

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М.

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 27 \\ \hline 54 & 2401 \\ 108 & \\ 108 & \\ \hline & 27 \\ & 27 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$27 \cdot 40^2 \cdot 1 = 64827$$

$$3^3 \cdot 7^4 \cdot 1 = 64827$$

$$2401 \neq 0$$

$$2; 4; 6; 8; 5; 9; 3; 0$$

$$2+4+1=7 \neq 0$$

$$3; 9$$

$$\begin{array}{r|l} 2401 & 7 \\ \hline 21 & 343 \\ 20 & 28 \\ \hline 28 & 63 \\ 21 & 63 \\ \hline & 0 \end{array}$$

1 можно поменять местами цифры $\Rightarrow$ 8 разностей вычитаний.

8. ~~10~~ C_7^3 - способов (различных) разместить $n, 3$ на оставшихся местах.
все остальные значения "7"

$$8 \cdot C_7^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 40 \cdot 7 = 280 \quad \text{Ответ: } 280$$

N 2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \\ \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \end{cases}$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

N2 (нужно решить)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ 2 \cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1) \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ 2) \cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \\ 3) \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$1) 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2) \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$$

$n, k, m \in \mathbb{Z}$

$$3) \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}$$

Ответ: $\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}; \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; n, k, m \in \mathbb{Z}$

N3

$$1) \begin{cases} (-\frac{x^7}{y})^{\ln(y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$(x; y) = ?$$

$$\begin{cases} x \cdot y \neq 0 \\ y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$2) y^2 + (2x+4)y - 3x(x-4) = 0$$

$$\text{по Т. Виета} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ y = x-4 \end{cases}$$

$$y_1 + y_2 = -2x - 4$$

$$y_1 \cdot y_2 = -3x(x-4)$$

$$\text{при } x = 1; y = -3x$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3} \neq 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3} \neq 1 \Rightarrow x = 1 - \text{не решение}$$

$$1) \begin{cases} y = -3x \\ (-\frac{x^7}{y})^{\ln(y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \\ 0 \neq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ (x^{6 - \log_3 3})^{\ln 3x} = x^{2(\ln 27x^3 - \ln 3)} \\ 0 \neq 3 \end{cases}$$

и.т. $x > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ 6 \ln 3x - \ln 3x \log_3 3 = 6 \ln 3x - 2 \ln 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln 27x^3} \\ 0 \neq 3 \end{cases}$$

N3 (упрощение)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ \ln 3x \cdot \log_x 3 = 2 \ln 3 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x \\ \frac{\ln 3x \cdot \ln 3}{\ln x} = 2 \ln 3 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad \ln 3 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ \ln 3x - 2 \ln x = 0 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ \ln \frac{3}{x} = 0 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x \\ x = 3 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = x - y \\ \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad y < 0; x > 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x - y < 0 \\ y \in (-y; 0) \\ x \in (0; y) \end{cases}$$

$$-y = t \Rightarrow t > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = t \\ y = x - y \\ (x^7 - \log_x t)^{\ln t} = x^{2(\ln x + 2 \ln t)} \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases} \quad \text{при } \begin{cases} x = 1 \\ y = x - y \end{cases} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3} \neq 1, \text{ т.к. } x = 1 - \text{не решение}$$

$$\text{т.к. } x > 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -y = t \\ y = x - y \\ 7 \ln t - \log_x t \ln t = 2 \ln x + 4 \ln t \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\text{т.к. } x = 1 - \text{не решение} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -y = t \\ y = x - y \\ 3 \ln t - \frac{\ln t \cdot \ln t}{\ln x} - 2 \ln x = 0 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\text{т.к. } x \neq 1 - \text{не решение} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} t = -y \\ y = x - y \\ \ln^2 t - 3 \ln t \cdot \ln x + 2 \ln x = 0 \quad |; \ln x \neq 0 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\frac{\ln t}{\ln x} = \log_x t$$

$$\begin{cases} t = -y \\ y = x - y \\ \log_x^2 t - 3 \log_x t + 2 = 0 \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -y \\ y = x - y \\ O \cup \mathbb{D} \\ \log_x t = 1 \\ \log_x t = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - x \\ x^2 = y - x \\ y = x - y \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ x^2 + x - y = 0 \\ y = x - y \\ O \cup \mathbb{D} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3 (продолжение)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\frac{1+\sqrt{12}}{2} \\ y=x-4 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{matrix} -\frac{1-\sqrt{12}}{2} < 0 \\ x > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\frac{1+\sqrt{12}}{2} \\ y=x-4 \end{cases} \end{cases} < 4$$

$$\begin{cases} y = -\frac{2+\sqrt{12}}{2} \\ x = -\frac{1+\sqrt{12}}{2} \\ y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Омлет: $(2; -2); (-\frac{1+\sqrt{12}}{2}; -\frac{2+\sqrt{12}}{2}); (3; -9)$

