

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

### 11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$ ; следовательно, в числе ~~всего~~ <sup>4</sup> цифры

7 и 4 цифры  $p_1, p_2, p_3, p_4$ :  $p_1 p_2 p_3 p_4 = 3^3$

$$p_1 = \begin{cases} p_1 p_2 p_3 p_4 \equiv 0 \\ p_i = 1 \end{cases}$$

$$p_i < 10$$

$p_1, p_2, p_3, p_4$  — натуральные  
числа  $\{9, 3, 7, 7\}$

$p_1, p_2, p_3, p_4$  — натуральные  
числа  $\{3, 3, 3, 7\}$

т.е. всего безразличных чисел, удовлетворяющих

$$\text{условию: } \frac{8!}{4! \cdot 2!} + \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8!}{4! \cdot 3!} (1 + 3) = \frac{8! \cdot 4}{4! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!} =$$

или в числе 4-е цифры 7, 2-е 9, 1-е 9 и 7-е 3, или в числе 4-е цифры 7, 2-е 3 и 1-е 7;

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 160 \cdot 7 = 1120$$

Ответ: 1120

№6

Дано:

$\Omega_1, \Omega_2$  — окруж.  $(O_1, 17)$

$(O_2, 7)$

$\Omega_1 \cap \Omega_2 = A, B$

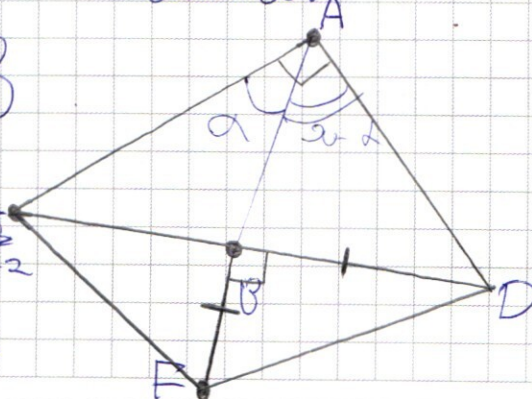
$BF \perp BD$ ;  $BF = FD$

$\angle ACD = 90^\circ$ ;  $C \in \Omega_1$ ;  $D \in \Omega_2$

Найти:  $\angle C$

Найти:  $\angle ACF$

Дано:



Решение:

1) т.ч. окружности  $\Omega_1, \Omega_2$  равны, равные дуги в  $\Omega_1, \Omega_2$  стягиваются равные углы:

$$\text{т.е. } \angle ADB = \angle ACB \Rightarrow \angle ADB = \angle ACB = \frac{\pi}{4};$$

$$\Downarrow \\ AC = AD, \angle ADC = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \angle ADF = \frac{\pi}{4} \text{ т.ч. } AC \parallel FD$$

при отрезании  $S$  от  $AB$ ,  $S(\Omega_1) = \Omega_2$ ; потому  $C' \in \Omega_2$ ,  
 $S(C) = C'$ ;  
 $\angle AC'B = \angle ADB = \angle ACB$ ;  
 в силу симметрии

2) По теореме синусов для  $\triangle ABC, \triangle ABD$ :

$$2R_{\Omega_1} = \frac{BC}{\sin(90^\circ - \alpha)} \quad 34 \cos \alpha = BC$$

$$2R_{\Omega_2} = \frac{BD}{\sin \alpha} \quad 34 \sin \alpha = BD$$

По теор. Пифагора для  $\triangle BCF$ :

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = BC^2 + BD^2$$

$$CF = 34 \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = 34$$

по  $\odot \Omega_1$

на  $\odot \Omega_1$  длина: 34

$$3) S_{ACF} = p(F, AC) \cdot \frac{AC}{2} = AD \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AC^2}{2} \text{ т.ч. } \triangle ACD - \text{равнобедренный}$$

