

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

✓
$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

✓ 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

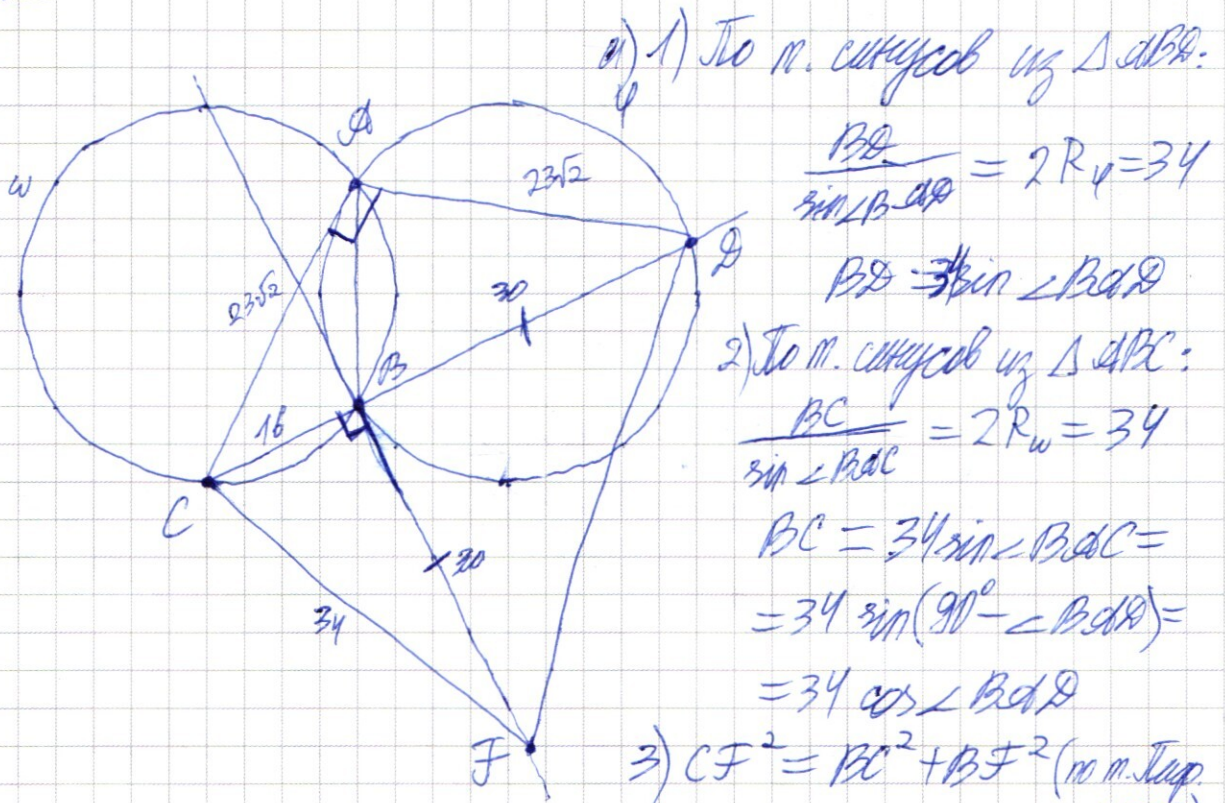
3 + 5 + 5 + 6 = 19

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

Дано: ω — окр., ψ — окр., $R_\omega = R_\psi = 17$, $\omega \cap \psi = \{A, B\}$,
 $C \in \omega$, $D \in \psi$, $B \in CD$, $\angle CAD = 90^\circ$, $m \perp CD$, $B \in m$,
 $F \in m$, $BF = BD$, D и F по разные стр. от CD
Найти: а) CF ; б) S_{ACF} (если $BC = 16$).

Решение



а) 1) По т. синусов из $\triangle ACD$:

$$\frac{BD}{\sin \angle CAD} = 2R_\psi = 34$$

$$BD = 34 \sin \angle CAD$$

2) По т. синусов из $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R_\omega = 34$$

$$\begin{aligned} BC &= 34 \sin \angle BAC = \\ &= 34 \sin(90^\circ - \angle BCD) = \\ &= 34 \cos \angle BCD \end{aligned}$$

3) $CF^2 = BC^2 + BF^2$ (по т. Пиф. из $\triangle BCF$)

$$\begin{aligned} CF^2 &= BC^2 + BF^2 = BC^2 + BD^2 = (34 \cos \angle BCD)^2 + (34 \sin \angle BCD)^2 = \\ &= 34^2 (\cos^2 \angle BCD + \sin^2 \angle BCD) = 34^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{CF = 34}$$

б) 4) $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2}$ (по т. Пиф. из $\triangle BCF$) $BF = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{18 \cdot 50} = 30$

5) По т. синусов из $\triangle ABC$: $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R_\omega = 34$ $\boxed{AC = 34 \sin \angle ABC}$

6) По н. синусов из $\triangle ABD$: $\frac{AD}{\sin \angle ABD} = 2R_4 = 34$

$$\left[AD = 34 \sin \angle ABD = 34 \sin (180^\circ - \angle ADC) = 34 \sin \angle ADC = AC \right]$$