N5

$$1) |x+8+y| + |x-y+8| = 16$$

$$2) \begin{cases} (x-8)^2 + (y-15)^2 = 25 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y = -8-x \\ y = x+8 \end{cases} \quad 1; 2; 3; 4 - \text{области}$$

в 1-ой области:

$$|y+x+8| + |y-x-8| = 16$$

$$2y = 16 \quad y = 8$$

в 2-ой обл.

$$-y-x-8 + y-x-8 = 16$$

$$x = -16$$

в 3-ей обл:

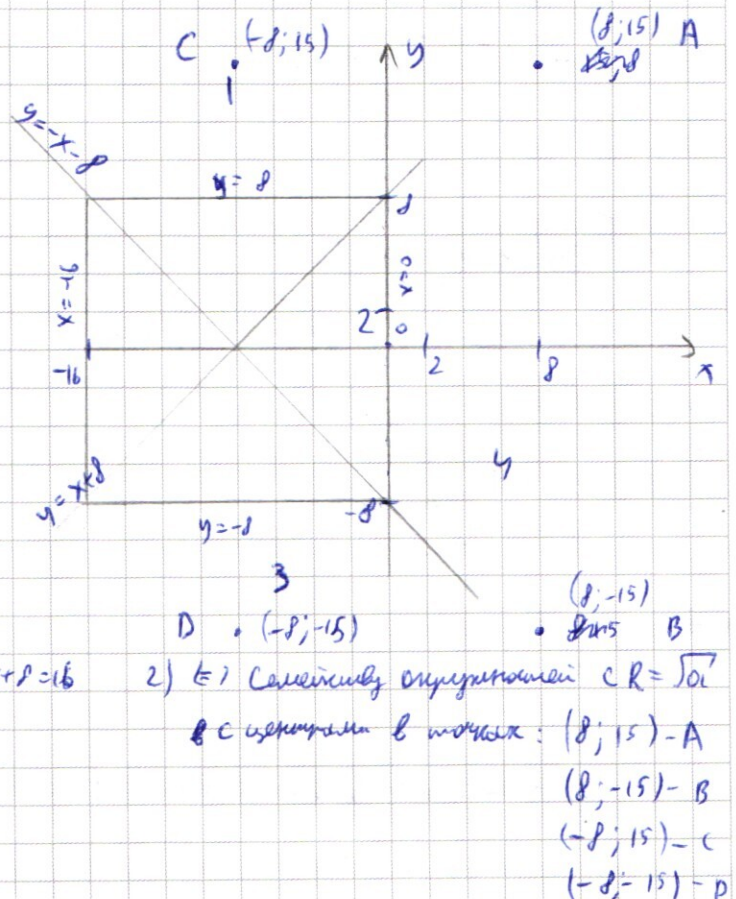
$$-x-y-8 - y+x+8 = 16$$

$$y = -8$$

в 4-ой обл.:

$$x+y+8 - y+x+8 = 16$$

$$x = 0$$



N5 (продолжение)

при $R = 7$ окр. с центрами в C и D касаются упрямой прямой l , а с центрами в A и B - нет. м.к. $r(A; (0; 8)) = r(B; (0; -8)) = \sqrt{64 + 23^2}$
 $\sqrt{OL} = 7$

$$OL = 49$$

при $R \in (7; \sqrt{593}]$

$$r(C; (0; 8)) = r(C; (-16; -8)) = r(D; (0; 8)) = r(D; (-16; 8))$$

$$\sqrt{64 + 23^2} = \sqrt{593}$$

окр. с центрами в C и D

будут иметь ≥ 2 точки с упрямой касание, а при $R > \sqrt{593}$ не будут иметь точек вовсе.
 $\Rightarrow$ не решение

$$\text{при } R = r(A; (-16; -8)) = r(B; (-16; 8)) = \sqrt{24^2 + 23^2}$$

окр. с центрами в C и D не будут иметь точек с упрямой кас. м.к.

окр. с центрами в A и B будут иметь лишь по одной точке с упрямой пр. l $\Rightarrow$ всего 2 решения.

$$\text{м.к. } r(A; (-16; -8)) > r(A; (-16; 8)) > r(A; (0; 8)) \quad \sqrt{OL} = \sqrt{105} \quad OL = 105$$

$$r(A; (0; -8)) > r(B; (-16; 8)) \geq r(B; (0; 8)) > r(B; (0; -8))$$

Окруж.: 49; 105

N4

$$\text{Дано: } S_1 = 9 = S_{\Delta A_1 B_1 C_1}, \\ S_2 = 16 = S_{\Delta A_2 B_2 C_2}$$

$$\text{Найти: } \angle KSO$$

$$S_{\Delta A_2 B_2 C_2}$$

решение!

