# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

# ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

## 11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

$(3x+y)(y-x) + 4(3x+y) = (3x+y)(4-x+y)=0$

4. [5 баллов] Сфера с центром $O$ вписана в трёхгранный угол с вершиной $S$ и касается его граней в точках $K$, $L$, $M$ (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол $KSO$ и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью $KLM$, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой $SO$, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках $A$ и $B$. На первой окружности выбрана точка $C$, а на второй – точка $D$. Оказалось, что точка $B$ лежит на отрезке $CD$, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к $CD$, проходящем через точку $B$, выбрана точка $F$ так, что $BF = BD$ (точки $A$ и $F$ расположены по разные стороны от прямой $CD$). Найдите длину отрезка $CF$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника $ACF$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x, y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. число 64827 мы можем разложить:

$64827 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$ – 8 простых множителей, значит, ~~числ~~ восьмизнач. число состоит из 4х 7, 3х 3 и 1от 1

Расставим цифры: вариантов расстановки $P$:

$P_7 = C_8^4 = \frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$ В каждом случае нужно на ост. 4 мест расставить тройки, а на оставшиеся – единиц.

$P_3 = C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$

таким образом $P_{об} = P_7 \cdot P_3 = 70 \cdot C_4^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^3 =$

$= 70 \cdot 4 = 280 + 70 \cdot 6$ Ответ: ~~280 чисел~~ 700 $\boxed{1120}$

$[\frac{4}{2} \cdot 2!$ – второй случай $9 \; 3 \; 1 \; 7 \; 7 \; 9 \; 7 \; 1$

3. $$\begin{cases} \left(\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^4)} \\ (y^2 + 2xy - 3x^2) + 4(3x+y) = 0 \quad (1) \end{cases}$$ $y < 0 \quad xy^2 > 0 \Rightarrow x > 0$

1) $y^2 + 2xy - 3x^2 \quad D = 4x^2 + 12x^2 = (4x)^2$

$y_1 = \frac{-2x + 4x}{2} = x$

Имеем: $(y + 3x)(y - x) + 4(3x + y) = 0$

$y_2 = \frac{-2x - 4x}{2} = -3x$

$(y + 3x)(y - x + 4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y = -3x & (2) \\ y = x - 4 & (3) \end{array}\right.$

2) Подставим во второе ур:

$y=-3x \quad t>0 \quad y<0$

$$\left(\frac{x^x}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)} \quad (\text{логарифм})$$

$\ln 3x\,(\ln(\frac{x^6}{3})) = \ln(81x^6)\,\ln(x)$ Замена для удобства решения

$\ln(3)=a \quad \ln(x)=t$

$(a+t)(6t-a)=(4a+6t)t$

$6t^2-at+6at-a^2=6t^2+4at$ $\quad \ln(x)=\ln(3) \iff x=3>0$ (в.)

$at=a^2$ $\quad y=-9$

$t=a$

3) $x-4<0$

$x<4 \quad x\in(0;4)$

$x>0$

$$\left(\frac{x^x}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^2)}$$

$$\left(\frac{x^x}{(4-x)}\right)^{\ln(4-x)} = x^{\ln(x^2(4-x)^4)}$$ Прологарифмируем

$\ln(4-x)\ln\left(\frac{x^4}{4-x}\right)=\ln(x)\ln(x^2(4-x)^4)$

Учитывая

$\ln(4-x)=a$

$\ln(x)=t$

$a(7t-a)=t(2t+4a)$

$7at-a^2=2t^2+4at$

$2t^2-3at+a^2 \quad D=9a^2-8a^2=(a)^2$

$t=a \quad \frac{3a+a}{4}=a \quad \frac{3a-a}{4}=\frac{a}{2}$

$t=\frac{a}{2}$

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Обр решения:

$\left[\begin{array}{l} \ln|x| = \ln(4-x) \Rightarrow x = 4-x \quad x = 2 \text{ (входит в } x \in (0;4)) \\ \ln|x| = \frac{\ln(4-x)}{2} \Rightarrow x^2 = 4-x \end{array}\right.$

$x^2+x-4=0$

$D = 1+16 = 17$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} < 2$

$x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0$ не подх

Решения

$x = 2$ тогда

$x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$y = -2$

$y = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{-9+\sqrt{17}}{2}$

Окончательно решения:

$\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-9+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$

Ответ: $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-9+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cos 2x$

$(5x+2x)$ $(5x-2x)$

$\sin 7x - \sin 3x = 2\sin 2x \cos 5x$

$(5x+2x)$ $(5x-2x)$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos 2x + \sin 2x = 0 & (1) \\ 2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0 & (2) \end{array}\right.$

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x = 0 \cdot \frac{1}{2} : \sqrt{2}$

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$ $2x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$