7) $BD = BF = 30$

8) По н. Пиф. из $\triangle ACD$: $AC^2 + AD^2 = CD^2 = (30 + 16)^2 = 46^2$
 $2AC^2 = 46^2$

$$AC^2 = \frac{1}{2} \cdot 46^2 \quad \left[AC = 46 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 23\sqrt{2} \right]$$

9) $AD = AC = 23\sqrt{2}$

10) Из $\triangle ACD$: $\sin \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \frac{23\sqrt{2}}{46} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$

11) $\sin \angle ACF = \sin(\angle ACD + \angle BCF) =$
 $= \sin \angle ACD \cos \angle BCF + \sin \angle BCF \cos \angle ACD =$
 $= \sin 45^\circ \cdot \frac{16}{34} + \frac{30}{34} \cdot \cos 45^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{16}{34} + \frac{30}{34} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$

12) $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot CA \cdot CF \cdot \sin \angle ACF =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = \frac{1}{2} \cdot 23^2 \cdot 2 = 23^2 =$
 $= 529$

Ответ: а) 34; б) 529

N1

$$64824 = 3 \cdot 21609 = 3^2 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 49^2 = 3^3 \cdot 7^4$$

Возможные значения цифр: 1, 3, 7, 9. Остальные варианты не подходят, т.к. цифра — число от 0 до 9.

Пусть цифры в числе упорядочены по неубыванию. Тогда возможны следующие ~~возможные~~ восьмизначные числа:

$$13337777, 11377779$$

Количество цифр 7 нельзя увеличивать.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим каждое "переставляемое" число и найдем количество чисел, которые можно получить переставляя цифры:

1) 13334444

1. Выделим в цифрах 4. Существует 1 способ это сделать.

2. $..4.4.4.4.$

Добавим 3 цифры 3 в число. Их можно добавлять на 5 разн. возможных позиций. Количество способов это сделать:

$$C_5^3 (\text{цифры на разн. местах}) + 5 \cdot C_4^1 (\text{цифры на одной точке, а одна — на другой}) + 5 (\text{три цифры на одной точке}) = \frac{5!}{3!2!} + 5 \cdot \frac{4!}{3!1!} + 5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2} + 5 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} + 5 = 10 + 20 + 5 = 35$$

3. $..x_1.x_2.x_3.x_4.x_5.x_6.x_7.$

Добавим оставшиеся цифры 1. Способов это сделать — 8
Кол-во чисел, котор. можно получить перестановками —

$1 \cdot 35 \cdot 8 = 280$

2) 1134449

1. Выделим цифру 4. Существует 1 способ это сделать.

2. $.4.4.4.4.$

Добавим все цифры 1 в число. Кол-во способов это сделать:

$$C_5^2 (\text{цифры на разн. местах}) + 5 (\text{цифры на одной точке}) = \frac{5!}{2!3!} + 5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3!} + 5 = 10 + 5 = 15$$

3. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6$

Добавим цифру 9. Существует $\boxed{7}$ способов это сделать.

4. $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7$

Добавим цифру 3. Существует $\boxed{8}$ способов это сделать.
Кол-во чисел, котор. можно получить перестановками:

$$1 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 8 = \boxed{840}$$

Суммируем полученные значения и получаем ответ:

$$P = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120

N5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим р-во (1):

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \wedge x-y+8 \geq 0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \wedge x-y+8 < 0 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 < 0 \wedge x-y+8 \geq 0 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 < 0 \wedge x-y+8 < 0 \\ x=-16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -8 \wedge y \leq 8 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -16 \wedge x < 0 \\ y=8 \end{cases}$$