расстояние от  $F$  до прямой  $AC$

т.ч.  $AD \perp AC$   
 $AC \parallel DF$

$$\Rightarrow |AD| = p(F, AC)$$

$$= \frac{CD^2}{4} = \frac{(BC + BD)^2}{4}$$

По теор. Пифагора для  $\triangle BCF$ :  $CF^2 = BC^2 + BF^2$

$$\Downarrow \\ BD = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{1850} = 30$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 (продолжение)

$$S_{ACF} = \frac{(BC+CD)^2}{4} = \left(\frac{16+30}{2}\right)^2 = 24^2 = 576$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 124 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

Ответ:  $CF=34$

$$S_{ACF} = 576$$

№4

Дано:

$Q(O, R)$  - вписана в  $\triangle ABC$ ;

$$QA(SAB) = K;$$

$$Q \cap (SAC) = L$$

$$Q \cap (SBC) = M;$$

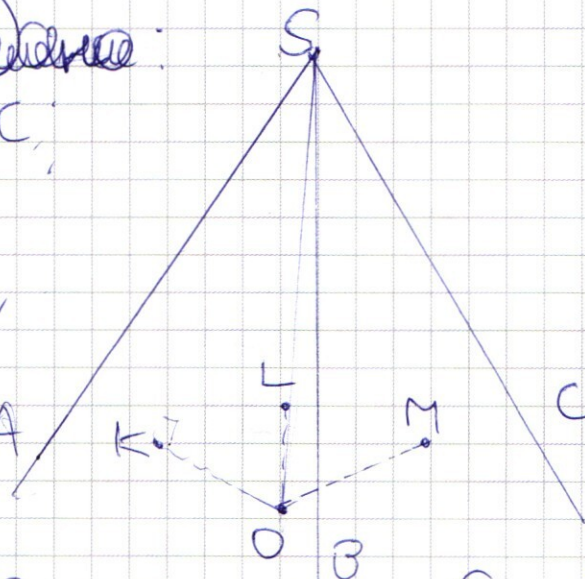
$$\angle \alpha_1 = 0^\circ$$

$$\angle \alpha_2 = 76^\circ$$

Найти:  $S_{KLM}$ ,  $A$

Решение:

Решение:



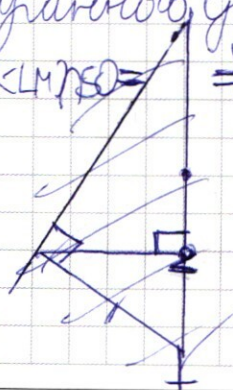
1)  $(KLM) \perp OS$  (известный факт). (доказано на след. странице)

2) Пусть  $\alpha_1, \alpha_2$  - углы перпендикуляра  $OS$  к  $AB, AC$  соответственно.

$OS \perp OS$ , т.к.  $\alpha_1 \parallel \alpha_2$  (или попарно,  $\perp$  1-й прямой).

тогда радиусы сечения перпендикуляра  $OS$  к  $AB, AC$  соответственно.

$$SOK; \alpha_1 \cap OS = A_1, \alpha_2 \cap OS = A_2, (KLM) \cap OS = O \Rightarrow (KLM) \cap OS = O$$



П.и. сечение  $\alpha_1, \alpha_2$  как параллельные пересекает окружность в двух диаметрально противоположных точках  $S$  и  $W$ ,  $k > 0$ ;

$$S_{\alpha_1} = k^2 S_{\alpha_2}; \Rightarrow k = \frac{3}{4};$$

$$S_{\alpha_1} = k^2 S_{\alpha_2};$$

$$S_{\alpha_1} = \frac{3}{4} S_{\alpha_2};$$

$$\frac{(SO - R_2)}{SO + R_2} = \frac{3}{4}$$

$OA_1 = OA_2$ ;  
т.  $OA_1 \perp \alpha_1$ , значит,  
 $OA_1$  - радиус сферы;  
 $OA_2 \perp \alpha_2$ , значит,  
 $OA_2$  - радиус сферы  $\Omega$

$$4SO - 4R_2 = 3SO + 3R_2;$$

$$SO = 7R_2;$$

$$\text{т.к. } OK \perp (SAB) \Rightarrow OK \perp SK$$

в треугольнике  $\triangle SKO$ ,

$$OK = R_2, SO = 7R_2;$$

$$\sin KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{1}{7};$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right) \quad (+)$$