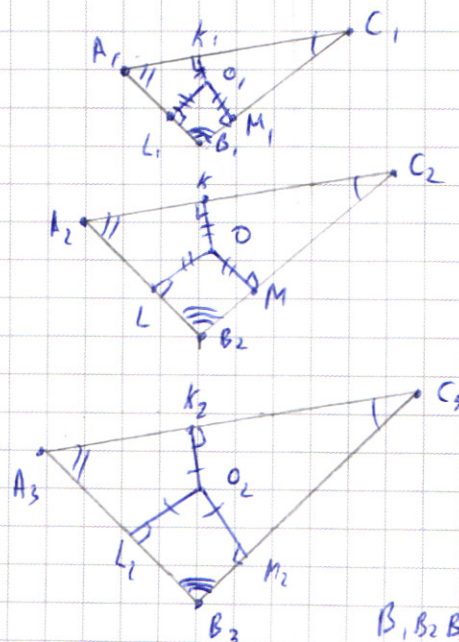
м.к. $(A_1 B_1 C_1)$ и $(A_2 B_2 C_2)$ касаются сферы

$$\perp SO \Rightarrow (A_1 B_1 C_1) \parallel (A_2 B_2 C_2) \parallel (A_3 B_3 C_3)$$

$$r(A_1 B_1 C_1; (A, B, C_1)) = R = r(A_2 B_2 C_2; (A_2 B_2 C_2))$$

$\Delta O_1 O O_2$ - кол. одной прямой SO

$\Delta A_1 B_1 C_1 \sim \Delta A_2 B_2 C_2 \sim \Delta A_3 B_3 C_3$ м.к. $A_1 A_2 A_3 \in$ одной прямой $B_1 B_2 B_3$ - принадлежат одной прямой



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)
C₁C₂C₃ - касательная к трем окружностям

$$\frac{S_3}{S_1} = k^2 = \frac{16}{9} \quad k = \frac{4}{3}$$

$$\frac{r_3}{r_1} = \frac{4}{3}$$

$$O_1M_1 \parallel OM \parallel O_2M_2$$

$$OO_1 = OO_2 \quad OM - \text{средняя линия} \Rightarrow OM = \frac{r_1 + r_2}{2} = R \quad k_1 = \frac{R}{r} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_1} = \frac{S}{9} = k_1^2 = \frac{49}{36}$$

$$S_{A_2B_2C_2} = \frac{49}{4}$$

б) $\triangle SKO_1 \sim \triangle SKO_2 \sim K$

$\angle S$ - общий $K_1, K \in SK$

$$O_1, O_2 \in SO$$

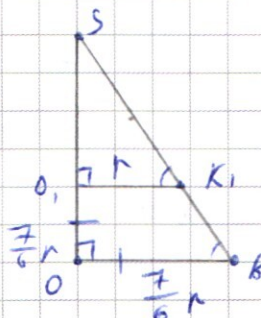
$$O_1K_1 \parallel OK$$

$$\frac{S_0}{S_{O_1}} = \frac{7r}{6} : r = \frac{7}{6}$$

$$S_{O_1} = \frac{6}{7} S_0 \Rightarrow O_1O_2 = \frac{1}{7} S_0 \quad S_0 = 7O_1O_2 = \frac{49}{6} r$$

$O_1K_1 \perp SO_1$ по условию

$OK \perp SO$



$$\tan \angle S = \frac{7r}{6} : \frac{49}{6} r = \frac{1}{7}$$

$$\angle S = \arctg \frac{1}{7}$$

$$\text{Ответ: } \arctg \frac{1}{7}; \frac{49}{6} r$$

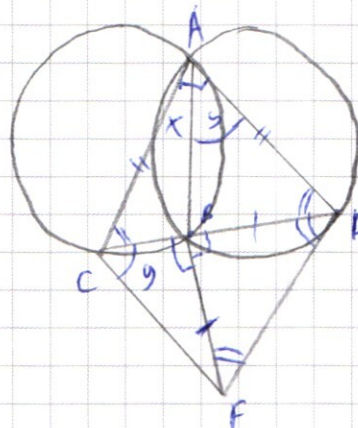
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 6

Дано: $R = 17$
 $BE \perp CD$
 $BF = CP$

Найти: α / CF

Д) $\triangle ACF$, $BC = 16$



Решение:

$$\frac{AB}{\sin \angle C} = 2R = \frac{AB}{\sin \angle D}$$

($45^\circ = \angle C = \angle D$ так как опираются на одну дугу, αR равны, но разные), опираются на AB

