

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

1120

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание № 2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

Сумма косинусов: $\cos 7x + \cos 3x = 2 \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} =$
 $= 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$

Разность синусов: $\sin 7x - \sin 3x = 2 \cdot \sin \frac{7x-3x}{2} \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} =$
 $= 2 \sin 2x \cdot \cos 5x$

Косинус двойного угла: $\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = -\sin 2x \quad | : \sin 2x \neq 0 \\ \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} 2x = -1 \quad (1) \\ \cos 5x = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x = \sin(2x - \frac{\pi}{4}) \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \operatorname{ctg} 2x = -1$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

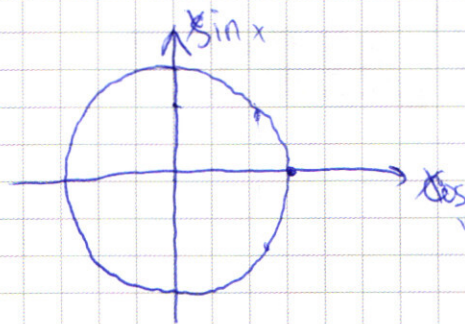
$$(2) \cos 5x = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 5x = \sin(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})$$

$$\cos 5x = \cos \left(2x - \frac{3\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 5x = 2x - \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 5x = -2x + \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \text{Ответ: } x &= \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Задача 3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \underline{y^2} + \underline{3xy} - \underline{xy} + \underline{3x^2} + 12x + 4y = 0 \\ & y(y-x) + 3x(y-x) + 4(3x+y) = 0 \\ & (y+3x)(y-x) + 4(3x+y) = 0 \\ & (y+3x)(y-x+4) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \text{1 случай, } y = -3x \\ & \Rightarrow \left(\frac{-x}{-3x} \right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \end{aligned}$$

По логарифмам
т.к. $\ln x > 0$

$$\begin{cases} y \neq 0 \\ y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln x^3 + 2\ln 9} \Rightarrow \frac{x^{6\ln(3x)}}{3^{\ln(3x)}} = x^{6\ln x} \cdot x^{4\ln 3}$$

$$\frac{x^{6\ln 3} \cdot x^{6\ln x}}{3^{\ln(3x)}} = x^{6\ln x} \cdot x^{4\ln 3} \quad | : x^{6\ln x} \neq 0 \text{ (т.к. степень)}$$

$$\frac{x^{6\ln 3}}{3^{\ln(3x)}} = x^{4\ln 3}$$

$$x^{6\ln 3 - 4\ln 3} = 3^{\ln(3x)}$$

$$x^{2\ln 3} = 3^{\ln 3x} \quad (x^{2\ln 3} = 3^{2\ln x}) \quad x > 0 \text{ по озв}$$

$$\frac{2\ln x}{3} = \ln 3x$$

$$2\ln x = \ln 3x$$

$$2\ln x = \ln 3 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 3$$

$$\Rightarrow x = 3, \text{ а } y = -3x = -9$$

2 задание $y = x - 4$

$$\left(\frac{-x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x \cdot (x-4)^2)}$$

$$\frac{x^{7\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(4-x)} \quad (\text{т.к. } y < 0 \Rightarrow x - 4 < 0)$$

$$\frac{x^{3\ln(4-x)}}{\ln((4-x)^3/x^2)} = x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x = (4-x)^{\ln(4-x)} \quad | \text{ берём } \ln()$$

$$\Rightarrow \ln(x^{\ln((4-x)^3/x^2)}) = \ln((4-x)^{\ln(4-x)})$$

$$\Rightarrow \ln x \cdot (\ln(4-x)^3 - 2 \ln x) = \ln^2(4-x)$$

$$\ln x \cdot 3 \ln(4-x) - 2 \ln^2 x = \ln^2(4-x)$$

$$\ln(4-x) = a$$

$$\ln x = b$$

$$3ab - 2b^2 = a^2$$

$$2ab - a^2 + ab - 2b^2 = 0$$

$$a(b-a) - 2b(b-a) = 0$$

$$(b-a)(a-2b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ln x = \ln(4-x) \\ \ln(4-x) = 2 \ln x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4-x \\ 4-x = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ если } x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} - \text{посторонн.}$$