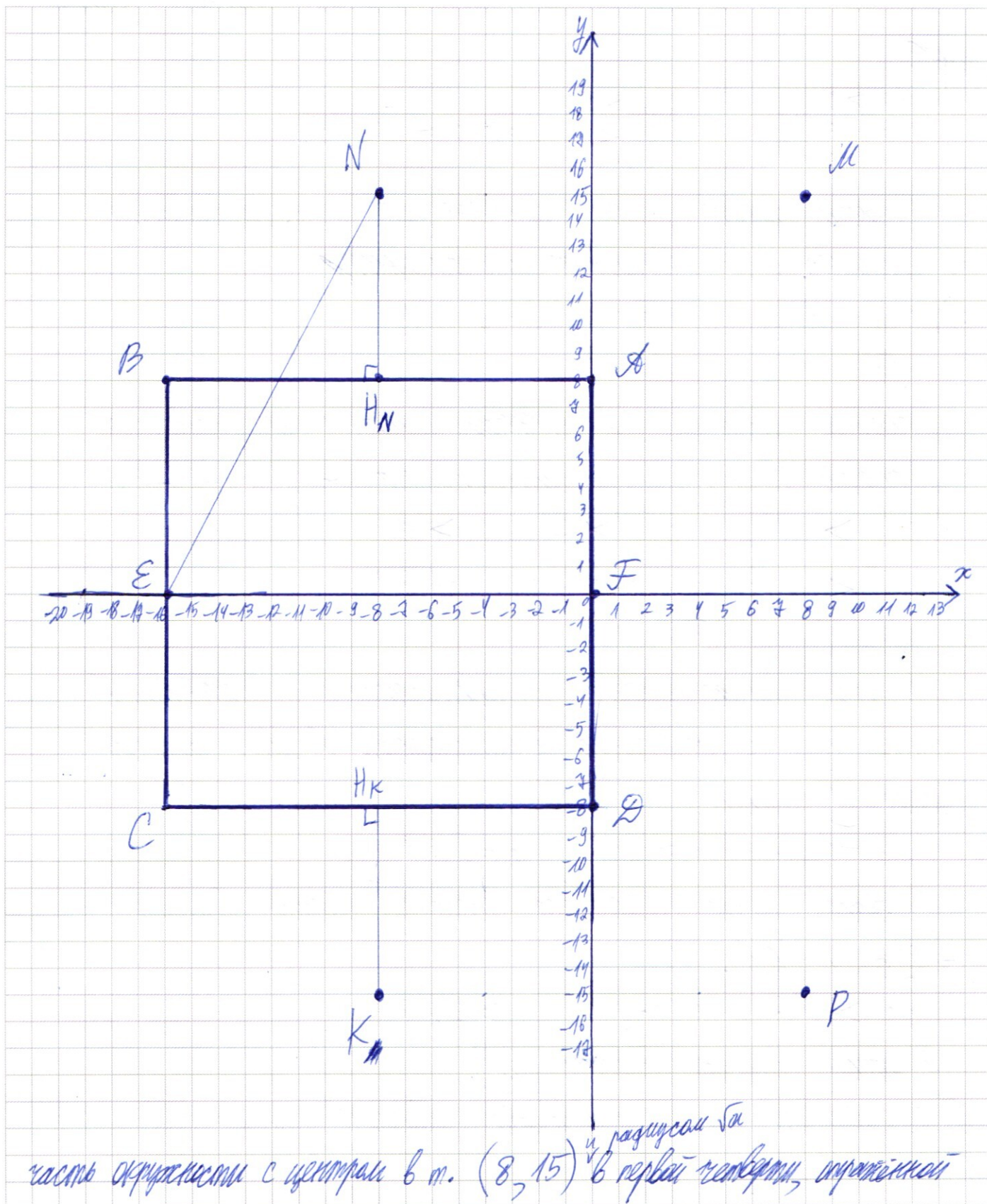
$$\begin{cases} x < 0 \wedge x \geq -16 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 8 \wedge y > -8 \\ x=-16 \end{cases}$$

Построим график этого равенства. График представляет собой прямоугольник с вершинами в точках $(0,8)$, $(-16,8)$, $(-16,-8)$ и $(0,-8)$.

Рассмотрим р-во (2). График этого равенства представляет собой

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



отн. осей x и y .

Рассмотрим случаи:

1) $a < 0$. ~~Решений нет~~ (2) нет, т.к. сумма квадратов не может быть отриц. Следовательно количество решений равно нулю.

$$2) \begin{cases} a \geq 0 \\ \sqrt{a} < NH_N \\ \sqrt{a} < KH_K \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 0 \\ \sqrt{a} < 4 \\ \sqrt{a} < 4 \end{cases} \Rightarrow a \in [0; 49)$$

В этом случае решений системы нет, т.к. окружности не касаются и не пересекают прямоугольник.

$$3) \begin{cases} \sqrt{a} = NH_N \\ \sqrt{a} = KH_K \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{a} = 4 \\ \sqrt{a} = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 49$$

Решений всего [2]: в точках касания окружностей (с центрами N и K) и прямоугольника: $(-8, 8)$ и $(-8, -8)$.

$$4) \begin{cases} \sqrt{a} > NH_N \\ \sqrt{a} < NE \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{a} > 4 \\ \sqrt{a} < 17 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 49 \\ a < 289 \end{cases}$$

$$NE = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$$

В этом случае каждая из окружностей с центрами в точках N и K пересекает прямоугольник в двух точках. Всего [4] решения.

$$5) \sqrt{a} = NE \quad \sqrt{a} = 17 \quad a = 289$$

В этом случае существует всего [2] решения в точках $(-16, 0)$ и $(0, 0)$.

$$6) \sqrt{a} > NE \quad \sqrt{a} > 17 \quad a > 289$$

В этом случае решений нет.