$\sin x = \cos y$ так $x + y = 90^\circ$ по условию

$$\frac{BD}{\sin y} = 2R = 34$$

$$2R = \frac{BD}{\sin y} = \frac{CB}{\sin x}$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{\sin y}{\sin x} = \frac{\sin y}{\cos y} = \tan y$$

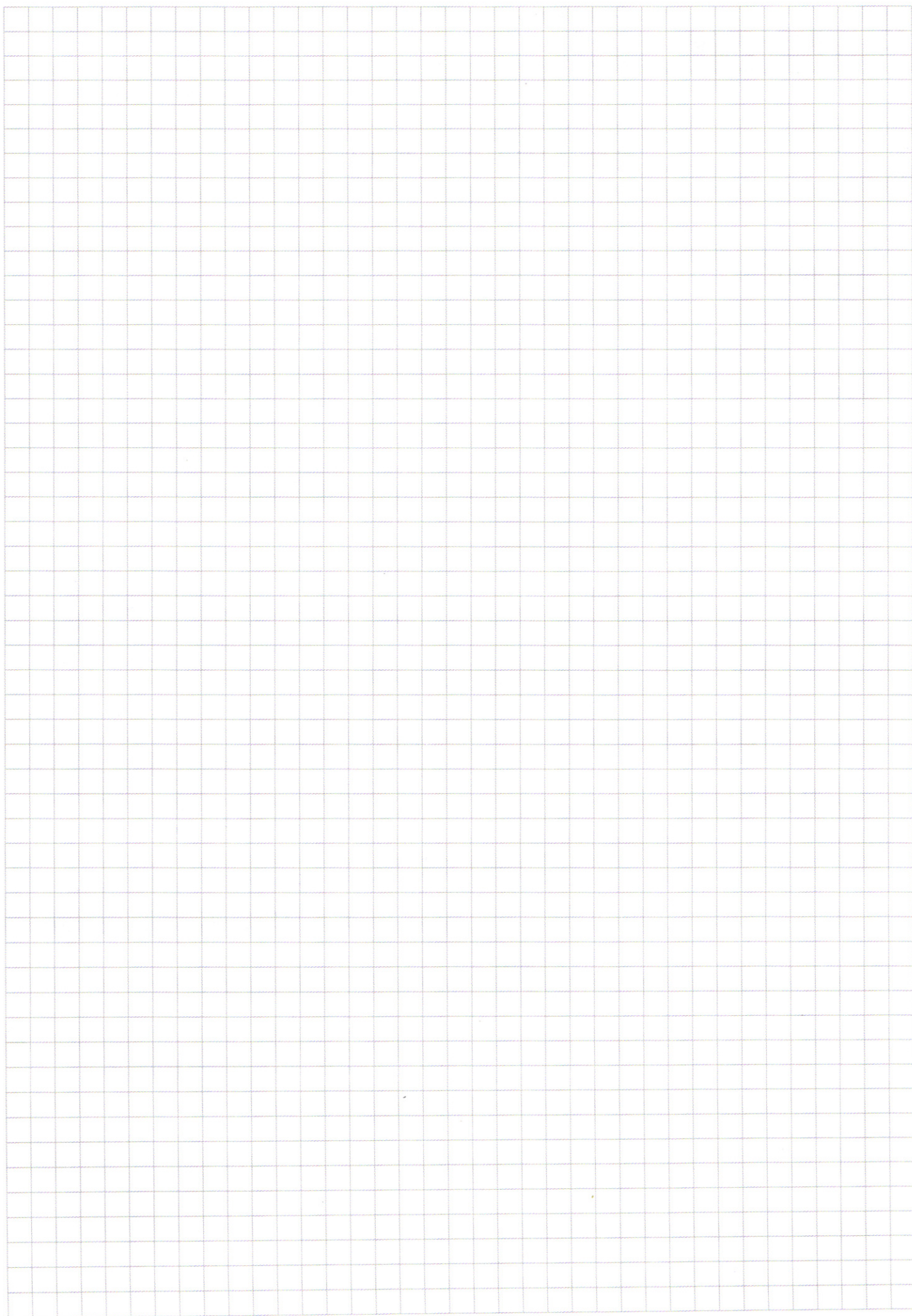
$BD = FB$ по условию

так $\tan \angle DCF = \frac{BF}{BC} = \tan y \Rightarrow \angle DCF = \angle OAB$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{BD}{\sin y} = 34 \\ \frac{BF}{\sin \angle DCF} = \frac{BD}{\sin y} = CF \text{ так } CF - \text{проекция} \end{array} \right.$$

$$CF = 34$$

Ответ: $CF = 34$



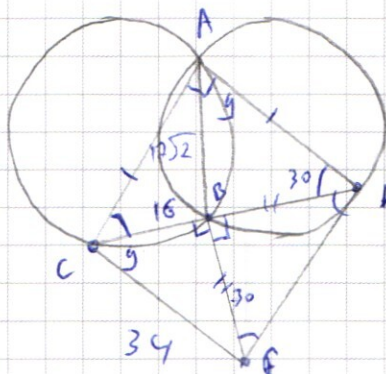
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

