

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

✓

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

- ✓ 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$$84827 = 3 \cdot 21609 = 3 \cdot 3 \cdot 7203 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ + 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

так как $0 \leq d \leq 9$
максимальный цифра, но
в разряде d - цифра (максимум)

$$0 \leq 3 \leq 9 \quad 0 \leq 3 \cdot 3 \leq 9$$

$$3 \cdot 3 > 9 \quad \text{не подходит}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 > 9 \quad \text{не подходит}$$

оставшиеся 4 цифры: $3; 3; 3; 1$
 $9; 3; 1; 1$

оставшиеся 4 цифры:

всего чисел $8 \Rightarrow$

4 цифры, 1 цифра, 1 цифра,
2 единицы

$$\frac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!}$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8$$

возможности

всего вариантов — сумма (1) и (2), т.к. они не пересекаются

$$5 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3 = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4 = 20 \cdot 56 = 1120$$

Ответ: 1120 чисел.

W2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) + \left(\frac{\cos 3x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin 3x}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\cos 7x \cos \frac{\pi}{4} + \sin 7x \sin \frac{\pi}{4} \right) + \left(\cos 3x \cos \frac{\pi}{4} - \sin 3x \sin \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} + 7x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = 2 \cdot \sin \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 2 \cdot \cos \left(\frac{4x + 3x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{4x - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) =$$

$$= 2 \cdot \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$2 \sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = -2 \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = -\cos \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$1) \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{4 \cdot 7} + \frac{2\pi k}{7} = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$$

$$2) \sin \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = -\cos \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$-\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \Rightarrow \sin \cos \left(\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi}{8} + \frac{7x}{2} \right) = \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$$

$$\cos \left(\frac{5\pi}{8} + \frac{7x}{2} \right) = \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$$

$$\frac{5\pi}{8} + \frac{7x}{2} = \pm \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) + 2\pi k$$

$$a) \frac{5\pi}{8} + \frac{7x}{2} = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} + 2\pi k; \quad 43x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

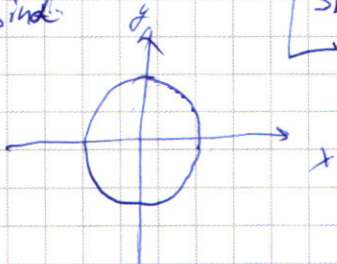
$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$b) \frac{5\pi}{8} + \frac{7x}{2} = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + 2\pi k; \quad 4x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}, \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \right\}; k \in \mathbb{Z}$$

Синд:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5

$a = ?$ 2 рел.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$R = \sqrt{a}$

$$\begin{aligned} & \& |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ & x+y+8=0 \Leftrightarrow y = -x-8 \\ & x-y+8=0 \Leftrightarrow y = -x+8 \end{aligned}$$

$$y = x+8$$

$$(1): x+y+8 = y-x-8$$

$$(1): x+y+8 + y-x-8 = 16 \\ y = 8$$

$$(2): -x-y-8 + y-x-8 = 16 \\ x = -16$$

$$(3): x+y+8 - y+x+8 = 16 \\ x = 0$$

$$(4): -x-y-8 - y+x+8 = 16 \\ y = -8$$

$$\& (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$$

Эллипсы с центрами

- $O_1(8; 15)$
- $O_2(-8; -15)$
- $O_3(-8; 15)$
- $O_4(8; -15)$

$$(4) \quad y = -x-8$$

График симметричен относительно $Ox \Rightarrow$ всегда центр есть в начале координат
лучше 2 — в каком направлении по 1; 8; 8; 8 — в каком направлении по 1