$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n,\ n \in \mathbb{Z}$

2) $2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x = 0 \quad : 2$

$\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x = 0$

$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ $= \frac{3\pi}{4} - x!$

$\cos 5x = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4} - 2x\right)$

$\left[\begin{array}{l} 5x = \frac{3\pi}{4} - 2x + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z} \\ 5x = 2x - \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}m, m \in \mathbb{Z}$

$3x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}k,\ k \in \mathbb{Z}$

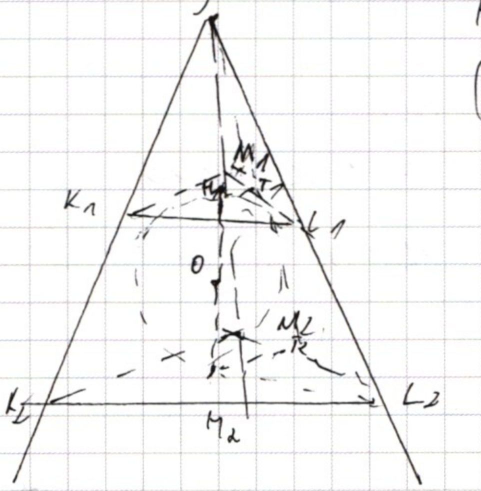
Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n,\ n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}m,\ m \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{5}k,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)


(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. ~~К1~~




Расположи $(K_1M_1L_1)$ и $(K_2M_2L_2)$

$(K_1M_1L_1) \parallel (K_2L_2M_2)$

$SO \perp KM_1L_1$

$SO \perp K_2L_2M_2$

Зн, как $\parallel$ сечения, $\frac{S_{K_1M_1L_1}}{S_{K_2L_2M_2}} = \left(\frac{SH}{SH_2}\right)^2 = \frac{9}{16}$

$\frac{SH}{SH_2} = \frac{3}{4}$

Т.к. по условию $K_1ML_1$ кас. к окр-ти и

$A_1ML_1 \perp SO \Rightarrow$ H-точка касания (единств-го $\perp$ из точки O-по плоскости)

Т.к. центр вписанной ок-ти лежит на SO, то SO — прямая пересечения биссектор 2гр. углов

Т.к. $K_1M_1L_1 \perp SO$, имеем, что вершины $SK_1ML_1$

$(SHL_1)$ — равноуд. от $(SK_1L_1)$ и $(SL_1M_1)$, зн,

через т. $H_1$ можно провести $\perp$ к ней в узкой окр-ти

$L_1$ и $H_1$ — центр впис ок-и в $KM_1L_1 \Rightarrow$

в ок-ти, $\perp SO$ сущ. точки касания всех граней

зн, если мы построим KLM, то $KLM \parallel K_1L_1M_1 \parallel K_2L_2M_2$

в пл-ти $(K_1L_1M_1)$ и $(K_2L_2M_2)$ проведём $H_1T_1 \perp (M_1L_1)$ и $H_2T_2 \perp M_2L_2$ соотв. тогда, ~~тогда $H_1$ и $H_2$~~ $T_1T_2$, ~~...~~ — ~~...~~

$H_1T_1 \perp M_1L_1$, $SH_1 \perp (M_1L_1$ ... $\Rightarrow$

$ST_1 \perp M_1L_1$ по ТТП

аналогично $ST_2 \perp M_2L_2 \parallel M_1L_1$

$\Rightarrow T_1T_2$ — искомые в точке касания к ... , лежит в пл-ти $(H_1H_2T_2T_1)$

Рассмотрим её

$\square$ $SH_1 = x$, тогда $R_{\text{ш}} = \frac{x}{2}$

Из $O$ $OT' \perp ST_2$ и $T'H_3 \perp HD$

тогда $T'H_3 \in (KLM)$

т.к. $H_1T_1$ и $H_2T_2$ и $H_3T'$ — один., значит $\sim \triangle KLM$, $K_1L_1M_1$, $K_2L_2M_2$ ...

... $H_1T$ то $\frac{S_{KLM}}{S_{K_1L_1M_1}} = \left(\frac{H_3T'}{M_1T_1}\right)^2$

$OT' = R = \frac{x}{2}$

Тогда, по т. Пифагора $ST' = \sqrt{\frac{49x^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = 2x\sqrt{3}$

$H_3T'$ ~~по т. Пифагора~~ $\triangle SH_3ST' = a$

Такие $OT'S$ и $SH_3T'$:

$\sin \alpha = \frac{OT'}{SO} = \frac{H_3T'}{ST'} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{H_3T'}{2x\sqrt{3}}$ $\quad H_3T' = \frac{2x\sqrt{3}}{7}$

$\sin \alpha = \frac{1}{7}$ $\quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{48}{49}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ $\quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{4\sqrt{3}}{7}} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$