Найти: S_{ACF} $BC=16$



$$\frac{46^2}{28} = 30^2 + 17^2 - 2 \cdot 30 \cdot 17 \cdot \cos \angle B$$

$$BF = \sqrt{34^2 - 16^2}$$

$$\frac{BD}{\sin \gamma} = 34$$

$$\frac{BF}{\sin \gamma} = EF$$

$$BF = 30$$

$$FD = 30\sqrt{2}$$

sin

$$\frac{30}{\sin \gamma} = 34$$

$$\sin \gamma = \frac{15}{17}$$

$$\cos \gamma = \cos \angle D = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{AD}{30} = \frac{46}{30\sqrt{2}}$$

$$AD = \frac{46}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{51^2 - 400}{51\sqrt{2}} = \sin \angle B = \cos \angle ACF$$

$$\frac{49}{51}$$

$$AF^2 = 2(289 + 450 + 30\sqrt{2} \cdot 49)$$

$$AF = 1478 + 980\sqrt{2}$$

$$Af = \sqrt{1428 + 980\sqrt{2}}$$

$$5 \cdot 420\sqrt{2}$$

$$34$$

$$42 \cdot 2 \cdot 5$$

$$17\sqrt{2}$$

$$1428$$

$$42 \cdot 2$$

$$42 \cdot 42 = 2401$$

$$7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$$

$$35$$

$$14$$

$$35$$

$$64$$

$$175$$

$$105$$

$$1225$$

$$14$$

$$14$$

$$1225$$

$$126$$

$$1225 + 126 \cdot 2$$

$$126$$

$$2$$

$$392$$

$\sqrt{2}$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(4x+x) =$$

$$\sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(\frac{3x - \pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$= \cos 4x \cdot \cos x - \sin 4x \sin x$$

$$\sin \alpha \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

||

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$2 \sin(4x + \frac{\pi}{2})$$

$$2 \sin 2x + \frac{\pi}{4} = \sin \frac{2x}{2} + \cos \frac{2x}{2}$$

$$2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cos 5x + \cos 4x = 0 \quad \sqrt{2}(\sin x + \cos 2x)$$

$$\frac{4\pi}{8}$$

$\sqrt{2}$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0$$

sin

$$\frac{3\pi}{8}$$

$$2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(3x - \frac{\pi}{8}) +$$

$$\frac{3\pi}{4}$$

$$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 2x \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{8}$$

$$\cos 5x \cos 2x - \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - 3x)$$

$$\frac{5\pi}{4}$$

$$\sin 5x \sin 2x + 2 \cos \frac{11x - \pi}{2} \cos 3x - \frac{\pi}{8}$$

$$\cos 2x - \sin 1x$$

$$2 \cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(4x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cos 5x \cos 2x \sqrt{2} + \cos 5x \sin 2x \cdot \sqrt{2} + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$\cos 2x (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x) + \sin 2x \cos 5x \cdot \sqrt{2} - \sin 2x = 0$$

$$2 \cos^2 5x - 2 \sqrt{2} \cos 5x \sin 2x + \sin^2 2x$$

$$2 \cos^2 5x + 2 \sqrt{2} \cos 5x \cos 2x + \cos^2 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$4 \cos^2 5x + 2 \sqrt{2} \cos 5x \sin 2x + \cos^2 2x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$4 \cos 5x \cdot \cos(4x + \frac{\pi}{4}) + 1$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$4 \cos^2 5x + 4 \cos 5x (\cos 2x - \sin 2x) + 1$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x + \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 1x$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$1 - 2 \cos x \sin x$$

$\Rightarrow$

$$\sin \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = 0$$

$$\sin \frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = 0$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 1) |x+8+y| + |x-y+8| = 16 \\ 2) (x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$