используем формулы $\sqrt{a}$; $\sqrt{a} \leq 7 - 8$

$a = 4$ для точек O_1, O_2, O_3, O_4 касания эллипсов

$$7 \leq \sqrt{a} \leq \sqrt{593} \quad (O_3A = O_3B = O_2C = O_2D = \sqrt{593})$$

$$\sqrt{a} > \sqrt{593} \Rightarrow O_2 \text{ и } O_3 \text{ не пересекаются}$$

$$\sqrt{593} \leq \sqrt{a} < \sqrt{1105} \quad O_1C = O_4D = \sqrt{1105}$$

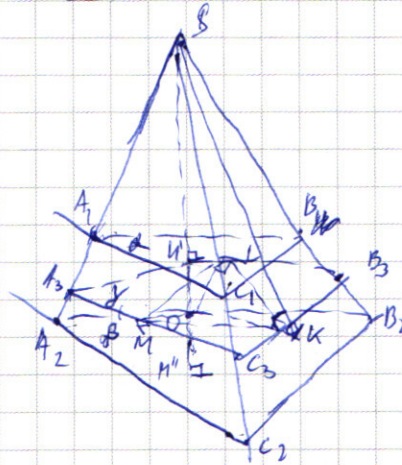
$$\sqrt{a} = \sqrt{1105} \text{ — для точек } O_1 \text{ и } O_2 \text{ касания эллипсов}$$

$$\sqrt{a} > \sqrt{1105} \text{ — не пересекаются}$$

Ответ: $a = 1105$; $a = 4$

W4

Решение
 Сторона 0
 дана. 6 углов. угол S
 $K_6 M - (1) \text{ var.}$
 $\angle \beta - \text{углов} \perp SO$
 $\text{var. } 0$
 $\frac{S_{\text{окт}}}{S_{\text{окт}}} = \frac{9}{16}$
 $\angle KSO - ?$
 $S_{\text{окт. KLM}} - ?$



$$\angle \perp SO \Rightarrow \angle \parallel \beta$$

$$(A_1C_1) \parallel (A_2C_2)$$

$$(A_2B_1) \parallel (A_2B_2)$$

$$(A_2C_1) \parallel (B_2C_2)$$

в т.ч. 0 имеет пер
 уг. об-ва парал. плоскостям

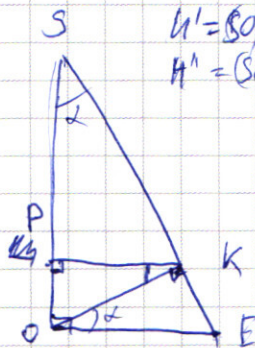
~~КЛМ~~ не может быть а реб. окт
 $\angle ASC_1 - \text{одного (углов } A_2SC_2)$
 $\Delta A_1SC_1 \sim \Delta A_2SC_2$

$\angle S$ при всех а-тах

$f = (KLM)$

Аналогично, $\Delta C_1SB_1 \sim \Delta C_2SB_2$; $\Delta A_2B_2B_2 \sim \Delta A_1SB_1$

$$\frac{A_1C_1}{A_2C_2} = \frac{SC_1}{SC_2} = \frac{C_1B_1}{C_2B_2} = \frac{SB_1}{SB_2} = \frac{A_1B_1}{A_2B_2}$$



$$U' = SO \cap (A_1B_1C_1)$$

$$H' = SO \cap (A_2B_2C_2)$$

$$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2 \Rightarrow K^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow K = \frac{3}{4}$$

$U'U'' - \text{гипотенуза (углов } \perp \text{ плоскостям)}$
 $U'U'' \text{ на грани октанта}$

$$OU' = OU'' = r$$

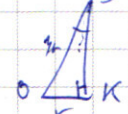
$$\frac{SH'}{2r} = \frac{3}{4}; SH' = 6r; SO = 7r$$

$$\frac{OK}{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{1}{2}$$

$$OE \parallel (A_2C_2B_2) \parallel (A_1B_1C_1)$$

$$OE \parallel (A_2C_2B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Delta EFG$$