Итого, система имеет ровно два решения при $a \in \{49, 289\}$
Ответ: $\{49, 289\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cos(3,5x + \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(3,5x + \frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(3,5x + \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\frac{3\pi}{8} - 3,5x) + \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}) = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1): 2 \cos\left(\frac{\frac{3\pi}{8} - 3,5x + \frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{3\pi}{8} - 3,5x - \frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 4x}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{8} - 1,5x\right) = 0 \end{cases}$$

N2

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{aligned} 1) \cos 4x + \sin 4x &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x \right) = \\ &= \sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 4x + \cos 4x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= \sqrt{2} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \cos 3x - \sin 3x &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x \right) = \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos 3x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 3x \right) = \\ &= \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

Итого,

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x &= 2 \cos \frac{3x + \frac{\pi}{4} + 4x}{2} \cos \frac{3x + \frac{\pi}{4} - 4x}{2} = \\ &= 2 \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2} \right) \end{aligned}$$

Итого,

$$\begin{aligned} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2} \right) &= 0 \\ \cancel{\sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)} + \cancel{2 \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2} \right)} &= 0 \\ \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \left(\sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2} \right) \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos \left(3,5x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \sin \left(3,5x + \frac{\pi}{8} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{8} - 0,5x \right) = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Рассм. вып-е (1):

$$\sin \left(3,5x + \frac{\pi}{8} \right) + \cos \left(\frac{\pi}{8} - 0,5x \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \left(3,5x + \frac{\pi}{8} \right) \right) + \cos \left(\frac{\pi}{8} - 0,5x \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{3\pi}{8} - 3,5x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{8} - 0,5x \right) = 0$$

$$2 \cos \frac{\frac{3\pi}{8} - 3,5x + \frac{\pi}{8} - 0,5x}{2} \cos \frac{\frac{3\pi}{8} - 3,5x - \frac{\pi}{8} + 0,5x}{2} = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cos \frac{3\pi}{8} - 3,5x + \frac{\pi}{8} - 0,5x = 0 \\ \cos \frac{3\pi}{8} - 3,5x - \frac{\pi}{8} + 0,5x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{\pi}{8} - 1,5x \right) = 0 \end{cases}$$

Переходим к измн. совокупности:

$$\begin{cases} \cos(3,5x + \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \\ \cos(\frac{\pi}{8} - 1,5x) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(3,5x + \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(1,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \\ 1,5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

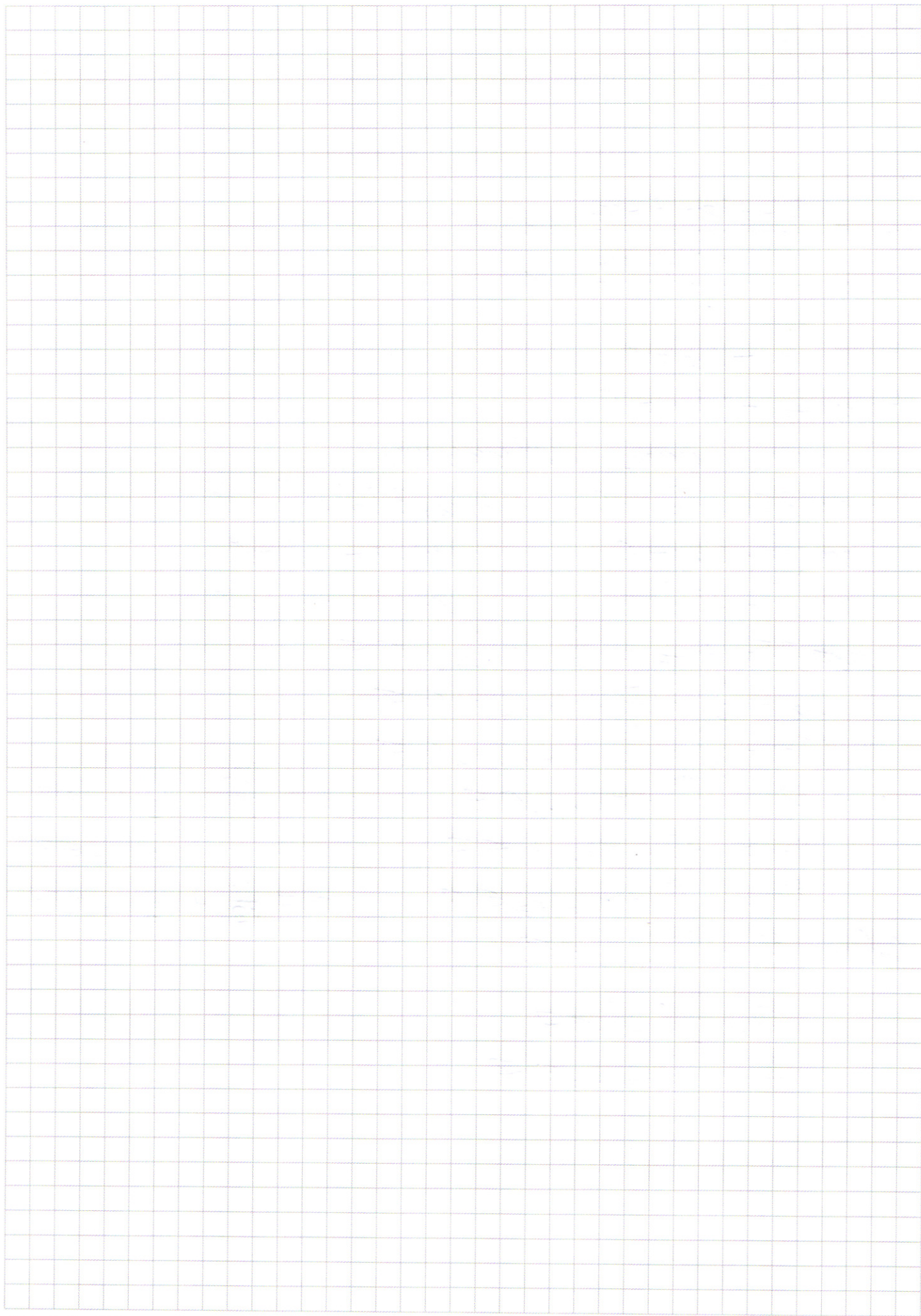
$$\begin{cases} \frac{7x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7} k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7} k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$