т.к. по ~~условию~~ $x > 0$

$$\Rightarrow x = 2, y = x - 4 = 2 - 4 = -2$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \frac{1 + \sqrt{17} - 8}{2} = \frac{-7 + \sqrt{17}}{2} \text{ подходит}$$

Ответ: $x = 3; y = -9$
 $x = 2; y = -2$
 $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}; y = \frac{-7 + \sqrt{17}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1

$64827 = 7^4 \cdot 3^3 \Rightarrow$ число состоит из 1 единицы 3-троек
и 4-х семерок

или двух единиц 1-й девятки и 4-х

Расставим семерки

семерок
и 1-ю тройку

$$1) C_8^4 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 70$$

Расставим 1 единицу

$$C_4^1 = \frac{4!}{3!} = 4 \Rightarrow \text{чисел первого вида} = 70 \cdot 4 = 280$$

2) Аналогично после расстановки семерок

$$C_8^4 = 70$$

Расставим 1 тройку

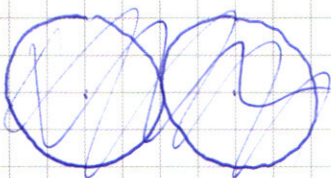
$$C_4^1 = 4$$

Расставим 1 девятку

$$C_3^1 = \frac{3!}{2!} = 3 \Rightarrow \text{чисел второго вида} = 70 \cdot 4 \cdot 3 = 840$$

$$\text{чисел} = 280 + 840 = 1120$$

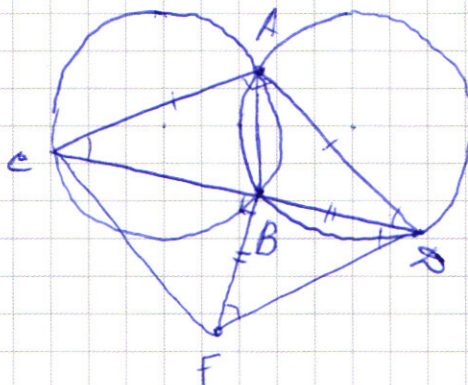
Ответ: 1120


$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = B \otimes$$

$$Q = 17$$

CF-2



1) $\angle ACB$ и $\angle ADB$ опираются на одну хорду AB , радиусы окружностей одинаковы $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$.

3) $BF = BD$ (no yasauro) $BF \perp CD \Rightarrow \angle FBD = 90^\circ$.
 $\triangle BFD - p\delta \Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$

$$AB = \frac{2 \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

5) Пусть $BF = B\Delta = a$, $CA = A\Delta = b$
 $\Rightarrow \angle AB\Delta$ $AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 45$ (по т. косинусов)
 $\Rightarrow 289 \cdot 2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab$ ($\angle A\Delta B = 45^\circ$ (п. 2))

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6) $\triangle CFA$

CA из $\triangle ACD$ (р/б) $\Rightarrow CA = 6\sqrt{2}$
и прямоуго

FA из $\triangle FBD$ (р/б и прямоуго) $\Rightarrow FA = 9\sqrt{2}$

по т. косинусов
 $\Rightarrow FC^2 = CA^2 + FA^2 - 2CA \cdot FA \cdot \cos \angle CAF$ ($\angle CAF = \angle BDF = 45^\circ$)
(п.3)

$$FC^2 = 2a^2 + 2b^2 - 2 \cdot 2ab \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= 2(a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab) = 2 \cdot AB^2 \text{ (пункт 5)}$$

$$\Rightarrow FC^2 = 289 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow FC = 17 \cdot 2 = 34$$

Ответ: $FC = 34$

8) $BC = 16$

$S_{ACF} = ?$

1) $\triangle CBF$ прямоуго.

$$FC = 34 \text{ (п. 6)}$$

$$CB = 16 \text{ (по условию)}$$

$$\text{по т. Пифагора } BF = a = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$$

2) т.к. $a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab = 289 \cdot 2$ (п. 6) $\Rightarrow$ н. 6

$$\Rightarrow 900 + b^2 - 30\sqrt{2}b - 578 = 0$$

$$b^2 - 30\sqrt{2}b + 322 = 0$$

$$\frac{D}{4} = \frac{225 \cdot 2 - 322}{1} = 128$$

$$b = \frac{15\sqrt{2} \pm 8\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$$

2) По т. косинусов из $\triangle ABC$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle B$$