$$\Delta EFG \sim \Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$$

$$K = \frac{35}{6} = \frac{7}{6}$$

0 - центр

$$H'H'' \Rightarrow$$

$$\frac{SH'}{SH''} = \frac{3.5}{2} = \frac{7}{4}$$

$$S_{EFG} = 9 \cdot \frac{7.7}{9.4} = \frac{44}{4}$$

$$\cos \angle KSO = \frac{OS}{SK} = \frac{7r}{9r} = \frac{7}{9}$$

$$OE = a$$

$$OK = a \cos \angle KSO = a \cdot \frac{7}{9}$$

$$PK = a \cdot \frac{16 \cdot 3}{49} = a \cdot \frac{48}{49}$$

$$\Delta KLM \sim \Delta EFG$$

$$\Delta A_2B_2C_2$$

$$\Delta KLM \sim \Delta EFG; K = \frac{48}{49}$$

$$K^2 = \frac{48^2}{49^2}$$

$$S_{A_2B_2C_2} = \frac{48^2}{49} \cdot \frac{49}{4} = \frac{24 \cdot 24}{49} = \frac{576}{49}$$

$$\sin \angle KSO = \frac{1}{2}; S_{\text{окт. KLM}} = \frac{576}{49}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\boxed{W3}$$

$$\left[f\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} \right] = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$-y \geq 0; \quad \underline{y \leq 0}$$

$$\underline{x > 0}$$

$$y = \frac{-(x+2) \pm \sqrt{4(x-1)^2}}{1}$$

$$\frac{y}{x} = -x - 2 - 2x + 2 = -3x$$

$$y_2 = -x - 2 + 2x - 2 = x - 4 \quad ; \quad y_2 + 4 = x$$

$$\Delta: y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2y(x+2) + (12x-3x^2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 - (2x-3x^2) =$$

$$= x^2 + 4x + 4 - 12x + 3x^2 =$$

$$= 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2$$

$$= -|x+2| \pm 2|x-1|$$

$$\textcircled{1} \left(+ \frac{x^7}{+3x} \right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln(3x)} = x^{\cancel{6\ln(3x)} \cdot x}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt[3]{3}} \right)^{6 \ln(3x)}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{3}}, \ln(3x) \right)$$

$$= \cancel{x^{6 \ln(\sqrt[3]{9} \cdot x)}} \cdot x^{2 \ln(9x^3)} \left(\frac{x}{\sqrt[5]{3}} \right)^{6 \ln(3x)} \cdot \cancel{6 \ln(\sqrt[3]{9})} = x^{6 \ln(\sqrt[3]{9} \cdot x)} \cdot e^{\ln(\frac{x}{\sqrt[5]{3}}) \ln(3x)} = x^{6 \ln(\sqrt[3]{9} \cdot x)} \cdot e^{\ln(x) \ln(2\sqrt{3} \cdot x)}$$

$$\ln\left(\frac{x}{\sqrt[5]{3}}\right) \ln(3x) = \ln(x) \ln(\sqrt[5]{3}x)$$

$$(\ln(x) - \ln(\sqrt{3}))(\ln(x) + \ln(3)) = \ln(x)(\ln(x) + \ln(3\sqrt{3}))$$

$$\ln x = a$$

$$(a - \ln \sqrt{3}) / (a + \ln 3) = a / (a + \ln 3\sqrt{3})$$

$$x^2 - (\ln^2 3 + \ln 3) a + \ln 3 \ln^2 3 = x^2 + a \ln^3 3$$

$$-\ln 3 + \ln 3 + \ln 3 = \ln 3 \quad (\ln 3 = \ln 3)$$

$$\frac{\ln 3 + \ln \sqrt{3}}{\ln | \frac{6}{3} |} = \frac{\ln 3}{1} = \ln 3$$

$$x = 0 \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 3$$

$$y = -3.22x - 0.21$$

$$(3, -9)$$

$$\rightarrow \left(2 - \frac{b}{2}, -2 - \frac{b}{2}\right); \left(2 - \frac{b^2}{2}, -2 - \frac{b^2}{2}\right)$$