$$\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3} k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

$$\sin 2 + \cos 2 = \sqrt{2} \sin(2 + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \cos 4x \sin 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x (\cos 4x + 1 + \sin 4x) - \sin 3x (\sin 4x + 1 + \cos 4x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(\sin 4x + \cos 4x + 1)(\cos 3x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(\sqrt{2} \sin(4x + \frac{\pi}{4}) + 1)(\sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4})) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$[-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} + 1] \cdot [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] + [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

$$[-\sqrt{2} - 2; \sqrt{2} + 2] + [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] =$$

$$[-2 - 2\sqrt{2}; 2 + 2\sqrt{2}]$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out equations.~~

$$\sqrt{2} \sin(4x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(4x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out equations.~~

$$2 \cos(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2}) = 0$$

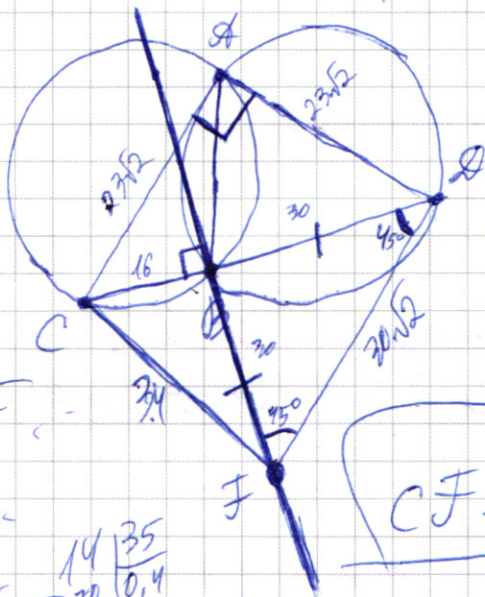
$$2 \sin(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) + 2 \cos(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2}) = 0$$

$$\cos(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0$$

$$\sin(\frac{3x + \frac{\pi}{4}}{2}) + \cos(\frac{\frac{\pi}{4} - x}{2}) = 0$$

№6

$R=17$



В м. центр ΔBOD :

$$\frac{BD}{\sin \angle BOD} = 34$$

$$BD = 34 \sin \angle BOD$$

$$BC = 34 \sin \angle BOC = 34 \cos \angle BOD$$

$$\frac{BD}{BC} = \tan \angle BOD$$

$$CF^2 = BD^2 + BC^2 = 34^2 (\sin^2 \angle BOD + \cos^2 \angle BOD) = 34^2$$

$$\frac{BD}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC + BD}{2}$$

$$2BD = \frac{\sqrt{2}}{2} BC + \frac{\sqrt{2}}{2} BD$$

$$BD(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{4 - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4 - \sqrt{2}}$$

$$\tan \angle BOD = \frac{\sqrt{2}}{4 - \sqrt{2}}$$

$$1 + \tan^2 \angle BOD = \frac{1}{1 - \sin^2 \angle BOD}$$

$$1 - \sin^2 \angle BOD = \frac{1}{1 + \frac{2}{16 - 8\sqrt{2}}}$$

$$\sin^2 \angle BOD = 1 - \frac{1}{\frac{16 - 8\sqrt{2} + 2}{16 - 8\sqrt{2} + 2}}$$

$$= 1 - \frac{18 - 8\sqrt{2}}{20 - 8\sqrt{2}} = \frac{20 - 8\sqrt{2} - 18 + 8\sqrt{2}}{20 - 8\sqrt{2}} = \frac{2}{20 - 8\sqrt{2}}$$

$y?$

$$BD = 34 \sin \angle BOD = \frac{23}{52} 9$$

$$= 34 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{5 - 2\sqrt{2}}} = 17 \sqrt{\frac{2}{5 - 2\sqrt{2}}}$$

$$BC = 34 \cos \angle BOD =$$

$$= 34 \cdot \sqrt{\frac{18 - 8\sqrt{2}}{20 - 8\sqrt{2}}} = 17 \sqrt{\frac{18 - 8\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}}}$$

$$CF^2 = 289 \left(\frac{2}{5 - 2\sqrt{2}} + \frac{18 - 8\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}} \right) = 289 \cdot \frac{20 - 8\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N1 \ 64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r} 6482\overline{)3} \\ \underline{0} \\ 3 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21609 \overline{) 3} \\ \underline{21} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 09 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4203 \overline{) 16812} \\ \underline{8406} \\ 8406 \\ \underline{8406} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 30 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ + 1960 \\ \hline 2401 \end{array}$$