$\angle KSO < \frac{\pi}{2}$ , т.к.  $K$  лежит внутри сферы  $\Omega$  внутри угла  $SAB$ ,  
или точка касания сферы, вписанной в треугольник

3) Сечение угла пирамидой  $(KLM)$  параллельно  $A_1$ .

$$H_S^K(\alpha_1) = (KLM)$$

$$H_S^K(A_1) = \dots$$

$$S_{KLM} = S_{\alpha_1} \cdot \left(\frac{SU}{SA_1}\right)^2 =$$

$$\frac{SU}{SA_1} = \frac{SK \cdot \cos KSO}{SO - R_2} = \frac{SO \cdot \cos KSO}{SO - R_2} = \frac{7R_2 \cdot \frac{48}{49}}{6R_2} =$$

$$= \frac{8}{7}; \Rightarrow S_{KLM} = S_{\alpha_1} \cdot \frac{64}{49} = \frac{9 \cdot 64}{49} = \frac{576}{49}$$

$$\text{Откуда: } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right); S_{KLM} = \frac{576}{49}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{5}$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$$

при  $a < 0$  система не имеет решений; т.

$$(x-8)^2 \geq 0, (y-15)^2 \geq 0,$$

На координатной плоскости  $xOy$ ,  $(x-8)^2 + (y-15)^2 =$   
— окружность с радиусом  $\sqrt{a}$ , с центром в  $(8; 15)$ ,  
отрезки от  $x$  и  $y$  осей.  
Решение системы  $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$  по определению

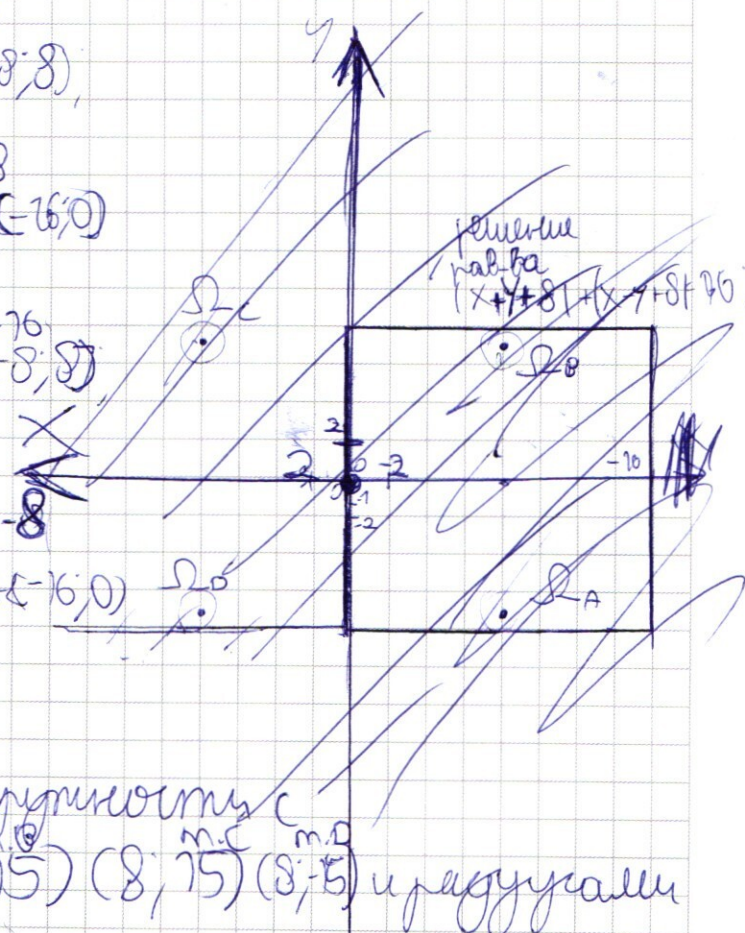
$$\begin{cases} 2x=0 \\ x+y > -8 \Rightarrow y > -8 \\ x-y > -8, y < 8 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y \in (-8; 8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y \geq -8 \Rightarrow x \geq -16 \\ x-y \leq -8, x < 0, \\ y=8 \end{cases} \begin{cases} y=8 \\ x \in (-16; 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y < -8, y < 8 \\ x-y < -8, y > -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-16 \\ y \in (-8; 8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x=32 \Rightarrow x=-16 \\ y=-8 \end{cases} \begin{cases} x \in (-16; 0) \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y \leq -8, x \leq 0, \\ x-y \geq -8, x \geq -16 \\ y=-8 \end{cases} \begin{cases} x \in (-16; 0) \\ y=8 \end{cases}$$