2) т.к. $a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab = 289 \cdot 2$ (н.б. из а)

$$a = 30 \Rightarrow b^2 - 30\sqrt{2}b + 322 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (15\sqrt{2})^2 - 322 = 128$$

$$\frac{\sqrt{D}}{2} = 8\sqrt{2}$$

$$b_1 = 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 23\sqrt{2} \Rightarrow \angle FCA =$$

$$b_2 = 15\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \Rightarrow \angle FCA =$$

$$3) S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sin FCA \cdot b \cdot 34$$

$$\angle FCD \text{ из } \triangle ACF \quad \angle FCA = 45^\circ + \angle FCD$$

$$1) \text{ из } 1800 = 34^2 + (23\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2} \cdot \cos FCD$$
$$- 1800 + 1156 + 1058 = 2 \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2} \cdot \cos FCD$$

$$\frac{444}{2 \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2}} = \cos FCD$$
$$\sin FCD = \sqrt{1 - \left(\frac{444}{2 \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{444}{2 \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2}}\right)^2} \cdot 34 \cdot 23\sqrt{2}$$

2) из задачи 2

$$\angle B = 7\sqrt{2}$$

$$1800 = 34^2 + (7\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 34 \cdot 7\sqrt{2} \cdot \cos FCD$$

$\cos FCD$ - находим

$$\angle FCD + 45^\circ = FCA$$

$$\text{и подставляем в } S = \frac{1}{2} \cdot \sin FCA \cdot 34 \cdot 7\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper, showing various calculations and derivations.

Top section: Long division problems and logarithmic identities.

Long division: $64827 \div 63$, $7203 \div 3$, $2401 \div 7$, $343 \div 7$, $49 \div 7$.

Logarithmic identities:

$$\frac{x^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{\frac{\ln(4-x)}{\ln(4-x)}} = x^1 = x$$

$$\frac{x^{3\ln(4-x)}}{(4-x)^{3\ln(4-x)}} = \frac{x^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x$$

Middle section: Trigonometric identities and equations.

Equation: $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

Using sum-to-product formulas:

$$2 \cos 5x \cdot \sin 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

Bottom section: Further trigonometric derivations and a graph.

Equation: $\cos 2x = -\sin 2x$

Derivation: $\operatorname{ctg} 2x = -1 \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$

Equation: $2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$

Equation: $5 \cos 2x = \sqrt{2} \cos^2 x$

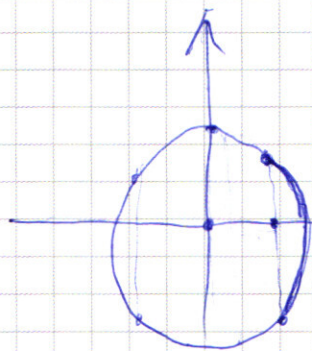
A graph of a function is shown on the left side of the bottom section.

$$2 \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x =$$

$$2 \ln x = \ln x + \ln 3$$

$$\ln x = \ln 3$$

$$x = 3$$



$$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(5x)$$

$$-\cos(\frac{\pi}{4} + 2x)$$

$$\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2x - \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos(2x - \frac{3\pi}{4}) = \cos 5x$$

$$2x - \frac{3\pi}{4} = 5x + 2\pi n$$

$$2x - \frac{3\pi}{4} = -5x + 2\pi n$$

$$3x = 2\pi n - \frac{3\pi}{4}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} +$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 49 \\ \hline 243 \\ 108 \\ \hline 1323 \\ 49 \\ \hline 11907 \\ 5292 \\ \hline 64827 \end{array}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y(y-x) + 3x(y-x) + 4(3x+y)$$

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 4x^2 - 12x + 4y = (2x-3)^2 - 9 + 4y$$

$$-4(x^2 + 3x + y)$$

$$C_8 = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$C_3 = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

$$\left(-\frac{x}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(x^3 \cdot 9)}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(x^3 \cdot 9)}$$

$$\ln x^6 - \ln 3$$

$$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} =$$

$$= \frac{\ln x^6}{(3x)^{\ln 3}} = \frac{6 \ln x}{3 \cdot x^{\ln 3}} = \frac{2 \ln x}{x^{\ln 3}}$$

$$\frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3}} = x^{6\ln 3x} \cdot x^{4\ln 3} = x^{6\ln 3x + 4\ln 3}$$

$$\frac{-\ln 3}{3} = X = 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper, showing various algebraic and logarithmic manipulations.