$$(2) \left(\frac{x^2}{y-x} \right)^{\ln(y-x)} = x^{2 \ln(x(x-y)^2)}$$

$$\ln(n-x) (\ln(x) - \ln(n-x)) = 2(\ln x + 2\ln(n-x)) \ln x$$

$$2 \ln x \ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2 \ln^2 x + \ln^2 x$$

$$0 = 2 \ln^2 x + \ln^2(4x) - 3 \ln x \ln(4x)$$

$$\ln^2|y-x| - 3/1$$

$$\ln 2(x) + \frac{\ln(b-x)}{1-x} + 2 = 0 \quad \text{with } b-x=2$$

$$b = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$\mu(x)$

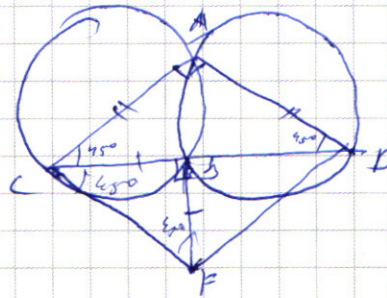
№6

(a)

$R_1 = R_2 = 77$
 on O_1 и on $O_2 = A, B$
 $C \in \text{arc } O_1$
 $D \in \text{arc } O_2$
 $B \in CD$

 $\angle CAD = 90^\circ$

 $CF?$

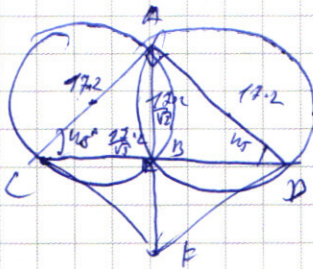
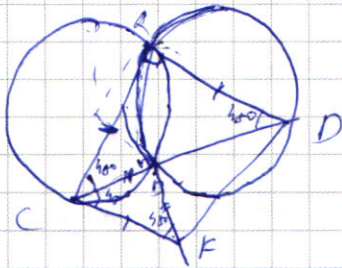


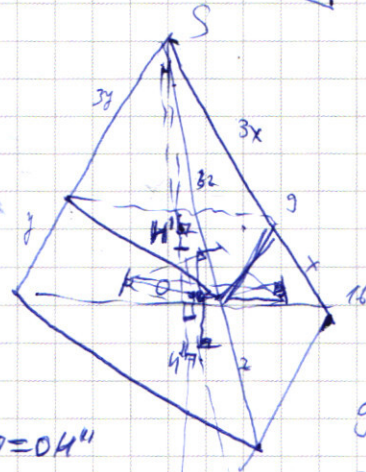
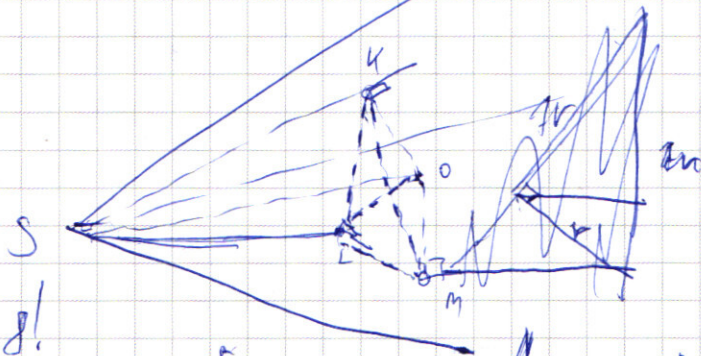
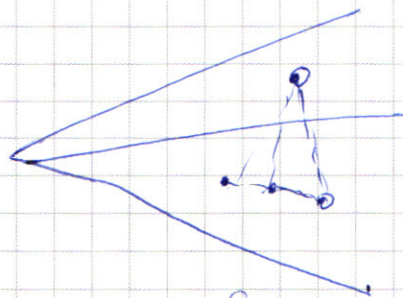
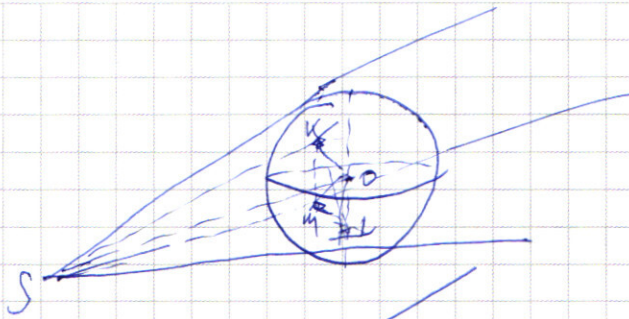
$\angle ACD = \angle ADC$ - вна. для равн. дуг
 AB в arc $O_1 = \overset{\sim}{AB}$ в arc O_2
 равные радиусы