Разные раз.: $C_5^3 = 10$

Реш на екстр. поз: $5 \cdot C_4^7 = 20$

При ка' охотн поз.: 5

Разные раз.: $C \frac{2}{4} = \frac{4!}{5! \cdot 2!} = 21$

Два на один раз: ~~5/8~~ 5/8

$$1 \cdot 10^{\frac{3}{5}} \cdot 10^{\frac{1}{8}} = \frac{2^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{8}}}{2^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{8}}} =$$

$$= \frac{2^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{5}}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{8}}}{2^{\frac{1}{8}}} =$$

$$= 1 \cdot 1 = 1$$

$$7+6+5+4+3+2+1=$$

$$= 13+9+6=13+15=28$$

~~$1 \cdot 0_5^1 \cdot 0_6^1 \cdot 0_7^2$~~

h. f. h. f. h.

• a . a . a . a . a .

1. a. a. a. a. a. a.

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
22, 23, 24, 25, 26, 27

66, 67

$$15.8 =$$

$$= 60.7 = 120$$

$\frac{1}{2}$

120 10 <

$$\frac{4}{10}$$

840

6.

6

□

ИЖ ☐ ЧИСТ

галочку в нужном п

$$\begin{array}{r} 444 \ 445 \\ 455 \\ \hline 555 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

$$O_5^3 = 35$$

$$0.5 = 11$$

5 { 111, 112, 113, 114, 115
14 { 122, 123, 124, 125
15 { 133, 134, 135
144, 145
155

220 { 222, 223, 224, 225
233, 234, 235
244, 245
255

6 { 333, 334, 335
344, 345
355

$$\cos 4x + 3\cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

N5 V (±)

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 35} \\ \underline{0} 542 \\ 190 \\ \underline{195} \\ 150 \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

$$(1): \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \wedge x-y+8 \geq 0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \wedge x-y+8 < 0 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 < 0 \wedge x-y+8 \geq 0 \\ y=-8 \end{cases}$$

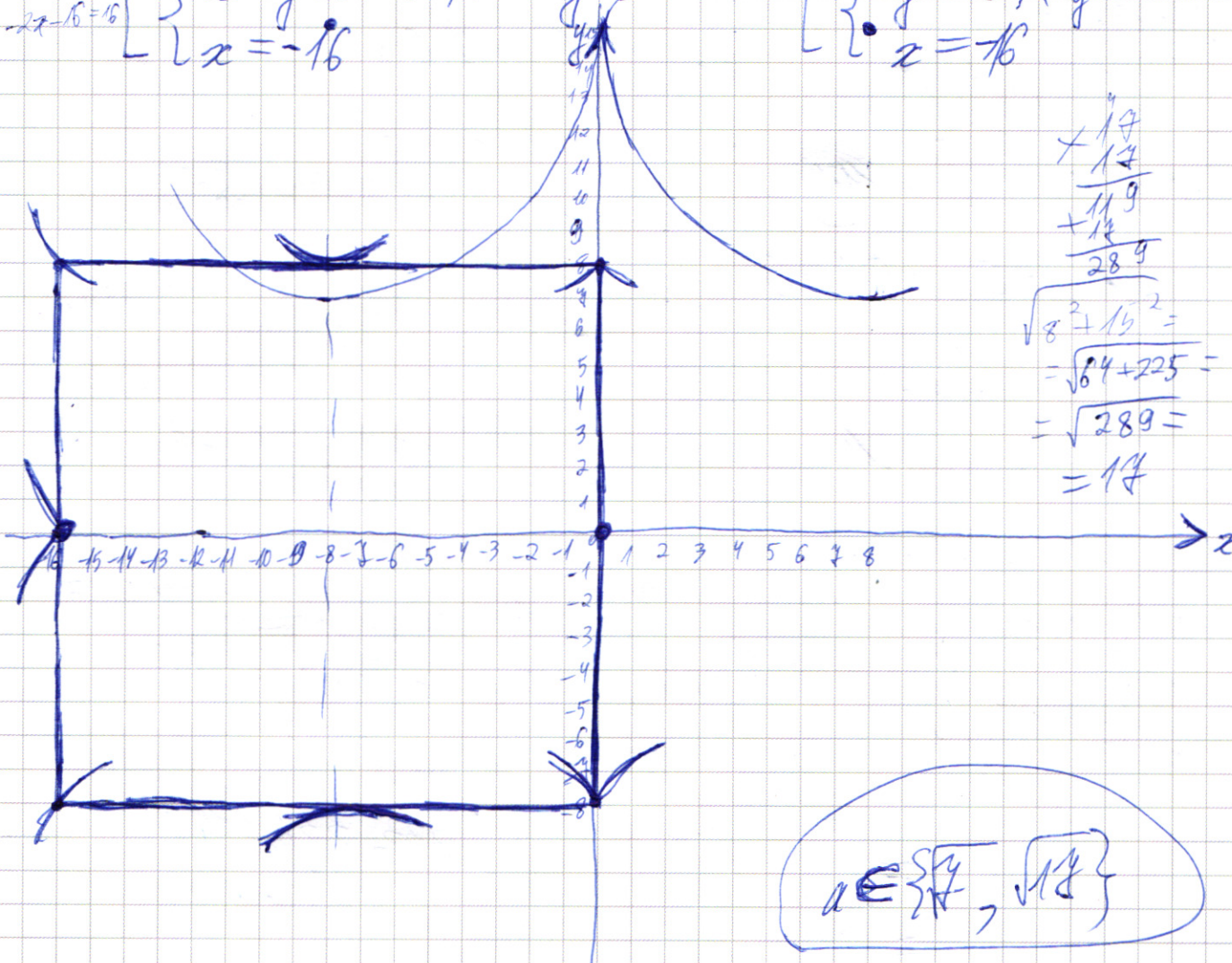
$$\begin{cases} x+y+8 < 0 \wedge x-y+8 < 0 \\ x=-16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > -8 \wedge y \leq 8 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -16 \wedge x < 0 \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \wedge x \geq -16 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 8 \wedge y > -8 \\ x=16 \end{cases}$$



