

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |(-1)(y-x-8)| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y+x+8| + |y-x-8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = (\sqrt{a})^2 \end{cases}$$

$a \geq 0$ (из (2) т.к. сумма неотриц. чисел)

Рассмотрим первое уравнение:

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ y = 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ x = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x+8 \\ x = -16 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x+8 \\ y = -8 \end{cases}$$

Графиком уравнения (1) будет квадрат с центром в точке $(-8; 0)$ и стороной 16

Второе уравнение:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (x+8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+8)^2 + (y+15)^2 = a \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = a \end{cases}$$

Фигура Ω_1

Ω_2

Ω_3

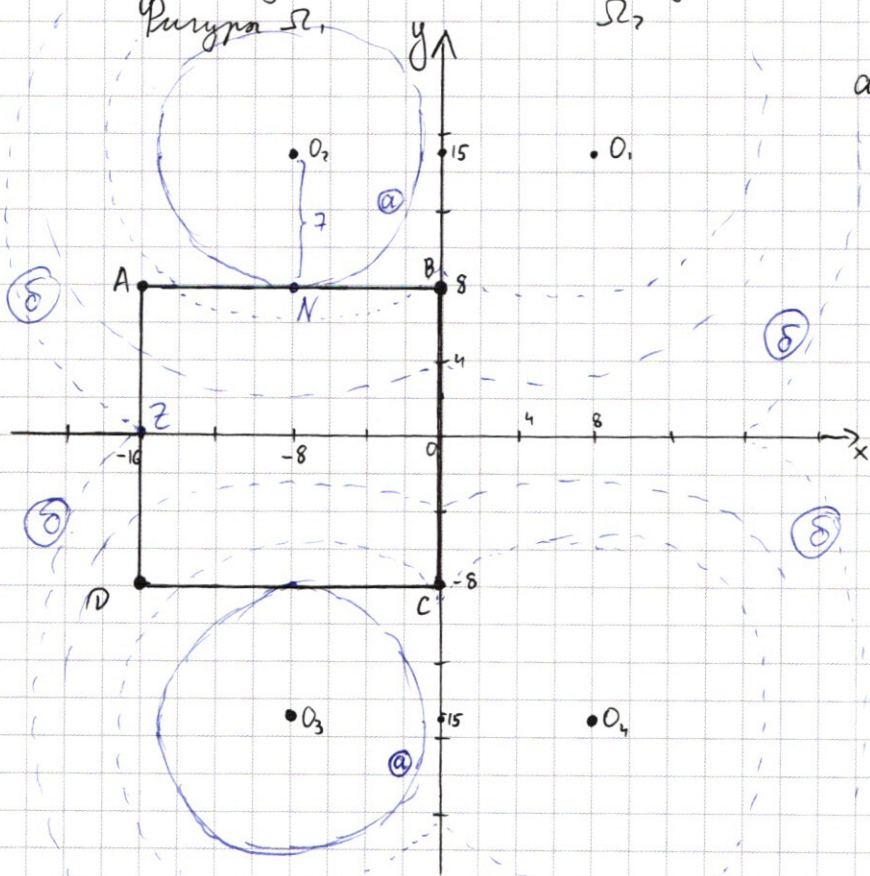
Ω_4

а). Плоск. Ω_2 и Ω_3 не касаются сторон квадрата, решений нет. При $\sqrt{a} = 7 \Leftrightarrow a = 49$ 2 решения. $O_1 B = O_1 C = \sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{113} > O_2 N$

б). При $\sqrt{a} \in (7; O_2 Z)$ 4 решения
При $\sqrt{a} = O_2 Z$ 1 решение
и при $\sqrt{a} > O_2 Z$ 0 решений

Плоским образом 2 решения только когда $\sqrt{a} = 7$

Ответ: $a = 49$



~ 6.

$$R = 17$$

$$\frac{1}{2} \angle AB = \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

м. сиргов:

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R$$



$$AB = 17\sqrt{2}$$

Пусм

$$AD = AC = a, \\ BC = x$$

$$\text{м. к. } \angle NCB = 45^\circ, \text{ то } \\ BC = BN = x, \\ CN = x\sqrt{2}$$

$$AN = a - x\sqrt{2}$$

$$TB^2 = CT^2 - CB^2 = 34^2 - x^2$$

$$TB = \sqrt{34^2 - x^2}$$

$$TN = TB - NB = \sqrt{34^2 - x^2} - x$$

AC, BT - хорды

$$AN \cdot NC = TN \cdot BN$$

$$(a - x\sqrt{2}) \cdot x\sqrt{2} = (\sqrt{34^2 - x^2} - x) \cdot x \quad | \cdot \frac{1}{x}$$

$$a\sqrt{2} - 2x = \sqrt{34^2 - x^2} - x \quad (\Rightarrow) \quad a\sqrt{2} - x = \sqrt{34^2 - x^2} \quad |^2$$

$$2a^2 - 2\sqrt{2}ax + x^2 = 34^2 - x^2$$

$$2x^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ax = 34^2$$

$$\text{По м. Пифагора: } CF^2 = BC^2 + BF^2 = x^2 + BD^2 = x^2 + (a\sqrt{2} - x)^2 = \\ = 2x^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ax = 34^2$$

$$CF = 34$$

$$\text{Д) } BC = 16$$

$$x = 16$$

$$2a^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 16a + 2 \cdot 16^2 - 4 \cdot 17^2 = 0$$

$$a^2 - 16\sqrt{2}a + 256 - 2 \cdot 289 = 0$$

$$a^2 - 16\sqrt{2}a - 322 = 0$$

$$a_2 = \frac{8\sqrt{2} \pm \sqrt{128 + 322}}{1} = 8\sqrt{2} \pm 15\sqrt{2}$$

$$a = 23\sqrt{2}$$

$$BD = 23 \cdot 2 - 16 = 46 - 16 = 30$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6 (продолжение)

$$\sin \Theta = \frac{30}{34} = \frac{15}{17} \quad (\Theta = \angle BCF)$$

$$\cos \Theta = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\angle ACF = 45^\circ + \Theta$$

$$\begin{aligned} \cos \angle ACF &= \cos(\Theta + 45^\circ) = \cos \Theta \cos 45^\circ - \sin \Theta \sin 45^\circ = \\ &= \frac{8}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{15}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8\sqrt{2} - 15\sqrt{2}}{34} = -\frac{7\sqrt{2}}{34} \end{aligned}$$

$$AC = a = 23\sqrt{2}$$

$$CF = 34$$

По т. косинусов

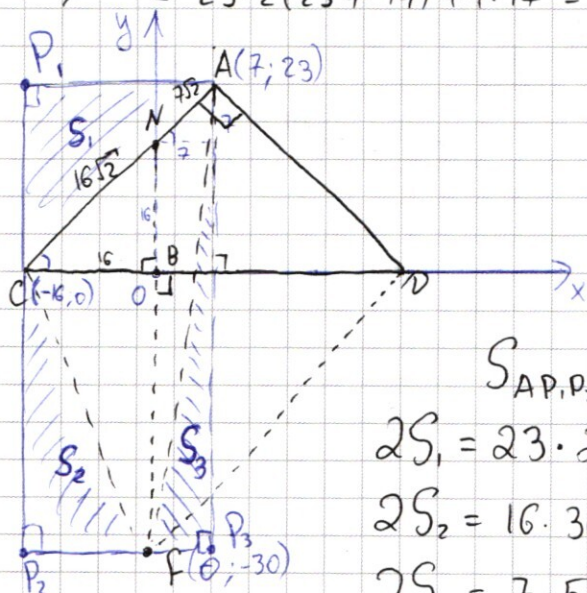
$$AF^2 = AC^2 + CF^2 - 2AC \cdot CF \cdot \cos \angle ACF =$$

$$\begin{aligned} &= 23^2 \cdot 2 + 4 \cdot 17^2 + 2 \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{34} = \\ &= 23^2 \cdot 2 + 4 \cdot 17^2 + 2 \cdot 23 \cdot 2 \cdot 7 = \\ &= 23 \cdot 2(23 + 14) + 4 \cdot 17^2 = 46 \cdot 37 + 4 \cdot 17^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AN &= 23\sqrt{2} - 16\sqrt{2} = \\ &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

Введем систему
координат с центром в
B, так чтобы
N ∈ Oy, D ∈ Ox

и посчитаем координаты
точек A, F, C
(см. рисунок) и воспользуемся
формулой площади треугольника AP₁P₂P₃



$$\begin{aligned} S_1 &= S_{AP_1C} \\ S_2 &= S_{CFP_2} \\ S_3 &= S_{AFP_3} \\ S_x &= S_{ACF} \end{aligned}$$

$$S_{AP_1P_2P_3} = S_1 + S_2 + S_3 + S_x$$

$$S_{AP_1P_2P_3} = AP_1 \cdot AP_3 = 23 \cdot 53 = 1219$$

$$2S_1 = 23 \cdot 23 = 529$$

$$2S_2 = 16 \cdot 30 = 480$$

$$2S_3 = 7 \cdot 53 = 350 + 21 = 371$$

$$S_x = S_{AP_1P_2P_3} - (S_1 + S_2 + S_3) = 1219 - \frac{1380}{2} = 1219 - 690 = 529$$