$$\angle ACF = 90^\circ$$

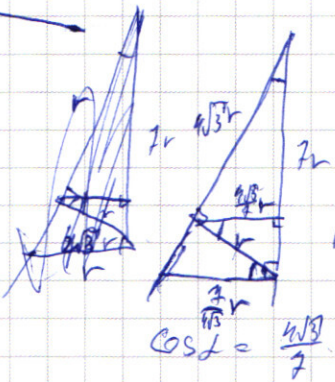
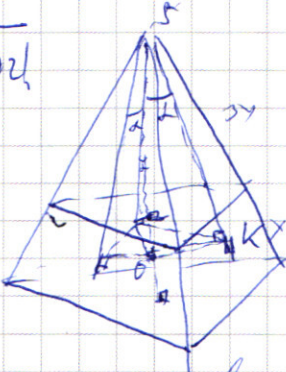
$$FD = 84$$

[Handwritten signature]





$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

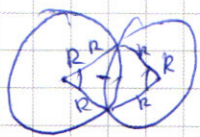


$$H_0 = 0.4''$$

$$\cos \angle = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$9 \cdot \frac{35}{3} = 8 \cdot \frac{7}{16} = \frac{21}{2}$$

центр впис. на поверхности (поверхности)

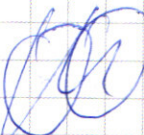
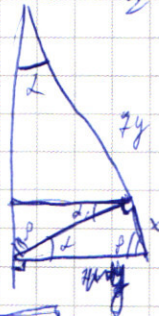


$$\sin \angle KSO = \frac{1}{7}$$

$$\frac{2r}{sh} = \frac{4}{3}$$

$$sh = 6r$$

$$SO = 7r$$

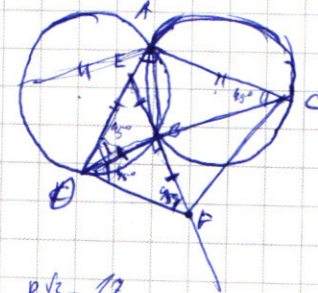
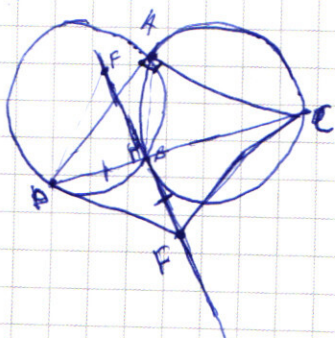


$$\cos \angle = \frac{\sqrt{48}}{7} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\frac{21}{2} \cdot \frac{16.3}{44} \sim \frac{9 \cdot 8}{7} = \frac{72}{7}$$