$\frac{H_1T_1}{SH_1} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$ $\quad H_1T_1 = \frac{3x}{4\sqrt{3}}$ $\quad$ тогда $\frac{H_3T'}{H_1T_1} = \frac{\frac{2x\sqrt{3}}{7}}{\frac{3x}{4\sqrt{3}}} = \frac{8 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{8}{7}$

Тогда $S_{KLM} = 9 \cdot \frac{64}{49} = \frac{576}{49}$ $\quad$ Ответ: $S_{KLM} = \frac{576}{49}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 \end{cases}$

$a>0$

1) $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

нули модуля $y=-x-8$

$y=x+8$

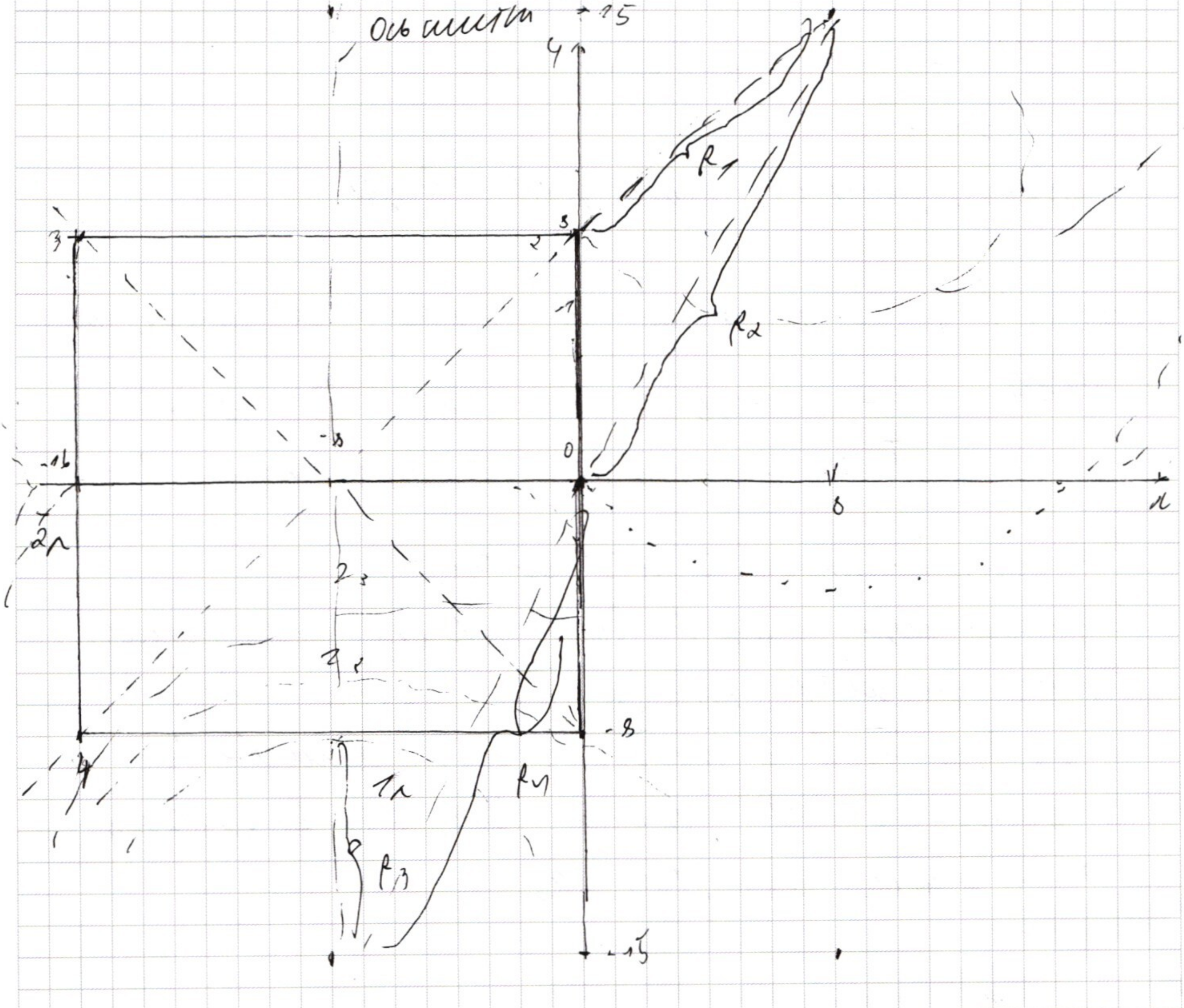
$x+y+8>0$ выше линии

$y>-x-8$ линии

$x-y+8>0$

$y<x+8$ !!