Ответ: а) $CF = 34$ б) $S_{ACF} = 529$

✓ 1

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

Тогда возможны цифры следующие:

- 1). 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1 2). 9, 3, 7, 7, 7, 7, 1, 1

Способов:

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 4!}$$

из-за того, что у нас три тройки

т.к. четыре семерки

$$N_2 = \frac{8!}{2! \cdot 4!}$$

↑ ↑
две 9 четыре 7

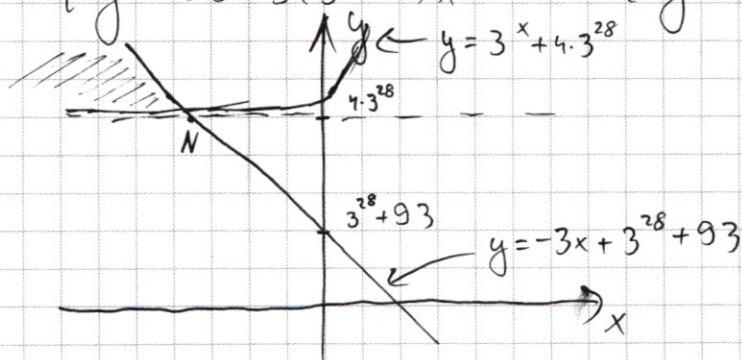
$$N = N_1 + N_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4}{3} = 56 \cdot 20 = 1120$$

Ответ: 1120

✓ 7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq -3x + 3^{28} + 93 \end{cases}$$



N:

$$4 \cdot 3^{28} = -3x + 3^{28} + 93$$

$$x = -3^{28} + 31$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

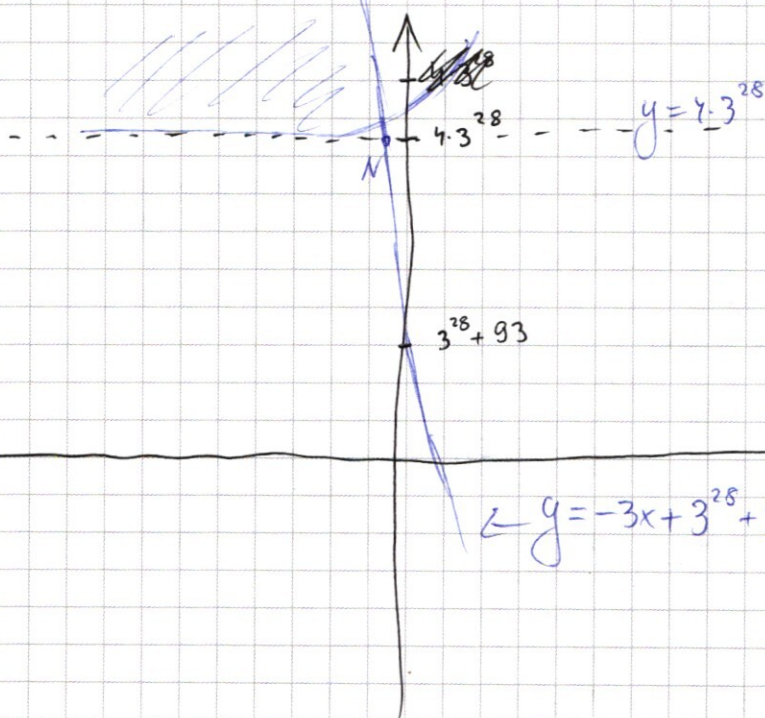
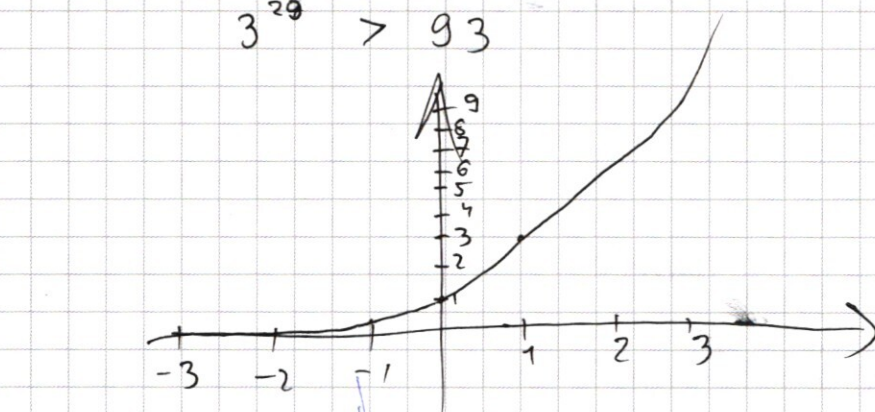
~ 7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq -3x + 3^{28} + 31 \end{cases}$$