Обозначим  $\Omega_A, \Omega_B, \Omega_C, \Omega_D$  — окружности с  
центрами в  $(-8; -15)$   $(-8; 15)$   $(8; 15)$   $(8; -15)$  и радиусами  
 $\sqrt{a}$ , тогда

где  $a_1 < \sqrt{17}$  минимум  
пересечением и окружностью  $\Gamma$

1)  $a_1^2 \leq 17$   $a_1 = \sqrt{a}$

2)  $a_1 = \sqrt{17}$ ,  $\Omega_A, \Omega_B$  - окружности  
и окружностями  $\Gamma$  в т.  $B_1$   
( $\pm 8, -4$ )

$\Omega_C, \Omega_D$  и окружностями  
не пересекаются,  $a = 17$

3)  $\forall a \in (17, 17)$  - противоречие

т.к.  $\Omega_C$  симметрична  $\Omega_A$

относительно ОХ, при  $\sqrt{17} < a_1 < \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{226} \approx 15,03$

$\Omega_B \cap \Gamma = B_1, B_2$

$\Gamma'$  - окружность, симметричная окружности  $\Gamma$  относительно ОУ

$\Omega_C \cap \Gamma = A_1, A_2$ , при этом  $B_1, B_2, A_1, A_2$  не совпадают

$\Rightarrow$  точек пересечения  $\Gamma$  и окружности  $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a \geq 4$ .

4)  $a_1 = 17$

Общая окружность  $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$  получается из  
окружности  $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$  последовательными  
сдвигами

$(-16; 0) (0; 0)$  все точки  $(x_0, y_0)$   $x_0, y_0 \geq 0$ ,  $\Omega_C$  относительно ОХ,  
удовлетворяет. Затем относительно ОУ.

2-е уравнение системы и только ОХ;