ось симметрии



Фиксируем модули для к-ой области

1. $y \geq x+8$ $\quad x+y+8+x-y+8=16$

$y \geq -x-8$ $\quad x=0$

2. $y > x+8 \quad x-y+8<0 \quad x+y+8-x+y-8=16$

$y \geq -x-8$ $\quad y=8$

$8=-x-8$

$x=-16$

4. $y \leq -x-8$

$y < x+8$ $\quad -x-y-8+x-y+8=16$

$y=-8$

3. $y < -x-8$ $\quad -x-y-8-x+y-8=16$

$y > x+8$ $\quad x=-16$

т. образом, ур-ие (1) задает квадрат

2) $(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a$ ок-ти, с центрами в точках: в I четв. $(8;15)$, во III: $(-8;-15)$, II: $(-8;+15)$ IV $(+8;-15)$ и $R=a$

Рассмотрим ок-ти I и IV четверт.

С квадратом, к-ая в своей четверти имеет минимум 1 точку пересеч. $R_1=\sqrt{8^2+(15-8)^2}=\sqrt{64+49}=\sqrt{113}$

$R_2=\sqrt{15^2+8^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}$. при $R>R_2$ — ок-ть не имеет пересеч. в I и IV четверт.

т.е. $a_1 \in [113; 289]$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим ок-ти в II и III четвертях.

~~Постр~~ Они симметричны отн. оси Ox, поэтому рассмотрим 1 из них:

При касании: $R_3 = 15 - 8 = 7 = \sqrt{49}$

При $R \in (7; \sqrt{284})$ - 2 решения

при $R_7 = \sqrt{284}$, ок-ть пересечёт боковые стороны ровно в их пересечении с осью Ox, т. е. в точке (0; 0) и симметричной по оси $x = -8$ точке (-16; 0)

Из-за симметрии, 4 верхней ок-ти будут те же самые точки пересечения, т.к. число решений, левые ок-ти имеют 2 при $a = 49$, $a = 284$, при $a \in (49; 284) > 2$р.

Из-за симметрии, отн оси Oy, ок-ти слева и справа будут иметь общую точку на оси Oy при $a \in [113; 284)$ и их будет 2, т. е. для 2 сторон $x = -16$ всего 4 реш; При $a = 49$ $a \in (49; 113)$ - 4 слева

при $a = 49$ - 2 решения $(-8; 8) \cup (-8; -8)$

$a < 49$ - 0 р

$a = 289$ - 2 корня, т.к. 2 ещё корня на Oy одна (0; 0) и на $x = -16$ (-16; 0)

при $a > 284$ - решений $\not\exists$

~~Я~~ получил ответ. Ответ: $a = 49$; $a = 289$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

7. $\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$

$3\cdot 31 + 3^{28} - 3x \ge y \quad 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$\Downarrow$

$3^{28} + 3(31-x) > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$3(31-x) > 3^x + (4-x)\cdot 3^{28}$

т.к. $468$, то $3^x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x > 0$

при $x \in (0;3)$

$3(31-x) << 3^{28}$ - неверно

$x=4$ при ~~$x>4$~~

$93 - 3x > 81$

$81 > 81$ - неверно

Рассмотрим $x > 4$

$4 - x < 0$

$3^x$ (при $x < 28$) $< 3^{28} \Rightarrow 3^x + (4-x)3^{28} < 0$

$3(31-x) > 0 \quad \forall x < 31$

~~Сравним~~ При $x = 28$ уже

$3^{x-28} \le (x-4)$

$1 < 24$

$x=$

Зн, при $x > 31$

$3^x + (4-x)\cdot 3^{28} > 0$

$3(31-x) < 0$ - неверно

$x = 29$

$3 < 25$

$x = 31$

$3^3 \le 27$ (в.)

Зн, при $x = 31$

$3^x + (4-x)\cdot 3^{28} = 0$

$3(31-x) = 0$

т.о., целые такие $y$ существуют при $x \in \{5; 6; \ldots; 30\} = A$

тогда $\forall x \in A$

$N_y = 93 + 3^{28} - 3x - 3^x - 4\cdot 3^{28}$

$= 3(31-x) - 3^x + (x-4)\cdot 3^{28}$

сумма х-кратна

$\sum x = \frac{(5+30)}{2}\cdot 26 = 455$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

64200

$648 : 3 = 216$

$648 : 27 = 24$

$648 : 9 = 72$

$72 : 3$ $\quad 2 \cdot 7$

$2400 \cdot 27 +$

$24 \cdot$ $\quad 27 \cdot 24 \cdot 100 + 27 = 3^3(2400+1)$

$= 3^3(2401) = 3^3 \cdot 7 \cdot 343$

$2401 : 7 = 343$

$343 : 7 = 49$

$3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$

$\underbrace{333}_{3}\ \underbrace{7777}_{4}\ 1$

$C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{\overset{2}{8} \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3} =$