$$4 \cdot 3^{28} \wedge 3^{28} + 93$$

$$3^{29} > 93$$



$$4 \cdot 3^{28} = -3x + 3^{28} + 93$$

$$3x = -3^{29} + 93$$

$$x = -3^{28} + 31$$

2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 3x (2 \cos^2 2x + 2 \sin x \cos 2x) - \sin 3x (2 \sin x \cos 2x + 2 \sin^2 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2x \cos 3x (\sin 2x + \cos 2x) - \sqrt{2} \sin 2x \sin 3x (\sin 2x + \cos 2x) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x) (\cos 2x \cos 3x - \sin 2x \sin 3x) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 7x \cos 3x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 3x = 0 \quad | \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 7x (1 + \sqrt{2} \cos 3x) + \cos 3x + \sin 7x (1 + \sqrt{2} \sin 3x) - \sin 3x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 7x \cos 4 + \sin 7x \sin 4x + \sin 7x - \sin 7x \cos 4x + \sin 4x \cos 7x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

3.

$$x > 0, y < 0$$

$$(x^7 \cdot (-y)^{-1})^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$\ln((x^7(-y)^{-1})^{\ln(-y)}) = \ln(x^{2 \ln(xy^2)})$$

$$\ln(-y) \ln(x^7(-y)^{-1}) = 2 \ln(xy^2) \ln x$$

$$\ln(-y) (7 \ln x + \ln(-\frac{1}{y})) = 2(\ln x + 2 \ln(-y)) \ln x$$

$$7 \ln x \ln(-y) + \ln(-y) \ln(-\frac{1}{y}) = 2 \ln^2 x + 4 \ln x \ln(-y)$$

$$3 \ln x \ln(-y) = \ln^2(-y) - 2 \ln^2 x = 0$$

$$\text{Положим } t = \ln x, \text{ тогда } x = e^t$$

$$n = \ln(-y), \text{ тогда } y = -e^n$$

$$\begin{cases} 2t^2 + n^2 - 3nt = 0 \longrightarrow t_2 = \frac{3n \pm \sqrt{9n^2 - 8n^2}}{4} = \frac{3n \pm n}{4} \\ -e^n + 2e^n e^t - 3e^{2t} + 12e^t - 4e^n = 0 \end{cases}$$

$$1) t = n$$

$$-e^n - 2e^{2t} - 3e^{2t} + 12e^t - 4e^n = 0$$

$$-5e^{2t} + 7e^t = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3. (продолжение)

$$e^t(e^t - \frac{7}{5}) = 0$$

$$e^t = \frac{7}{5}$$

$$t = \ln \frac{7}{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ -y = \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow (\frac{7}{5}; -\frac{7}{5})$$

2) $t = \frac{n}{2}$

$$-e^n - 2e^n \cdot e^{\frac{n}{2}} - 3e^n + 12e^{\frac{n}{2}} - 4e^n = 0$$

$$k = e^{\frac{n}{2}} \neq 0$$

$$-8k^2 - 2k^3 + 12k = 0$$

$$k(-2k^2 - 8k + 12) = 0$$

$$k^2 + 4k - 6 = 0$$

$$k_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4+6} = -2 \pm \sqrt{10}$$