$$\begin{array}{r} +17 \\ +17 \\ \hline +17 \\ +17 \\ \hline 289 \\ \sqrt{8^2 + 15^2} = \\ = \sqrt{64 + 225} = \\ = \sqrt{289} = \\ = 17 \end{array}$$

$$a \in \{\sqrt{17}, \sqrt{17}\}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1): y = 0 \Rightarrow -3x^2 + 12x = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$y \neq 0 \Rightarrow 1 + 2 \cdot \frac{x}{y} - 3 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 12 \cdot \frac{x}{y^2} + 4 \cdot \frac{y}{y^2} = 0$$

$$AC^2 + AD^2 = 46^2$$

$$\frac{AD}{\sin \angle ABD} = 34 \quad AD = 34 \sin \angle ABD$$

$$\frac{AC}{\sin \angle ADB} = 34 \quad AC = 34 \sin \angle ADB$$

$$AD = AC$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline + 469 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$2 \cdot AC^2 = 46^2$$

$$AC^2 = \frac{2 \cdot 46 \cdot 23}{2} = 2 \cdot 23^2$$

$$\begin{cases} AC = 23\sqrt{2} \\ AD = 23\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\sin \angle ACF = \sin (\angle ACD + \angle FCD) =$$

$$= \sin (45^\circ + \angle FCD) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \angle FCD + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \angle FCD$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{16}{34} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{30}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{46}{34} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 23^2 \cdot 2 = 23^2 = 529$$

№6 (продолжение)

$$BC = 16, CF = 34 \Rightarrow BF = \sqrt{34^2 - 16^2} =$$

$$= \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2} =$$

$$= 30$$

$$BF = BF = 30$$

$$BF = 34 \sin \angle BCF$$

$$\sin \angle BCF = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

$$\cos \angle BCF = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$1) AC^2 + AD^2 = 46^2$$

$$46^2 - 34^2 - 30^2 =$$

$$2) 30^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \frac{8}{17} = 2116 - 1156 - 180 <$$

$$3) 16^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \frac{15}{17} \leq 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 46^2 \\ 30^2 = z^2 + y^2 - \frac{16}{17}zy \\ 16^2 = z^2 + x^2 - \frac{30}{17}zx \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 46^2 - y^2 \\ 30^2 = z^2 + y^2 - \frac{16}{17}zy \\ 16^2 = z^2 + 46^2 - y^2 - \frac{30}{17}z\sqrt{46^2 - y^2} \end{cases}$$

$$16^2 = z^2 + 46^2 - y^2 - \frac{30}{17}z\sqrt{46^2 - y^2}$$

$$\sqrt{46^2 - y^2} \cdot \frac{30z}{17} = z^2 - y^2 + 46^2 - 16^2$$

$$t \cdot \frac{30z}{17} = z^2 - 16^2 + t^2$$

$$t^2 = t \cdot \frac{30z}{17} + (z^2 - 16^2)$$

$$D = \frac{30^2 z^2}{17^2} - 4(z^2 - 16^2) = z^2 \cdot \frac{30^2 - 4 \cdot 17^2}{17^2} + 4 \cdot 256 =$$