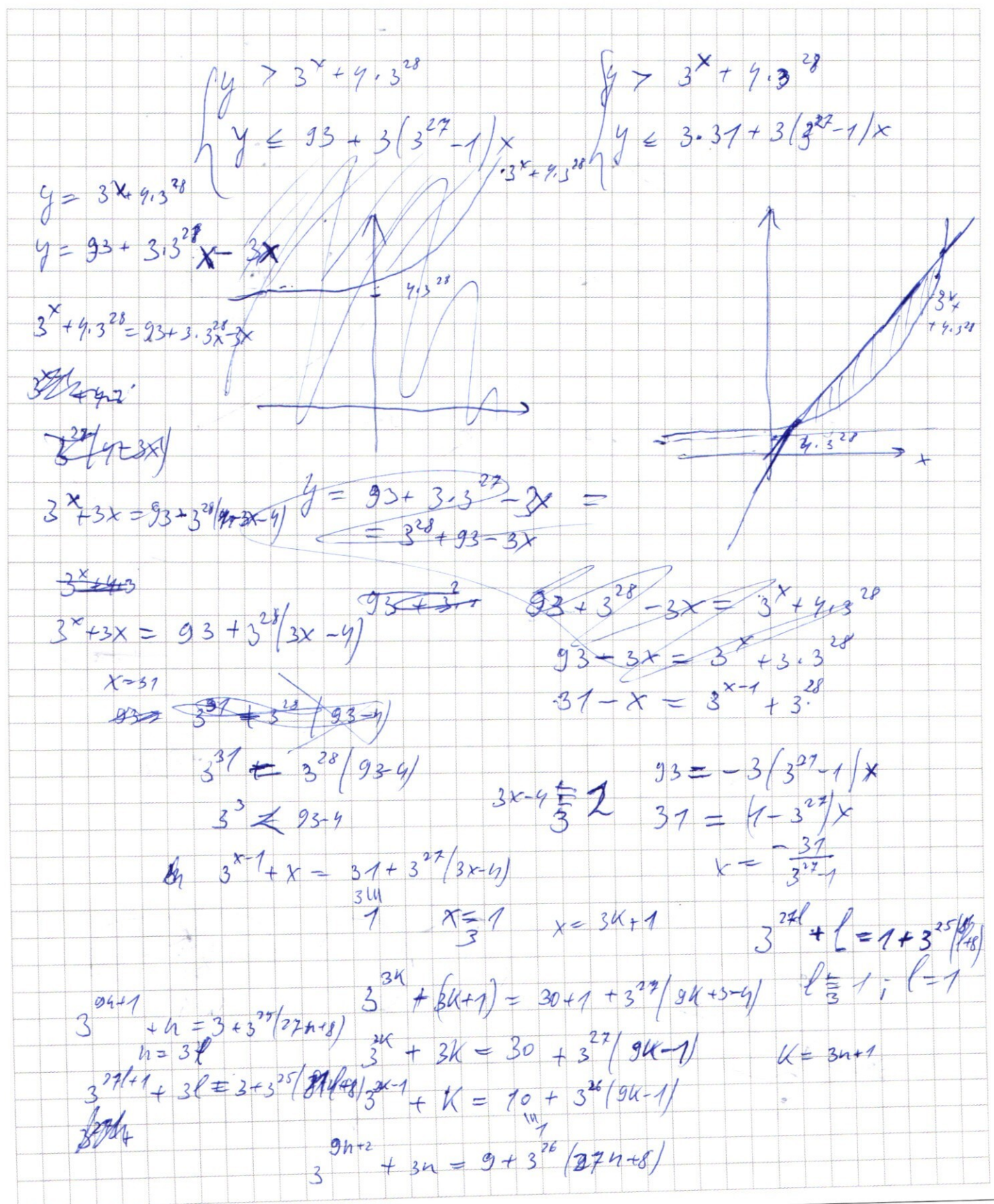
$$\frac{21}{2} \cdot \frac{16.3}{44} \sim \frac{9 \cdot 8}{7} = \frac{72}{7}$$

$$R_1 = R_2 = 17$$



$$R\sqrt{2} = \frac{17}{\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x - 4y = 0$$

$$(y^2 + 2xy + x^2) - 4x^2 + 12x - 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x - 4y = 0$$

$$2y^2 - 4y + 2 = y^2 + 2xy - x^2 - 2x^2 + 12x = 0$$

$$-(y-x)^2 + 2(y-1)^2 - 2(x-3)^2 + 9 = 0$$

88!