70

70

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\cos(5x+2x)+\cos(5x-2x)=$

$=\cos5x\cos2x-\sin5x\sin2x+$

$=2\cos5x\cos2x$

$\sin(5x+2x)-\sin(5x-2x)=$

$=\sin5x\cos2x+\cos5x\sin2x$

$+\sin5x\cos2x+\cos5x\sin2x$

$=2\sin5x\cos x.$

$2(\cos5x\cos2x+\sin5x\cos2x=$

$\cos4x+\sin4x$

$=2\cos2x(\cos5x+\sin5x)+\sqrt{2}\cos4x$

$=$

$\cos4x\cos3x-\sin4x\sin3x$

$+\sin4x\sin3x\cos3x$

$\cos5x\cos2x+\cos5x\sin2x$

$\cos2x\cdot$ $+$

$2\cos5x(\cos2x+\sin2x)+\sqrt{2}\cos4x=0$

$\cos5x\cos2x+\cos5x\sin2x+\sqrt{2}\cdot(2\cos^2 2x-1)=0$

$\sqrt{2}\cos(7x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}\cos(3x+\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}\cos4x=0$

$15\times3\,5$; $75$; $45$; $5$

$\cos(7x-\frac{\pi}{4})\cos x$

$2\cos5x(\cos2x+\sin2x)+\sqrt{2}(\sin2x+\cos2x)(\cos2x$

$-\sin2x)$

$=(\cos2x+\sin2x)(2\cos5x+\sqrt{2}\cos2x-\sqrt{2}\sin2x)=0$

$\cos(4x+3x)=\cos4x\cos3x-\sin4x\sin3x+\cos3x+\sin4x\cos3x+$

$+\cos4x\sin3x-\sin3x+\sqrt{2}\cos4x$

$\cos4x(\cos3x+\sin3x)-\sin4x\sin3x+\cos3x+\sin4x\cos3x-\sin3x$

$\cos4x(\cos3x+\sin3x)+\sin4x(\cos3x-\sin3x$

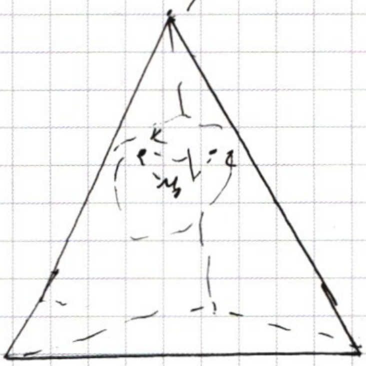
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

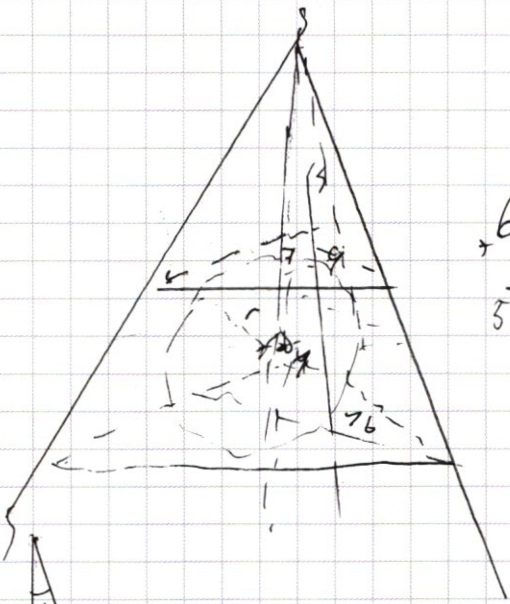
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

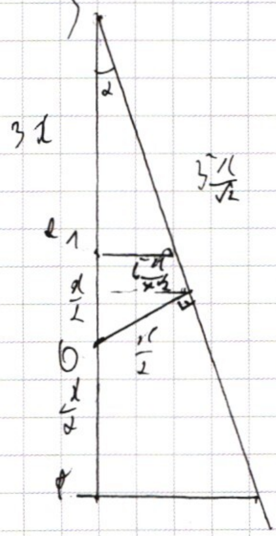
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 9 \\ \hline 576 \end{array}$$




$\frac{25r^2}{2} - \frac{25r^2}{49\cdot 2} =$

$= \frac{5r}{\sqrt2}$

$3r + \frac{r}{2} = \frac{7r}{2}$

$\frac{49r^2}{4} + \frac{r^2}{4} = \frac{5r}{\sqrt2}$

$= \frac{5r\cdot 4\sqrt3}{7\sqrt2}$

$12\cdot 4 = 4^2\cdot 3$

$\frac{\frac{r}{2}}{\frac{7r}{2}} = \frac{5?}{\frac{5r}{\sqrt2}}$

$= \frac{20r\sqrt3}{7\sqrt2}$

$S_? = \frac{5r}{7\sqrt2}$

$= \frac{10\sqrt6}{7}$

$\frac{3}{\frac{10\sqrt6}{7}} = \frac{4}{S}$

$S = \frac{30\sqrt6}{7}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |y-x+8|+|x-y+8|=16 \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a \end{cases}$$

4.