$$1) |x+8+y| + |x+8-y| = 16$$

$$\begin{aligned} x &= -y-8 & y &= -x-8 \\ x &= y-8 & y &= x+8 \end{aligned}$$

$$|y+x+8| + |y-x-8| = 16$$

$$1) 2y = 16 \quad y = 8$$

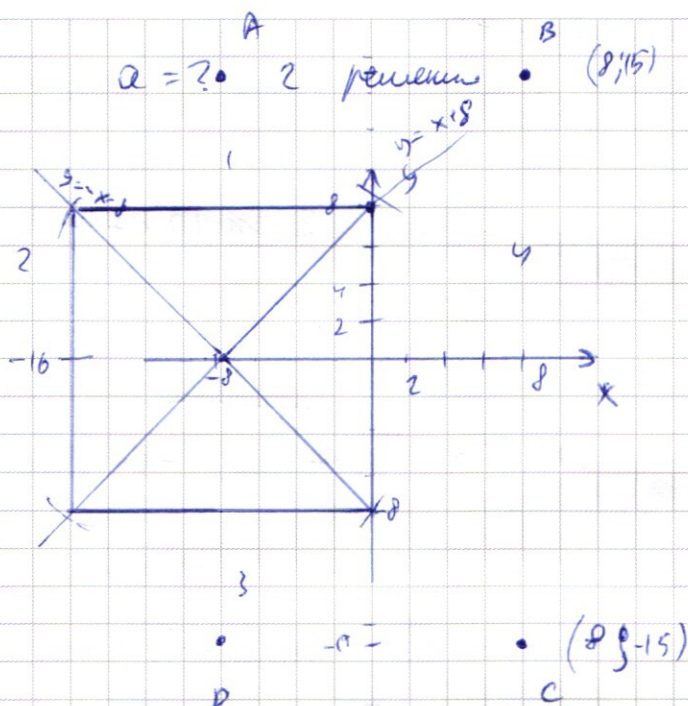
$$2) -y-x-8 \quad -y-x-8 = 16$$

$$x = -16$$

2)

$$\begin{aligned} 3) -x-8-y+x+8+y \\ -2y = -16 = y-8 \end{aligned}$$

$$4) x = 0$$



$$a \geq 0$$

$$1) \sqrt{a} = 17 \quad \text{прямая}$$

$$3.5 \cdot 2 = 2$$

$$2) \rho(A; (0; 8)) = \sqrt{a} > 4 \text{ решений}$$

$$3) \sqrt{a} = \rho(B; (-16; -8))$$

2 решения

1

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 27} \\ 54 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 2401$$

$$2400 + 1 = 2401$$

$$3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ 7 \overline{) 2401} \\ 16807 \\ \hline 1202 \\ 64827 \end{array}$$

$$1 \cdot 3^3 \cdot 7^4 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 \alpha_7 \alpha_8$$

8

$$\frac{8 \cdot C_7^3}{8 \cdot C_7^4} = 8 \cdot \frac{7!}{3! 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{8 \cdot 1} = 280$$

$$2401 \neq 9171214161810$$

$$18 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10$$

$$40 \cdot 7 = 280$$

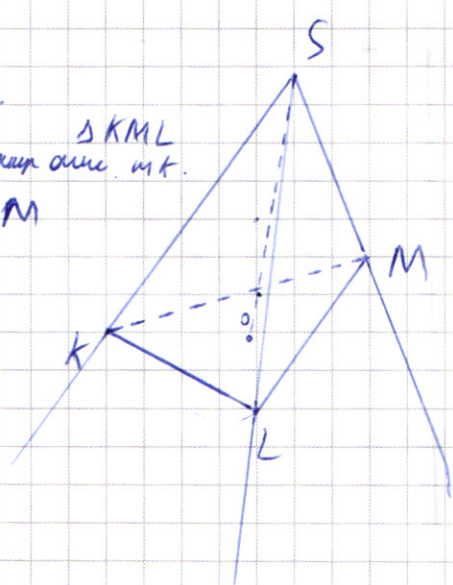
Ответ: 280

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 21 \\ 21 \\ \hline 6349 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 196 \\ 2001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 196 \\ 2401 \end{array}$$

NY
C) - вписана в сферический $\angle S$.
показание в $KLM = 0^\circ$ - сечение или мт.
 $KO = OL = OM$

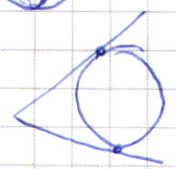


факт: $\angle KSO$ и сечение (KLM)

все точки $\in SO$ равноудалены от центра.

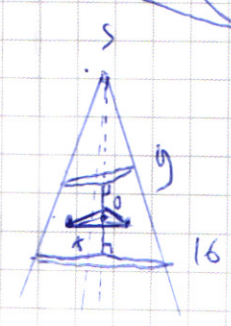
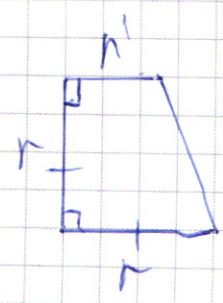
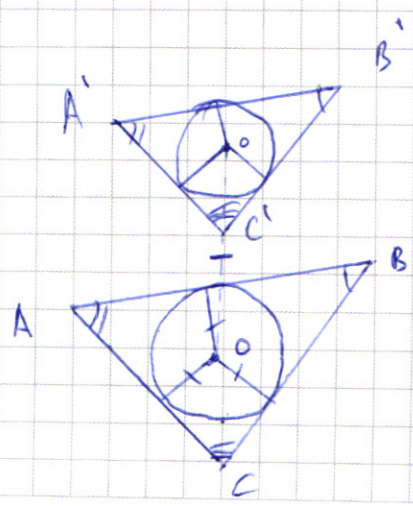
все 3 плоскости $\parallel$.