$$= 32^2 - z^2 \cdot \frac{16^2}{17^2}$$

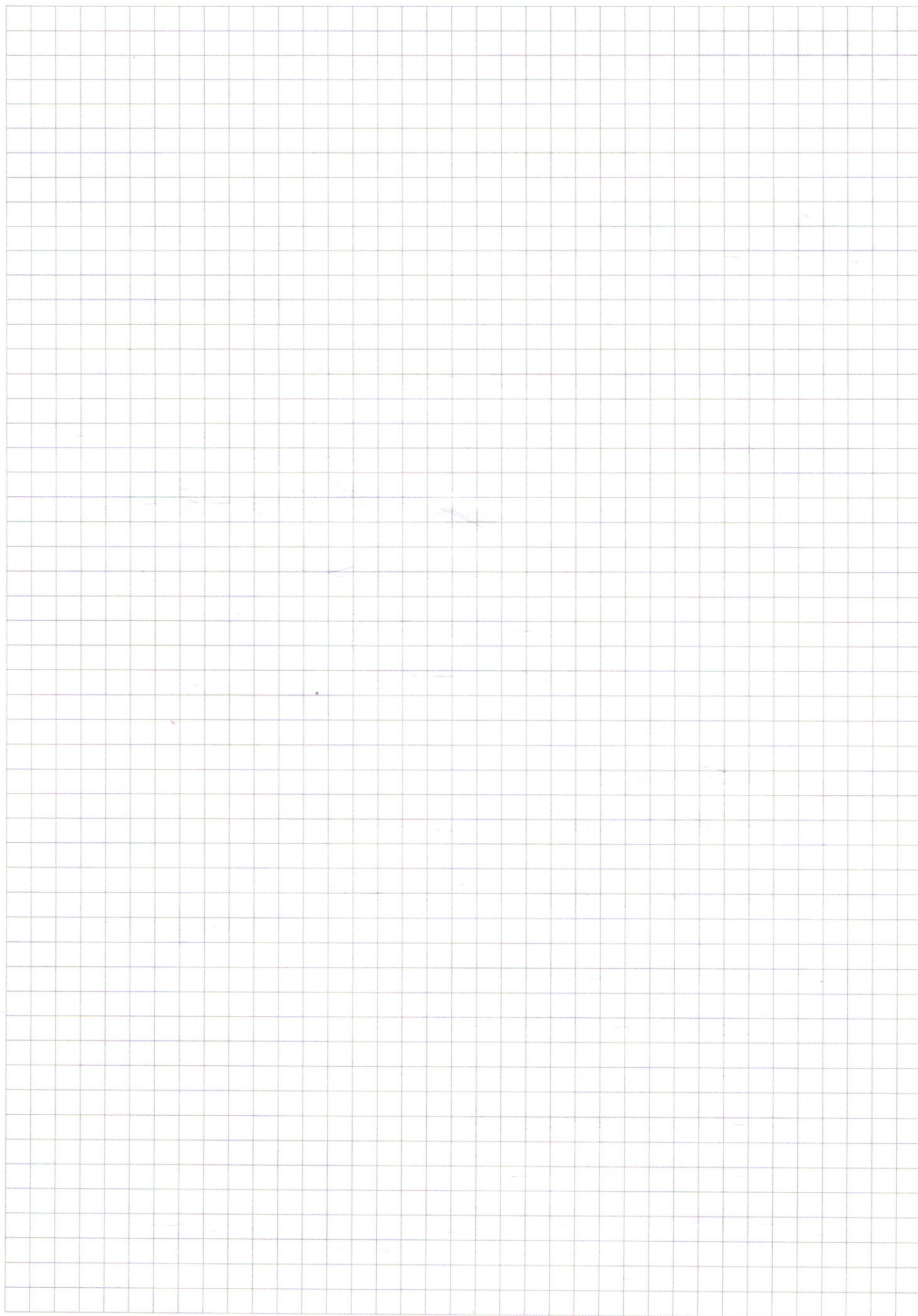
$$t = \frac{\frac{30z}{17} \pm \sqrt{32^2 - \frac{16^2 z^2}{17^2}}}{2} = \frac{\frac{30z}{17} \pm 16 \sqrt{4 - \frac{z^2}{17^2}}}{2} = \frac{15z}{17} \pm \sqrt{\frac{z^2}{17^2}}$$

$$\sqrt{46^2 - y^2} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$(-\frac{1}{y})^{\ln(-y)} \cdot x^{4\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$~~
 $\cos \frac{\pi}{6} = 2\cos^2 \frac{\pi}{12} - 1$
 $y^2 + 4y + 2xy + 12x - 3x^2 = 0$
 $(y+x)^2 + 4y + 12x - 4x^2 = 0$
 $(y+x)^2 = 4x(x-3) - 4y$
 $4x(x-3) - 4y \geq 0$
 $4x^2 - 12x \geq 4y$
 $y \leq x^2 - 3x$
 $y \leq x^2 - 3x$
 $y + x \leq x^2 - 2x$
 $(y+x)^2 \leq (x^2 - 2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$
 $y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0$
 $y^2 + y(2x+4) - (3x^2 - 12x) = 0$
 $D = (2x+4)^2 - 4(3x^2 - 12x) =$
 $= 4x^2 + 16x + 16 - 12x^2 + 48x =$
 $= -8x^2 + 64x + 16 =$
 $= -8(x^2 - 8x - 2)$
 $y = \frac{-2x-4 \pm 2\sqrt{-2x^2+16x+4}}{2} = -x-2 \pm \sqrt{-2x^2+16x+4}$

$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$
 $\sin \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$
 $\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{6} = 2 \sin$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$
 $\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{12}$
 $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$
 $1 + \sqrt{3} = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$
 $(1+\sqrt{3})^2 = 4+2\sqrt{3}$
 $8^2 + 8 = 64 + 8 = 72$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1
(Нумеровать только чистовики)