Top left:
$$\frac{x^{2 \ln(4-x)}}{(x-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2 \ln(x(4-x)^2)} = \frac{x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} \cdot x^{3 \ln(4-x)}$$

Top right:
$$\log_a b = \frac{\log_e b}{\log_e a}$$

Middle left:
$$31 = 3 \cdot 27$$

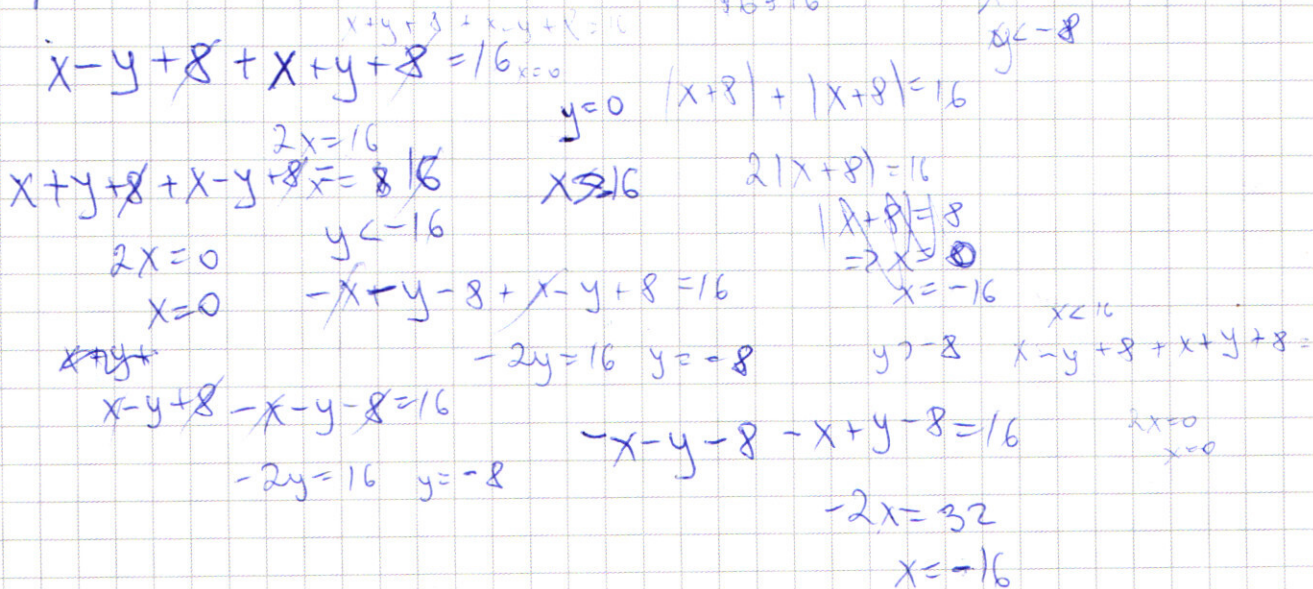
$$x = 31$$

$$3 \cdot 28 \cdot 27$$

Middle:
$$\frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = \frac{1 \cdot x^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} \cdot x^{\ln(4-x)}$$

Bottom left:
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{22} - 1)X \\ 9 \cdot 31 + 3 \cdot X - 3X \\ -3 \cdot 31 - 3 \cdot 1 \\ 3 + 4 \cdot 3^{28} \end{cases}$$

Bottom right:
$$\frac{(4-x)^{2 \ln x}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = \frac{x^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \quad 3^x > 93 - 3x + 3^{28} (x-4)$$

$$x = 31$$

$$x = 4$$

$$3^4 = 81 + 0$$

$$3^5 < 98 = 3^{18} \cdot 1$$

$$\frac{28}{3}$$

$$3^{28} > 9 + 3 \cdot 24$$

$$3^{162} > 93 - 3 \cdot 162 - 3^{158} \Rightarrow 3^5$$

$$x = 3$$

$$x < 4$$

$$x > 31$$

$$\frac{x^{2 \ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = \frac{x^{2 \ln(4-x)}}{x} \cdot \frac{x^{2 \ln x}}{x}$$

$$x^{3 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\ln x^{3 \ln(4-x)} = \ln(4-x)^3 \cdot x^2 = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