$$P \cdot r = 9$$



$$S_{\Delta A'B'C'} = 9$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^4 + 64x^2 + 256 - 2 \cdot 16 \cdot x^2 + 2 \cdot 8x^3 + 2 \cdot 8x \cdot 16 = x^{13}$$

$$x^{13} - x^4 - 16x^3 - 32x^2 - 32x - 256 = 0$$

3

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ (-\frac{x^7}{y})^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(y^2 x)} \end{cases}$$

$$-y = t$$

$$-y = y - x = t$$

$$x^{(7 - \log_x t) \ln t} = x^{2 \ln x + 4 \ln t}$$

переменная
 $x \neq 1$

$$m = \frac{\ln t}{\ln x}$$

$$3 \ln t - \log_x t \ln t - 2 \ln x = 0$$

$$3 \ln t - \frac{\ln^2 t}{\ln x} - 2 \ln x = 0$$

$$\ln^2 t - 3 \ln t \cdot \ln x + 2 \ln^2 x = 0$$

$$m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$x = t$$

$$\begin{cases} m = \frac{3-1}{2} \\ m = \frac{3+1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_x t = 1 \\ \log_x t = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t & x + x = 4 \\ x^2 = t & \underline{x = 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad D = 17$$

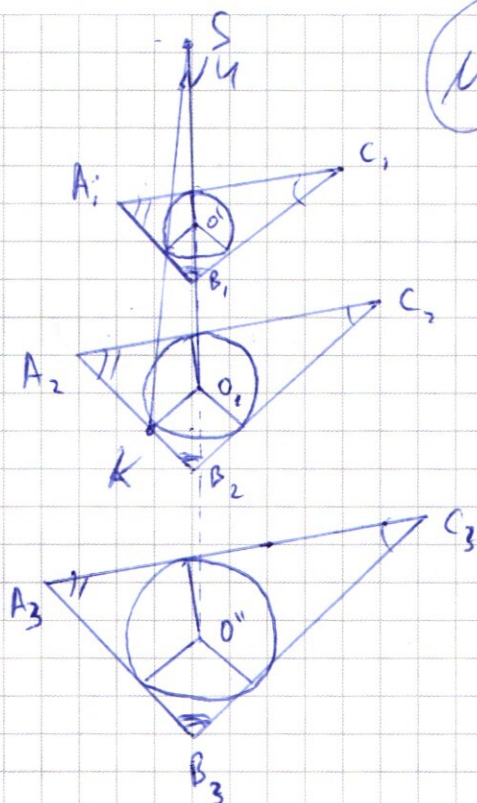
$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad -\emptyset$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = -\text{корень} \end{cases}$$

$$x^2 = 4 - x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



14

$$\frac{2}{1,5} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

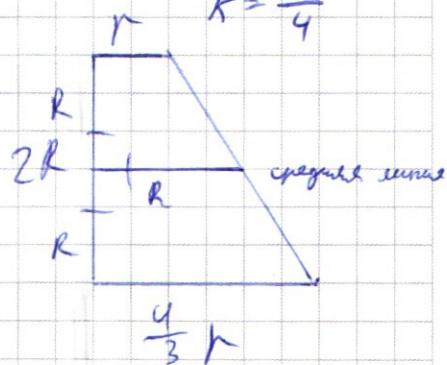
$$\frac{16}{3}$$

все $\Delta \infty$

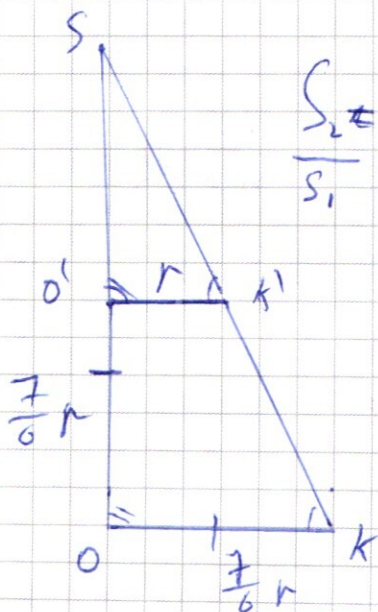
2R - mp

$$\frac{S_1}{S_3} = k^2 = \frac{9}{16}$$

$$k = \frac{3}{4}$$



$$\angle KSO = 2$$



$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2x}{9} = \left(\frac{7}{6}\right)^2$$