$$k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10} - 2$$

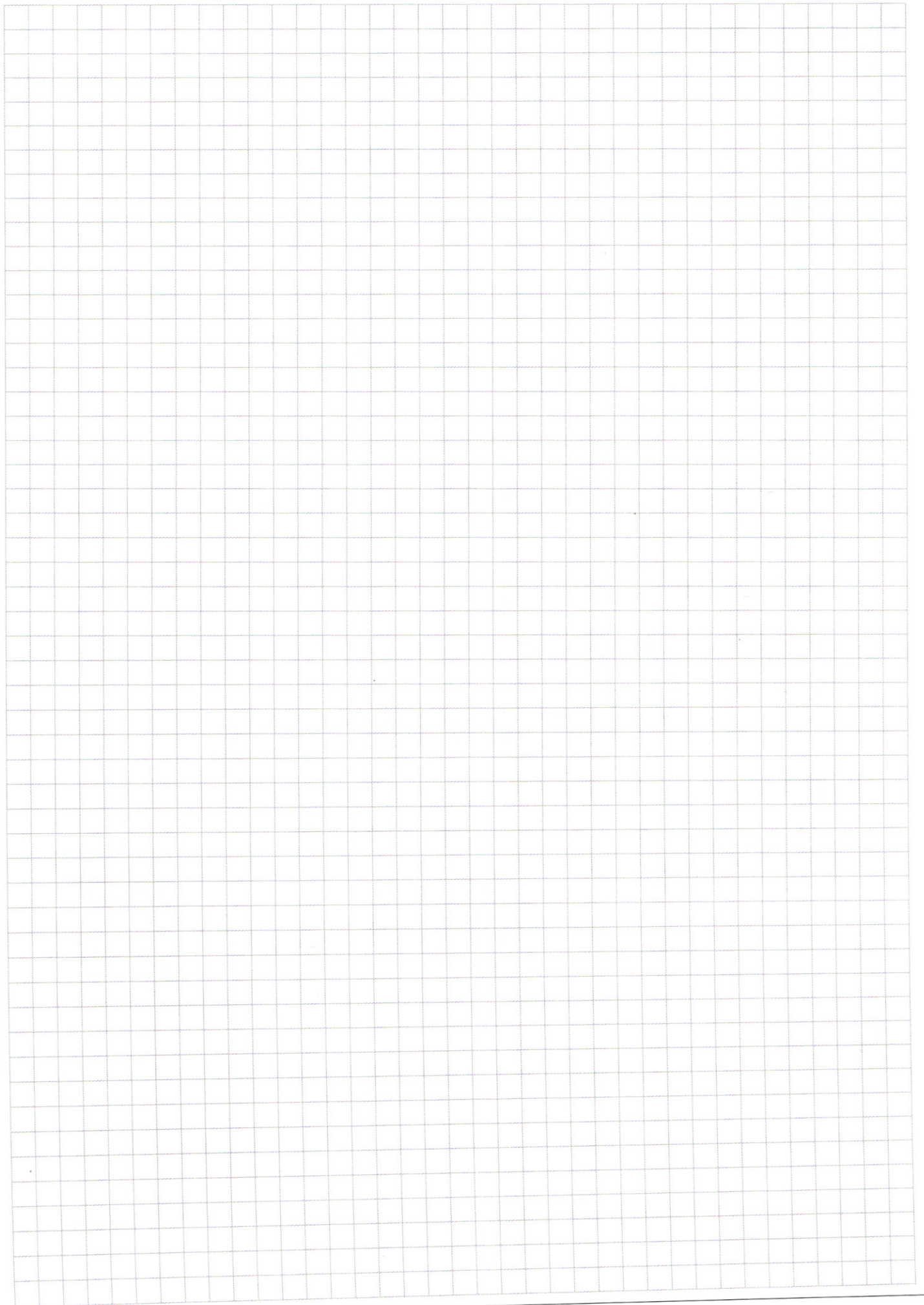
$$e^{\frac{n}{2}} = \sqrt{10} - 2 \Rightarrow n = 2 \ln(\sqrt{10} - 2)$$

$$t = \ln(\sqrt{10} - 2)$$

$$\begin{cases} x = \sqrt{10} - 2 \\ -y = (\sqrt{10} - 2)^2 = 10 - 4\sqrt{10} + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} - 2 \\ y = 4\sqrt{10} - 6 \end{cases}$$

$y < 0 \Rightarrow$ нет решений

Ответ: $x = \frac{7}{5}; y = -\frac{7}{5}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 2.

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \cos(4x+3x) + \cos 3x + \sin(4x+3x) - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \end{aligned}$$

~~$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$~~

~~$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \sin 3x \cos 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$~~

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 2\cos^2 x - 1 \\ \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x \end{aligned}$$

$$\cos 3x (\cos 4x + 1 + \sin^2 4x) + \sin 3x (\sin 4x - \cos 4x + 1) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

~ 3.

$$\begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y &= 0 \end{aligned}$$

О.Д.З.:

$$\begin{cases} -y > 0 \\ -\frac{x^2}{y} > 0 \\ xy^2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 0 \\ \frac{x^2}{y} < 0 \\ xy^2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