$2x=0$

$x-y+8>0$

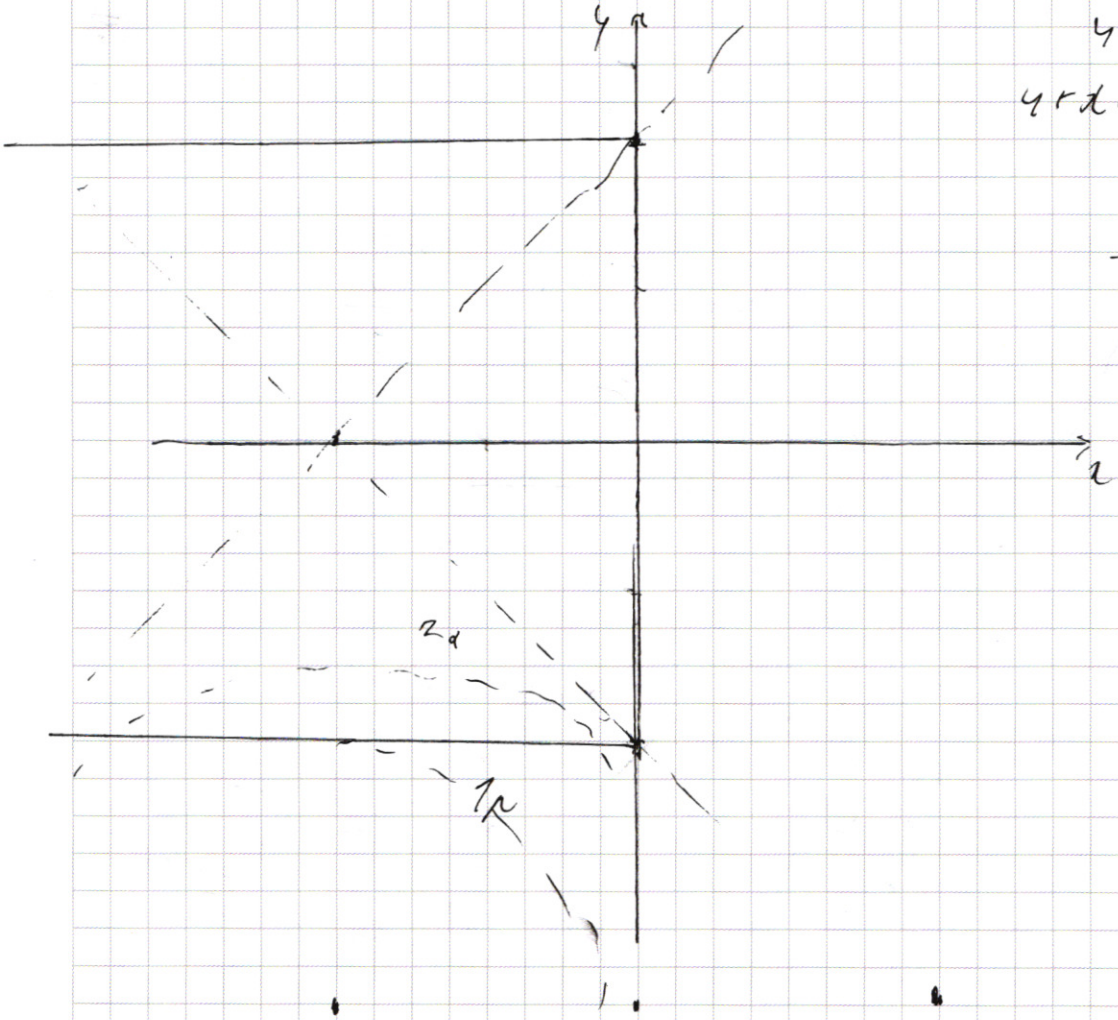
$y<x+8$

$y+x+8-x+y-8$

$y=8$

$-y-x-8-x+y-8$

$-2x=$



☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y < 0 \end{cases}$$

$xy^2 > 0 \Rightarrow x > 0$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

~~1 2 3 4 5 7 8~~

8!