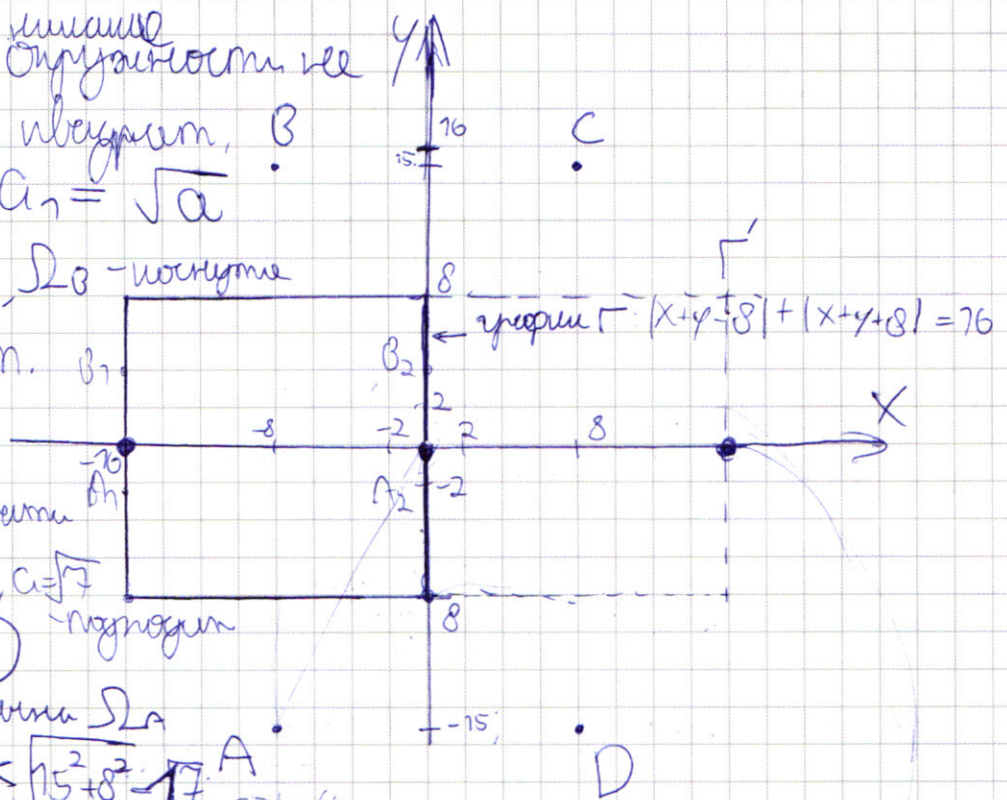
т.к. мы во всех точках  $(x_0, y_0)$   $x_0, y_0 \geq 0$ ;

т. (0; 0)  $\forall$  для окружности  $\Omega_C(17)$ , которая пересекает  
 $\Gamma'$  только в точке  $(16; 0)$ , значит,  $\Omega_C(17)$  проходит через

точки  $(-16; 0) (0; 0)$  окружности  $\Gamma$ , значит,  $a = 17$

противоречие

Если  $a_1 > \sqrt{17}$ ,  $\Omega_C$  не будет пересекать  $\Gamma' \Rightarrow$  поэтому



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для каждого из значений  $a=7$ ,  $a=17$ ;

Ответ:  $a=7$

$$a=17^2=289;$$

№3

$$\left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right) \ln(-y) &= x^2 \ln(xy^2) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right) \ln(-y) &= x^2 \ln(xy^2) \\ (y+x+2)^2 - 4x^2 + 8x - 4 &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right) \ln(-y) &= x^2 \ln(xy^2) \\ (y+x+2)^2 - 4x^2 + 8x - 4 &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right) \ln(-y) &= x^2 \ln(xy^2) \\ (y+x+2)^2 - 4(x-1)^2 &= 0; \end{aligned} \right.$$

$$(y+x+2)^2 = (2x-2)^2$$

$$y+x+2 = 2x-2$$

$$y+x+2 = -2x+2$$

$$y = x-4 \quad (2)$$

$$y = -3x \quad (1) \text{ подставим (1) в первое уравнение}$$

$$x^6 \ln(3x) = x^2 \ln(9x^3)$$

$$x^6 \ln(3x) = x^2 \ln(3x^2 + \ln x)$$

$$x^6 \ln(3x) = x^4 \ln(3x) + x^2 \ln x$$

$$x^2 \ln(xy^2) = x^2 \ln x + x^2 \ln(y^2) =$$

$$x^2 \ln x + x^4 \ln y$$

$$\text{то } \ln(-y) - \text{отриц.}$$

$$y < 0 \quad \ln(xy^2) - \text{отриц.}$$

$$xy^2 > 0$$

$$\text{то } x > 0$$

$$y < 0$$

$$\ln(x^{6 \ln(3x)}) = \ln(x^{2 \ln(9x^3)})$$

$$6 \ln(3x) \cdot \ln x = \ln x \cdot 2 \ln(9x^3)$$

$$\ln x (6 \ln(3x) - 2 \ln(9x^3)) = 0$$

$$\ln x = 0$$

$$3 \ln(3x) = 2 \ln(9x^3) \quad \text{т.к. } \ln(x) - \text{возврат. на } (0, +\infty)$$

