

$3(1+3)$ $3(1+3)^2$ 12

$\frac{3(1+3^2)}{4}$ $\frac{3 \cdot 4}{1}$

$\frac{28 \cdot 3}{4} = 7 \cdot 3 = 21$

1 3 9 27 81 $n \in \mathbb{N}$

$b_1 = b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^n$

1 2 4 8 16

$n \in \mathbb{N}$

$2^{n+1} - 1$

$\frac{b_1(1+q^n)}{1+q}$

$b_1(1+q+q^2+\dots+q^n)$

$b_1(1+q)^{n-1}$

$(1+q)(1+q^n)$

$(q^n-1)(q-1)(1+q+q^2+\dots+q^{n-1})$

$\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$

$$a_1 = a_0 = 20$$

$$\frac{1.3}{2}$$

$$a_1 \cdot 26 + 2 \frac{26 \cdot 25}{2}$$

$$\frac{351 - 81}{2} = \frac{402 - 81}{2} = \frac{621}{2}$$

$$\begin{array}{r} 455 \\ 3 \\ \hline 1365 \end{array}$$

$$26 \cdot 81 = \begin{array}{r} 81 \\ 26 \\ \hline 486 \\ 162 \\ \hline 2106 \end{array}$$

$$\frac{243}{2}$$

$$1200 + 150 + 15$$

$$1365$$

$$\begin{array}{r} 4212 \\ + 1863 \\ \hline 6075 \end{array}$$

$$130 + 325$$

$$455$$

$$1) \frac{3^5(3^5 - 1)}{2} = \frac{3^5 \cdot 3^4 - 3^5}{2} = \frac{3^9 - 3^5}{2}$$

$$2) (3^{28} - 3^5) \left(\frac{1}{2} \cdot 26 + 13 \cdot 25 \right) = 3^{28} \cdot 455 - 3^5 \cdot 455 = 3^{28} \cdot 455 - 1365$$

$$3) 93 \cdot 26$$

$$455 - 80 - 24 - \frac{3^4}{2} = \frac{910 - 208 - 81}{2} = \frac{621}{2}$$

$$4) 4 \cdot 26 \cdot 3^{28}$$

$$= \frac{402 - 208}{2} = \frac{482 - 81}{2} = \frac{401}{2}$$

$$\frac{3^{28} \cdot 455 - 1365 + 93 \cdot 26 - 4 \cdot 26 \cdot 3^{28}}{2} - \frac{3^{28} \cdot 3^4}{2} + \frac{243}{2} =$$

$$= \frac{-1365 + 2418 + 243}{2} = \frac{4836 - 2730 + 243}{2} = 0$$

$$1365 = 2600 + 130 =$$

$$\begin{array}{r} 4836 \\ + 243 \\ \hline 5079 \\ - 2730 \\ \hline 2349 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ 26 \\ \hline 498 \\ 2358 \\ \hline 2358 \\ 558 \\ 186 \\ \hline 2418 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a(2\cos 5x + a) = -b(2\cos 5x + b)$$

~~y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}~~

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27} < 3x - x$$

$$x + 3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27} < 3x$$

$$x > 4$$

$$x + 3^{x-1} < 3(x-4)$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} + 1 \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$x + 1 > 27$$

$$93 + 3(3^{27} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{x-1} < 3^{27}(x-4)$$

$$\frac{5(1+3^{26})}{4}$$

$$3^{28} < 3^{27}(25)$$

$$93 \cdot 26$$

$$3^{29} < 3^{27}(26)$$

$$\left(\frac{3^5 + 3^{31}}{4} \right) - 4 \cdot 26 \cdot 3^{28} \in [5, 30]$$

$$30 - 5 + 1 = 26$$

$$3^{27} \cdot 3^2 < 3^{27} \cdot 26$$

$$x = 31$$

$$3^{27} \cdot 27 < 3^{27} \cdot 27$$

$$93 \cdot 26 +$$

$$a_1 = 5 \cdot 3(3^{27} - 1)$$

$$3^{30} < 3^{27} \cdot 27$$

$$a_{26} = 30 \cdot 3(3^{27} - 1)$$

$$na_1 + \frac{b(1+1)}{2} \cdot 2$$

$$\sum = a_1$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^{x-1} + 4 \cdot 3^{27} < (3^{27} - 1)x \quad 31 + (3^{27} - 1)x$$

$$x + 3^{x-1} < 31 + 3^{27}(x-4)$$

$$x > 4$$

$$x = 31 \text{ верно}$$

$$y^2 + (2x+4)y - (3x^2-12x) = 0$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\frac{D}{4} = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x =$$

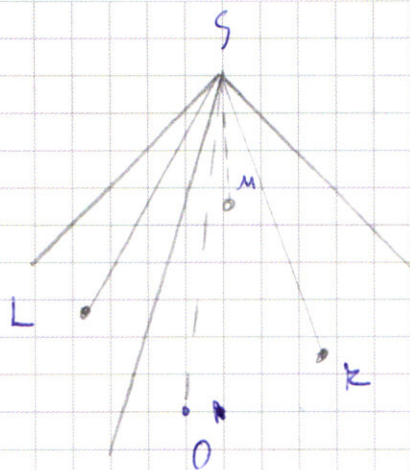
$$= 4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2$$

$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$\ln(-y) \left(-\frac{x}{y}\right) = x^2 (\ln xy^2)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16} \quad k = \frac{3}{4}$$



$$y = -x - 2 \pm (2x - 2)$$

$$y = -x - 2 - 2x + 2 = -3x$$

$$y = -x - 2 + 2x - 2 = x - 4$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(x+y)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$-3x$$

$$x - 4$$

$$y^2 + (2x+4)y - (3x^2-12x) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = (2x-2)^2$$

$$y = x + 2 \pm (2x - 2)$$

$$y = x + 2 + 2x - 2 = 3x$$

$$\emptyset$$

$$y = x + 2 - 2x + 2 = 4 - x$$

$$x > 4$$

$$y = 4 - x$$

$$\ln(x-4) \left(-\frac{x}{(4-x)}\right) = x^2 (\ln x(4-x)^2)$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ 325 \\ \hline 455 \end{array}$$

$$26 \cdot 12 = 26 \cdot 93$$

$$26 \cdot 81$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 5 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 25 \\ 13 \\ \hline 45 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\ln(x-4) \left(\frac{x}{x-4}\right) = x^2 (\ln x(x-4)^2)$$

$$26 \cdot 4 \cdot 3^{28} = 93 \cdot 26$$

$$(3^{28} - 3)(26 \cdot 4)$$

$$= 3 \cdot 26 \cdot 4$$

$$x^2 \ln(x-4) = x^2 \ln(x(x-4)^2) \ln(x-4)$$

$$x^2 \ln(x-4) = x^2 \ln x \cdot x^2 \ln(x-4) \cdot (x-4) \ln(x-4)$$

$$3 \cdot 26 \cdot 4 = 93 \cdot 26$$

$$x^3 \ln(x-4) = x^2 \ln x \cdot (x-4) \ln(x-4)$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 4 \\ \hline 104 \end{array}$$