~~$$\begin{aligned} (-1)^{\ln(-y)} x^{2\ln(-y)} y^{-\ln(-y)} &= x^{2\ln x} x^{2\ln y^2} \\ (-1)^{\ln(-y)} x^{2\ln(-y)} y^{-\ln(-y)} &= x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(-y)} \end{aligned}$$~~

$$\begin{aligned} (y^2 + 2xy + x^2) - 4x^2 + 12x + 4y &= 0 \\ \ln\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= \ln(x^{2\ln xy^2}) \end{aligned}$$

$$4(3x+y)$$

$$\begin{array}{r} -1529 \\ -5371 \\ +3480 \\ \hline 1380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 690} \\ 1380 \\ \hline -1215 \\ \hline 4750 \\ 9500 \\ \hline -1215 \\ \hline 35350 \\ 70700 \\ \hline -35350 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2t^2 - 3nt + n^2 = 0$$

$$\ln(-y) \ln\left(-\frac{x^2}{y}\right) = 2\ln(xy^2) \ln x$$

~~$$\ln x^2 = 2$$~~

$$\ln\left(-\frac{x^2}{y} - y\right) = 2\ln(xy^2 + x)$$

$$-\frac{x^2+y}{y} = (x(y^2+1))^2$$

$$-\frac{x^2+y}{y} = x^2(y^2+1)^2$$

$$x^2 y (y^2+1)^2 = -x^2 - y^2$$

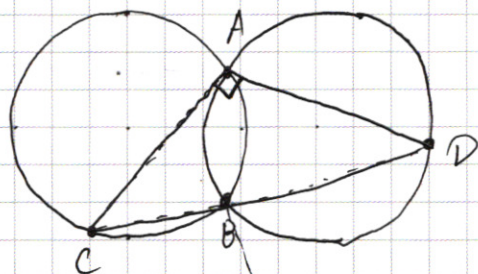
$$\frac{x^2 y^5}{(-\infty, 0)} + \frac{2x^2 y^3}{(-\infty, 0)} + \frac{x^2 y}{(-\infty, 0)} = \frac{-x^2 - y^2}{(-\infty, 0) \cup (\infty, 0)}$$

$$R = 17$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R$$

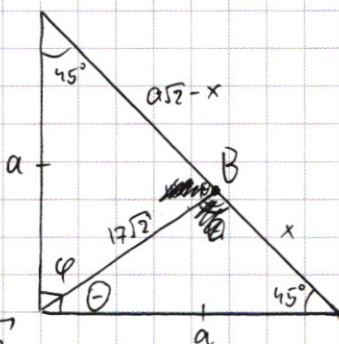
$$AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2R = 17\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$



46

$$F \quad TB = \sqrt{34^2 - x^2}$$



$$\frac{17\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sin \theta}$$

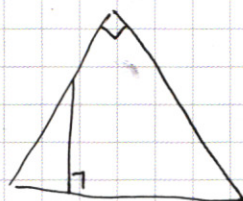
$$\frac{x}{\sin(\theta)} = \frac{17\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = 34$$