$$\ln x = 1$$

$$\ln(27x^3) = \ln(81x^6)$$

$$27x^3 = 81x^6$$

$$x = 1, y = -3$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x = \sqrt[3]{1}$$

$$x = 1, y = -3$$

$$x = 3, y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$y = -3$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\ln\left(\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x}\right) = \ln(x^{2 \ln(9x^3)}) \quad \text{логарифмируем т.к. } x > 0$$

$$\ln 3x \cdot \ln\left(\frac{x^6}{3}\right) = \ln(x^2) \cdot \ln(9x^3)$$

$$(\ln 3 + \ln x)(\ln 3 + \ln x) = 2 \ln x \cdot (2 \ln 3 + 3 \ln x)$$

$$5 \ln x \ln 3 - \ln^2 3 + 6 \ln^2 x = 4 \ln x \ln 3 + 6 \ln^2 x$$

$$\ln x \ln 3 = \ln^2 3$$

$$\ln x = \ln 3, \quad \text{т.к. } \ln x - \text{монот. возрастает на } (0, +\infty)$$

$$x = 3, y = -3$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\forall x \in \mathbb{Z}; x \geq 3, f(x) \leq 0$$

докажем, что проходит все  $x \in [5; 30]$ , т.е. не  
будет  $f(x) > 0$

тогда сумма ряда равно

$$f(5) + f(6) + \dots + f(30) =$$

$$= f(5) + f(6) + \dots + f(30)$$

$$2418 - 2730 - 283$$

$$f(x+c) - f(x) = (3^{28} - 3)C + 3^{x+c} - 3^x = 2973$$

$$-555$$

$$f(5) + f(6) + \dots + f(30) = 26f(5) + (f(6) - f(5))$$

$$= 93 \cdot 26 + 3(3^{27} - 1)(5 + 6 + \dots + 30) =$$

$$+ 3^5 + \dots + 3^{30} = 93 \cdot 26 + 3(3^{27} - 1)(15 \cdot 31 - 10) +$$

$$+ 3^5(1 + \dots + 3^{25}) = 93 \cdot 26 + 3(3^{27} - 1) \cdot 455 + 3^5 \cdot \frac{3^{26} - 1}{2} =$$

$$= 93 \cdot 26 + 3(3^{27} - 1) \cdot 910 + 3^5(3^{26} - 1) =$$

$$= 3^{28} + 3^{31} + 93 \cdot 26 - 3 \cdot 910 - 3^5 = 3^{28} \cdot 28 - 555$$

$$\text{Ответ: } 3^{28} \cdot 28 - 555$$

$\sqrt{2}$

~~monotonno~~

$$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x+2x) - \sin(5x-2x) =$$

$$= 2 \cos 5x \sin 2x$$

~~используем формулу~~  
 ~~$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$~~

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x \neq 2 \cos 4x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) \neq$$

$\sqrt{14}$

$$\begin{cases} x > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x \end{cases}$$

необходимые и достаточные условия для существования пары решений  $(x, y)$ :

$$f(x) = 93 + 3(3^{28} - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} > 0;$$

$\text{так } f(x) \in \mathbb{Z}$ , т.к.  $f(x)$  — ф-я целозначная;

(ни одна точка <sup>принимает</sup> ~~не принимает~~ значение) но это достаточное условие: т.к. если  $f(x) \geq 1$ , то  $\exists \geq 1 (x, y)$  удовлетв. ~~ус~~  
 $\forall$  — при данных  $x$