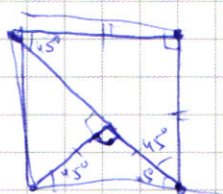
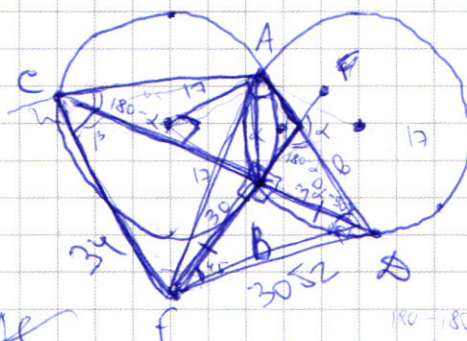
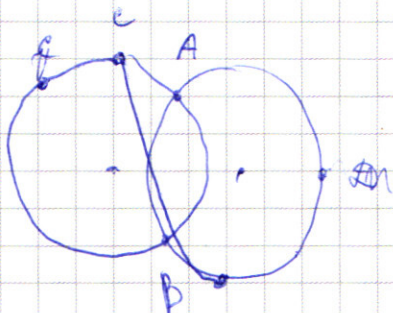
$$\ln x \cdot \ln((4-x)^3/x^2) = \ln^2(4-x)$$

$$\ln x \cdot 3 \ln(4-x) - 2 \ln^2 x = \ln^2(4-x)$$

$$a \cdot 3b - 2a^2 = b^2$$

$$2ab - 2a^2 + ab - b^2$$

$$2a(b-a) + b(a-b)$$



~~ACFD~~

$$180 - 45 = 135$$

$$180 - x = 180 - 45 - 45$$

$$180 - x = 90 + x - 90$$

$$135 - 90$$

$$2x = 180 + 90$$

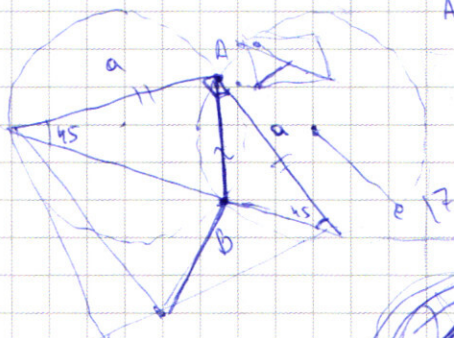
$$90 + 45 = 135$$

$$x = 90 + 45 = 135$$

ACFD - 6 angles

$$45 + 90 + 90$$

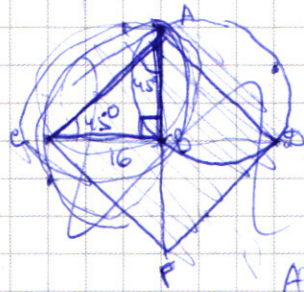
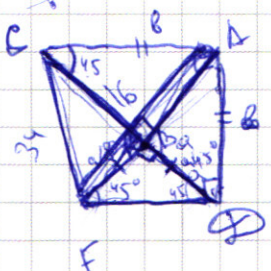
$$\begin{array}{r} 289 \overline{) 117} \\ 119 \\ \hline 9 \end{array}$$



cos

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{r} = k$$

$$\begin{array}{r} 289 \overline{) 117} \\ 119 \\ \hline 9 \end{array}$$



$$\Rightarrow CF = 2 = 17$$

$$\sqrt{289 + 289} = \sqrt{2 \cdot 17 \cdot 17} = 17\sqrt{2}$$

$$289 \cdot 2 = b^2 + a^2 - \sqrt{2}ab$$

$$CF^2 = (a\sqrt{2})^2 + (b\sqrt{2})^2 - 2ab \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$CF^2 = 2a^2 + 2b^2 - 2\sqrt{2}ab$$

$$289 \cdot 4 \Rightarrow CF = 17 \cdot 2 = 34$$

$$b^2 = 16$$

$$34^2 - 16 = 1156 - 16 = 1140$$

$$1140 / 4 = 285$$

$$285 / 2 = 142.5$$

$$\begin{array}{r} 1058 \\ 644 \\ \hline 414 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1800 \\ 1156 \\ \hline -644 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ 322 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$2 \cdot 452$$