$y^2 + 2xy - 3x^2$

$D = 4x^2 + 12x^2 = 4x$

$\frac{-2x+4x}{2} = x \quad \frac{-2x-4x}{2} = -3x \qquad (\ln(3x))(6\ln(x))$

$(y+3x)(y-x) + 4(3x+y) = 0$

$(y+3x)(y-x+4) = 0$

$y = -3x$

$y = x-4$

$\left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{\ln(81x^6)}$

$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3} + \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln x} = (x^2)^{2\ln(3)} + (x^2)^{3\ln(x)}$

$\frac{x^{6\ln 3}}{3^{\ln 3}} + \frac{x^{6\ln(x)}}{3^{\ln x}} = x^{4\ln(3)} + x^{6\ln(x)}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(3x^6)}$$

$$(\ln 3+\ln x)(6\ln(x)-\ln 3) = (4\ln(3)+6\ln(x))\ln(x)$$

$$(t+a)(6t-a) = t(4a+6t)$$

$$\cancel{6t^2}-at+6at-a^2 = 4at+\cancel{6t^2}$$

$$at-a^2=0 \qquad \ln(x)=\ln 3$$

$$t=0 \qquad x=3$$

$$a(t-a)=0$$

$$\cos 7x+\cos 3x+\sin 9x-\sin x = -\sqrt{2}\cos 4x$$

$$2(\cos 5x\cos 2x + \sin 2x\cos 5x)$$

$$\frac{2\cos 5x(2\cos 4x}{\cos 2x-\sin 2x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x$$

$$\cancel{2}\cos 5x($$

$$(\cos 2x+\sin 2x)(2\cos 5x+\sqrt{2}(\sin 2x+\cos 2x))=0$$

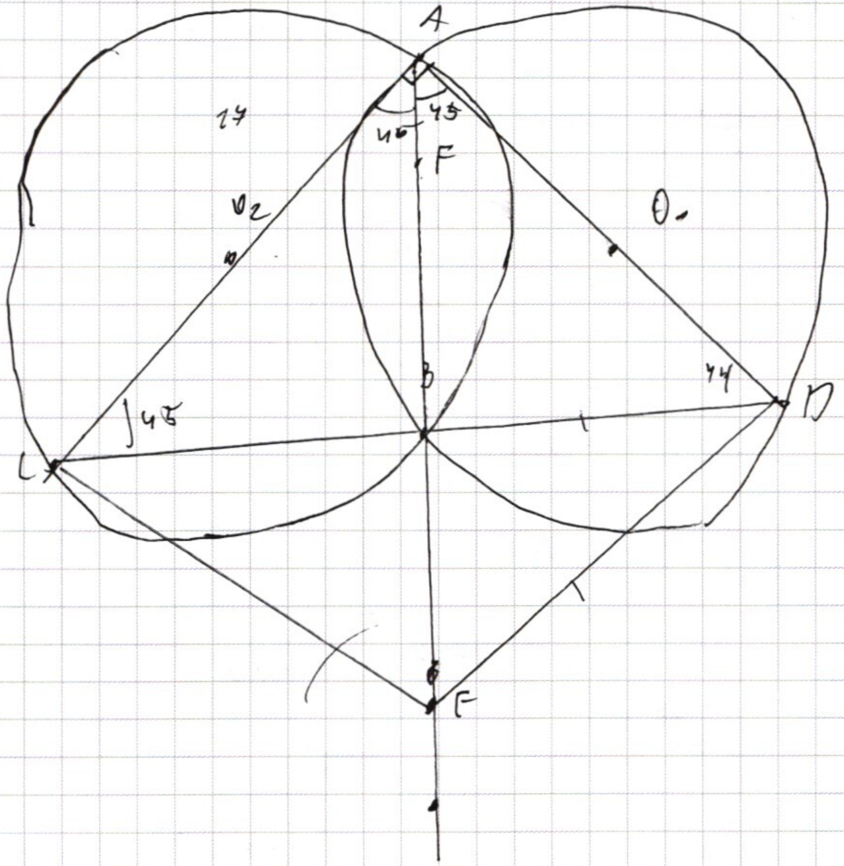
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