удовл. ~~удов.~~  
~~— удовлетв. при~~

$$f(x+1) - f(x) = 3(3^{28} - 1) - 3^{x+1} + 3^x = 3^{28} - 3 \cdot 3^x$$

$$f(x+1) - f(x) = 3^{28} - 3 - 2 \cdot 3^x$$

замети, что для дифференциальной  $x$   ~~$f(x+1) - f(x)$~~   
~~если  $f(x) \geq 1$~~  ~~целых~~ ~~значений~~ ~~удовл. системы~~  
~~первое уравнение~~, замети, что  $\forall x \leq 4; f(x) \geq 0$ ;

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)  $y = x - 4$ , т.к.  $y < 0$ ,  $x > 0$ ,  $x \in (0; 4)$   
~~логарифмируем условие  $y = x - 4$  т.к.  $x > 0$~~   
 $\ln\left(-\frac{x^7}{x-4}\right) = 2 \ln(x(x-4)^2)$   
 $\ln(4-x) \ln\left(\frac{x^7}{4-x}\right) = \ln(x^2) \cdot \ln(x(x-4)^2)$   
 $\ln(4-x)(7 \ln x - \ln(4-x)) = 2 \ln x \cdot (\ln x + 2 \ln(4-x))$   
 $2 \ln^2 x - 3 \ln(4-x) + \ln^2(4-x) = 0$   
 $(2 \ln x - \ln(4-x))(\ln x - \ln(4-x)) = 0$   
 $\ln x^2 = \ln(4-x)$   
 $\ln x = \ln(4-x)$ , т.к.  $\ln x$  — монотонно возрастает  
 функция на  $(0; +\infty)$ ,  
 $x^2 = 4 - x$   
 $x = 4 - x$   
 $x^2 + x - 4 = 0$   $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$  — берем:  $x \in (0; 4)$   
 $x = 2, y = -2$   
 $y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} - 4$   
 $y = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$   
 Ответ:  $(3, -9), (2, -2), \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 9}{2}\right)$   
 $\sqrt{2}$   
 $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + 2 \cos 4x = 0$   
 $\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cdot \cos 2x$  (известные тригонометрические формулы)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

$$64827 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$64827 = 9 \cdot 7203$$

$$2401 = 7^4$$

$$\cos 5x - \sin 3x$$

$$r_1 = r_2 = 13$$

$$(y+x+2)^2 = y^2 + 2xy + x^2 + 4y + 4x + 4$$

$$CF; \sin 2x - \sin 3x =$$

$$CF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$2R = \frac{BD}{\sin \alpha}$$

$$34 = \frac{BD}{\sin \alpha}$$

$$BC = 16; 34 = \frac{BC}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$BC = 34 \cos \alpha$$

$$\frac{AD^2}{2}$$

$$(OM) \perp SA$$

$$\frac{50 - 4r}{50 + r} = \frac{3}{4}$$

$$450 - 4r = 350 + 3r$$

$$50 = 7r$$

$$\cos 4x \sin 3x +$$

$$2(\cos(4x+x)(\sin(2x)+\cos(2x))+\sqrt{2}(\cos x))$$

$$x \geq 0; \quad 3^2 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3(3^{28} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 93 + 3^{28}x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28} + 90 > 3 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 > 3x + 3^x + (4x)3^{28}$$

$$x = 4$$

$$93 > 12 + 81$$

$$x = 28$$

$$93 > 3 \cdot 29 + 3^{29} - 25 \cdot 3^{28}$$

$$x = 5$$

$$93 > 37 \cdot 3^{37} + (4 - 37) \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3^{28}x - 3x - 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^x + 1$$

$$3^5 + 4 \cdot 3^{28}$$

$$\begin{aligned} & \cos 4x \cdot \cos 3x - \sin 3x \sin 4x \\ & + (\cos 3x + \sin 4x \cos 3x - \sin 3x \cdot \\ & \times (\cos 4x - \sin 3x + \cos 4x) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\cos 3x (\cos 4x + \sin 4x + 1) - \sin 3x \\ & (\sin 4x - \cos 4x - 1)) \end{aligned}$$