$$\frac{a\sqrt{2} - x}{\sin \varphi} = 34$$

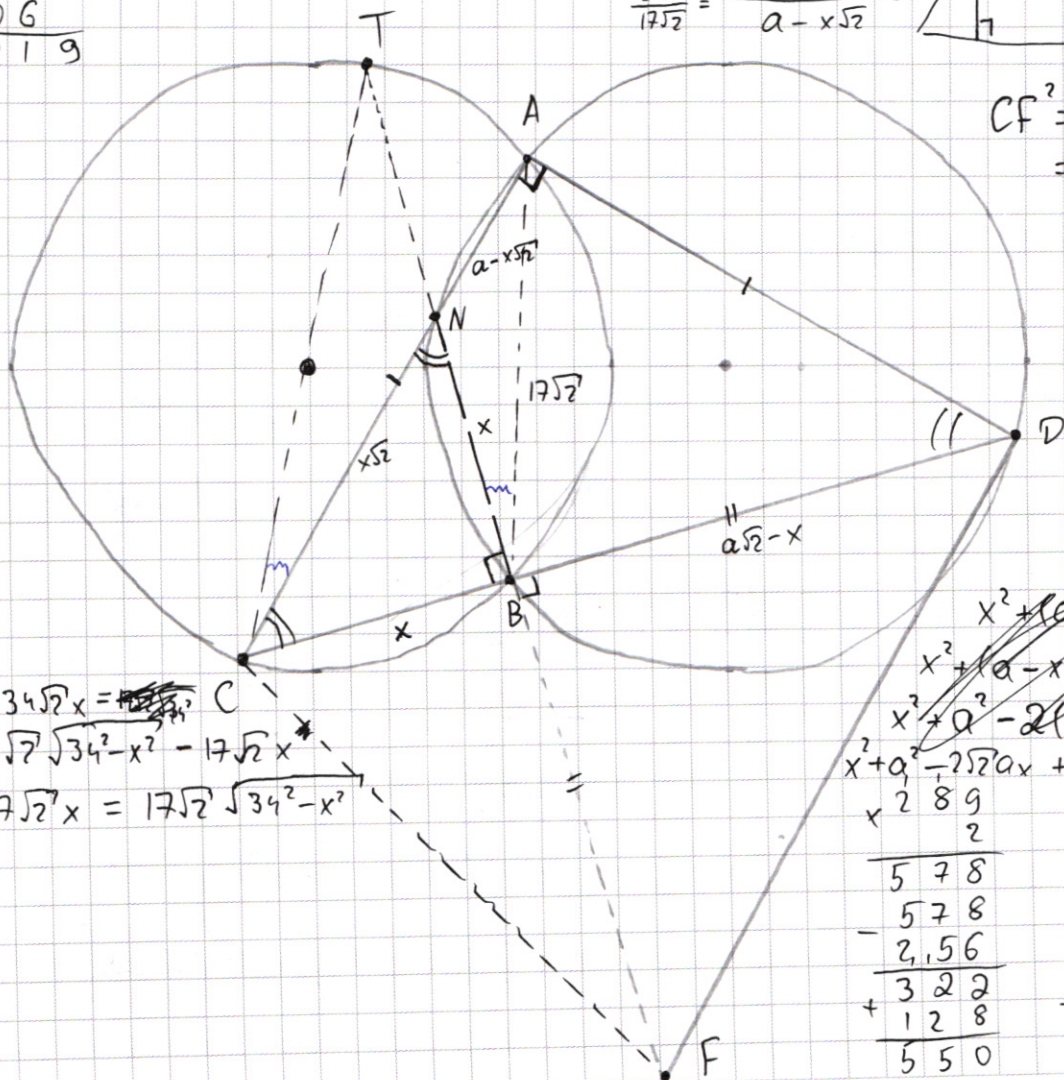
$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 23 \\ \hline 159 \\ 106 \\ \hline 1219 \end{array}$$

$$\frac{CT}{AB} = \frac{TN}{AN}$$

$$\frac{34}{17\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34^2 - x^2} - x}{2 - x\sqrt{2}}$$



$$CF^2 = x^2 + (a\sqrt{2} - x)^2 = 2x^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ax$$



$$34a - 34\sqrt{2}x = \cancel{17\sqrt{2}x} \quad C$$

$$34a - 17\sqrt{2}x = 17\sqrt{2}\sqrt{34^2 - x^2}$$

$$x^2 + (a - x\sqrt{2} + x)^2 = 34^2$$

$$\begin{array}{r} \times \\ \hline 289 \\ 2 \\ \hline 578 \\ 578 \\ - \\ 2,56 \\ \hline 322 \\ + \\ 128 \\ \hline 550 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ 63 \overline{) 7203} \\ \underline{18} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \overline{) 49} \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ 6 \overline{) 2401} \\ \underline{12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \overline{) 343} \\ \underline{30} \\ \underline{28} \\ 21 \end{array}$$

$$64827 = 9 \cdot 7203 = 9 \cdot 3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = \\ = 3^3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7^3 = \\ = 3^3 \cdot 7^4$$

Варианты наборов:

1). 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 1

2). 9, 3, 7, 7, 7, 7, 1, 1

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 4!} ?$$

$$N_2 = \frac{8!}{4!}$$

№ 2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad \cos \alpha + \cos \beta$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x = \sqrt{2} \sin 2x \quad \cos(x+y) + \cos(x-y) =$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 2x)$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right) + \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin 5x \sin$$

$$\begin{aligned} \alpha &= x+y \\ \beta &= x-y \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} x &= \frac{\alpha+\beta}{2} \\ y &= \frac{\alpha-\beta}{2} \end{aligned}$$

$$= \cos x \cos y - \sin x \sin y + \cos x \cos y + \sin x \sin y =$$

$$= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = \sin(x+y) - \sin(x-y) =$$

$$= \sin x \cos y + \sin y \cos x - \sin x \cos y +$$

$$+ \sin y \cos x =$$

$$= 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$$

№ 5.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x-8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9 \end{cases}$$

1). $\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x+8 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq x+8 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq \\ y \leq \end{cases}$