$$R = \frac{7}{3}r : 2 = \frac{7}{6}r$$

$$\frac{49}{36} = \frac{x}{9}$$

$$x = \frac{49 \cdot 9}{4} = S$$

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{r}{\frac{7}{6}r} = \frac{6}{7}$$



$$\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{7}$$

$$SO = 7SO'$$

$$SO = \frac{49}{6}r$$

$$\tan \angle KSO = \frac{7}{6} : \frac{49}{6} = \frac{1}{7}$$

$$\angle KSO = \arctan\left(\frac{1}{7}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) \left(-\frac{x^7}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$2) \begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 + 64 \end{array}$$

$$593$$

$$x^2 + 12x + 36$$

3

$$2) (4y^2 + 4y + 1) - 3y^2 - 1 - 3x^2 + 6xy - 4xy + 12x$$

$$(y+x)^2$$

$$2y^2 + 4xy - 6x^2 + 24x + 8y = 0$$

$$(y+2x)^2 + y^2 - 10x^2 + 24x + 8y = 0$$

$$(y+4)^2 - 16 - (5x - \frac{12}{5})^2 + \frac{144}{5} = 0$$

$$\sqrt{10}t = 12$$

$$t = \frac{12}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{144}{10}$$

$$2) y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y(y+4) - 3x(x-4)$$

$$y^2 + (2x+4)y - 3x(x-4) = 0$$

по Т. Виетта

$$-2x-4$$

$$-y > 0$$

$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$\uparrow$$

$$1) y = -3x$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln 3x^3}$$

$$(y-x+4)(y+3x) = 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln 9x^3} \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x^6 \cdot 3^{-1}$$

$$x^{\log_x 3^{-1}}$$

$$-6 \cdot \log_x 3$$

$$6 - \log_x 3$$

$$\log_x 3 = \frac{\log 3}{\log x} = \frac{1}{3 \log 3}$$

$$\Leftrightarrow -6 \log_x 3 \cdot \ln$$

$$6 \ln 3x - \frac{\ln 3x \cdot \ln 3}{\ln 3x}$$

$$(6 - \log_x 3) \ln 3x = 2 \ln 9x^3$$

3

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{cases} y = -3x + 0.5 \end{cases} \\
 2) \begin{cases} y = x - 4 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} y \in (4; 0.5) \\ x \in (0; 4) \end{matrix} \\
 3) \left(-\frac{x^7}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(x y^2)}
 \end{array}$$

$$\left(\frac{1}{3} \right)^{\ln 3} = 1 \quad X \cdot y \neq 0 \\
 X \neq 1 \quad \begin{matrix} X > 0 \\ y < 0 \end{matrix}$$

$$X^6 \cdot X^{-\log_x 3} = X^{6 - \log_x 3} \\
 t \in (0; 4) \quad \frac{27}{3}$$

$$1) \left(\frac{x^7}{3} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(8x^3)} \quad \left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln 9x^3} \\
 2) \begin{cases} 4 - x = t \\ t \in (0; 4) \end{cases} \quad \left(\frac{x^6}{3} \right)^{\ln 3x} = x^{2(\ln(3x)^3 - \ln 3)} \quad \ln 27x^3 - \ln 3$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln x(4-x)^2} \quad X^{(6 - \log_x 3) \ln 3x} = X^{6 \ln 3x - 2 \ln 3} \\
 X^{7 - \log_x t} = X^{7 - \log_x t} \quad X^{(7 - \log_x t) \ln t} = X^{2 \ln x t^2}$$

$$\frac{\ln 3x \cdot \ln 3}{\ln x} = 2 \ln 3 \quad \ln 3x - 2 \ln x = 0 \\
 \ln 3x - \ln x^2 = 0 \quad \ln \frac{3}{x} = 0 \quad \frac{3}{x} = 1 \quad x = 3$$

$$7 \ln t - \ln t \cdot \log_x t = 2 \ln x + 4 \ln t \quad 3 \ln t - \ln t \cdot \log_x t = 2 \ln x \\
 \ln t^2 - 2 \ln t \cdot \ln x - 2 \ln x^2 = 0 \quad \ln t^2 - 2 \ln t \cdot \ln x - 2 \ln x^2 = 0$$

$$a^2 - 3ab - b^2 = 0 \quad m^2 - 3m - 1 = 0 \quad m = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \\
 \frac{\ln t}{\ln x} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \log_x 4-x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} > 3$$

$$X^6 \cdot X^{13} = (x^2 - 8x + 16)^2 \quad X^{19} \quad X^3 \cdot X^{\sqrt{13}} = (4-x)^2$$