$$2(y-1)^2 - (y-x)^2 - 2(x-3)^2 + 9 = 0$$

$$2((y-1)^2 - (x-3)^2) = (y-x)^2$$

$$2(y+x-4)(y-x+2) + 9 = (y-x)^2$$

$$y = -\frac{(2x+4) \pm 2\sqrt{(x-1)^2}}{2}$$

$$= -(x+2) \pm 2|x-1| = 529 + 64 =$$

$$= -(x+2) \pm 2(x-1)$$

$$y_1 = -x-2-2x+2 = -3x$$

$$y_2 = -x-2+2x-2 = x-4$$

окр. с O(8; 15)

$$\begin{cases} y_1 = -3x \\ y_2 = x-4 \end{cases}$$

$$(x/1)^2 + (y/1)^2 = R^2$$

$$|x+y+8| + |y-x-8| = 16$$

$$x+y+8 \leq 0 \Rightarrow y = -x-8$$

$$x-y+8 \leq 0 \Rightarrow y = x+8$$

$$1. x+y+8+y-x-8=16 \Rightarrow y=8$$

$$2. -x-y-8+y-x-8=16 \Rightarrow -2x=32 \Rightarrow x=-16$$

$$3. -x-y-8-y+x+8=16 \Rightarrow -2y=16 \Rightarrow y=-8$$

$$y. x+y+8+x+8-y=16 \Rightarrow x=0$$

$$-y > 0$$

$$y < 0$$

$$xy^2 > 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) + (12x-3x^2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 - (12x-3x^2) = y^2 + 2y(x+2) + (12x-3x^2)$$

$$= x^2 + 4x + 4 - 12x + 3x^2 =$$

$$= 4x^2 - 8x + 4 =$$

$$= 4(x^2 - 2x + 1) =$$

$$= 4(x-1)^2 \geq 0$$

$$x=1; D=0$$

$$y^2 + 6y + 9 = 0$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

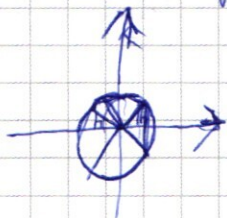
$$64827 = \sqrt[3]{22000} \cdot 3 \cdot 21609 = 3 \cdot 21609 \oplus$$

$$10+8+9=27$$

$$2+1+6+9=18$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 7203 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2401 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 343$$

$$\angle = \pm \beta + 2\pi k$$



$$\begin{array}{r} 49 \\ \cdot 49 \\ \hline 196 \\ 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \quad | \quad 7 \\ \underline{21} \quad 343 \\ -30 \\ \underline{28} \\ 21 \end{array}$$

$$7 \cdot 7 = 49$$

$$49 \cdot 7 = 280 + 63 = 343$$

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\cos \alpha = \cos \beta$$

$$64817 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1^4 \quad \text{или} \quad 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3$$

$$7 \text{ цифр} - \boxed{7}$$

$$\cos(7x) + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \cos \alpha$$



$$(\cos 7x + \sin 7x) + (\cos 3x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\cos 3x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin 3x}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$$



$$\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos 7x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 7x \right) + \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos 3x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 3x \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 2 \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$-\sin \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \beta \quad \cos(\alpha) + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha = -\cos \beta$$

$$\sin \alpha + \cos \beta = 0 \quad \cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) =$$

$$\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cos \frac{3\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos \frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2} =$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos 5x \left(\cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$\sin(7x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = \sin(\frac{\pi}{4} - 7x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x$$

$$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} + \cos(7x - \frac{\pi}{4}) =$$

$$\sin \alpha = -\cos \beta$$