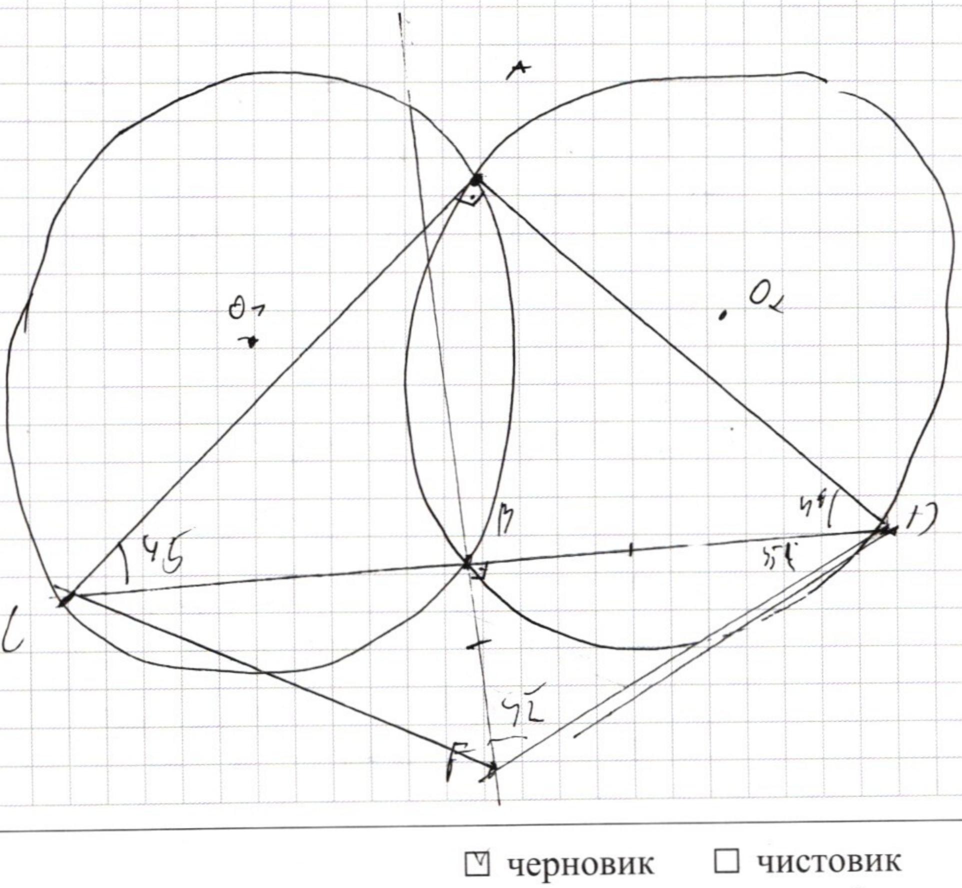
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

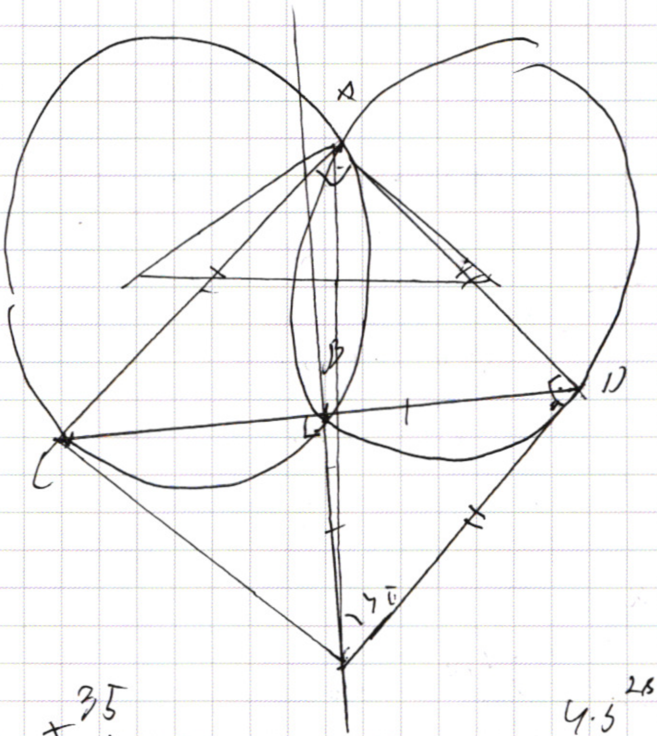
# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)




$C_8^4 \cdot C_4^3$

$x \geq 0$

$4 > x + 4 \cdot 3^{28}$

$3^{28} x - 3x + 93 \geq 4$

$\frac{(5+30)}{2} \cdot 26$

$+\,{}^{35}_{13}$

$4 \cdot 3^{28} + n$

$3^{28} \cdot x - m$

$x = 4 \quad 4 \cdot 3^{28} - x + 43$

$-3x +$

$+3(31-x)$

$x \cdot 3^{28} + 3(31-x) = 4 \cdot 3^{28} +$

$3^{28} + 3(31-x) \geq y > x + 4 \cdot 3^{28}$

$3^{28} + 3(31-x) > x + 4 \cdot 3^{28}$

$3^{28} + 43 > 4(x + 3^{28})$

$x \cdot 3^{28} + 3(31-x) > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$ $(31-x)$

$3^{28} + 3^x = 3(31-x)$

$3(31-x) > 3^x + (4-x) 3^{28} \quad x = 5$

$3(31-x) > 3^x + (4-x) \cdot 3^{28}$

$3^x \ln 3 - 3^{28} = 0$

$3^x \ln 3 = 3^{28}$

$x = k, \ldots$

$28 < k < \ldots \quad 31$

$x = 31 \quad 0$

$x = 4 \quad 45 > 1 + \ldots$

$x = 4$

$33 = x - 4$

$24 - 4 = 25$

$3$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)