$y+x+8 - y+x+8 = 16 \quad x=0$

$\begin{cases} y \leq \\ y \geq \end{cases}$

$-y-x-8 - y-x-8 = 16 \quad -2x-16=16$
 $2x = -32$
 $x = -16$

$-y-x-8 - y+x+8 = 16$

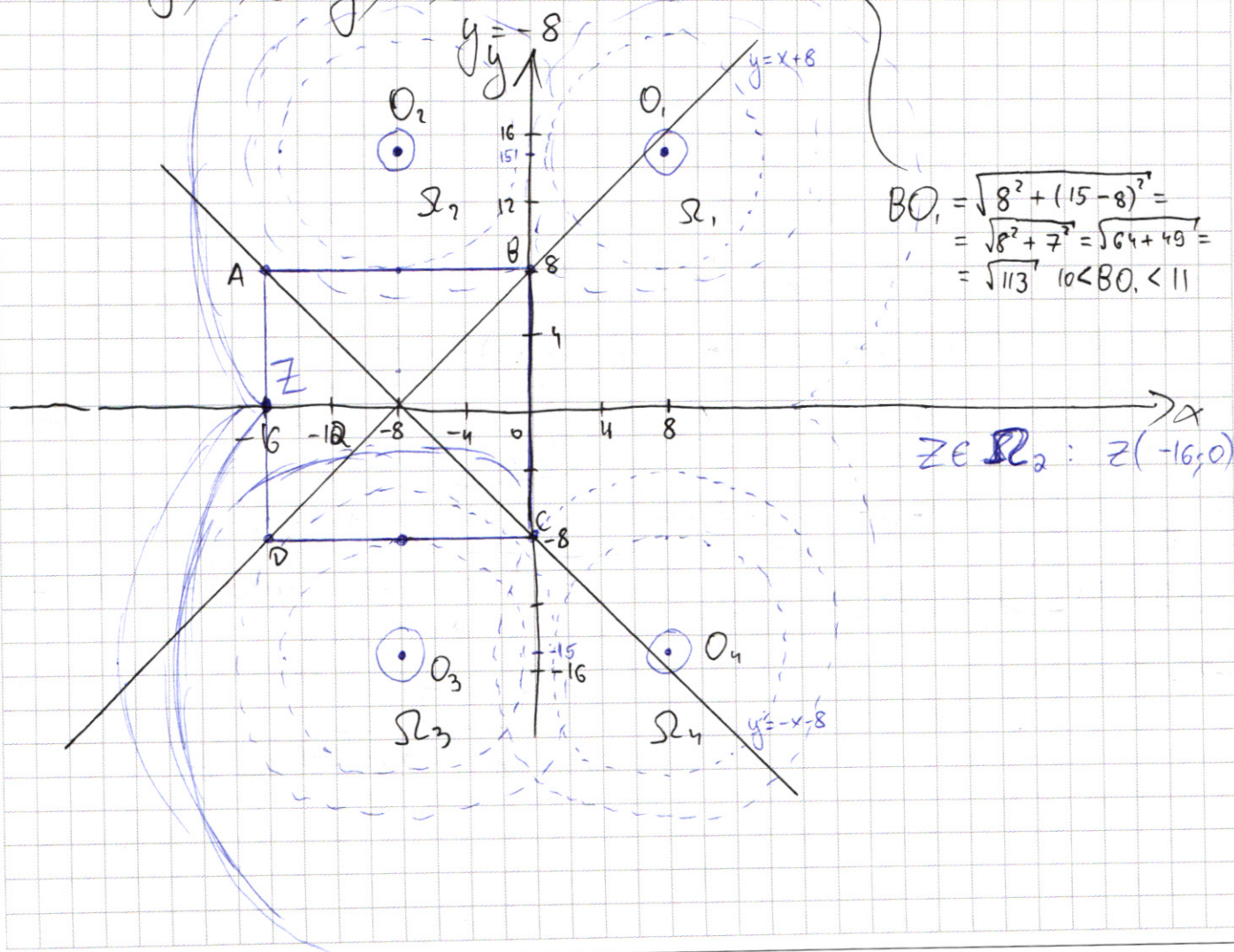
2 решения.

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = 9 \end{cases} \quad \Omega_1$

$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ (x+8)^2 + (y-15)^2 = 9 \end{cases} \quad \Omega_2$

$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ (x+8)^2 + (y+15)^2 = 9 \end{cases} \quad \Omega_3$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = 9 \end{cases} \quad \Omega_4$



$$BO_1 = \sqrt{8^2 + (15-8)^2} = \sqrt{8^2 + 7^2} = \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113} \quad 10 < BO_1 < 11$$

$Z \in \Omega_2 : Z(-16; 0)$