

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .

б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть дано число ~~64827~~  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$   
( $a_i > a_1, \dots, a_8 > 0$ )

Разложим число 64827 на множители

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

Так как все цифры меньше 10, то

они могут быть либо 1 либо 3 либо 7 либо 9

Рассмотрим несколько таких наборов.

$$1) \quad 1; 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7$$

$$2) \quad 1; 1; 3; 9; 7; 7; 7; 7$$

Возможны только эти 2 набора, так как  $7^2 > 49$

четвертой "тройки" у нас нет; а  $1^2 = 1$  и  
у нас только 7 цифр отличных от 1

Кол-во восьмизначных чисел составленных

$$\text{из первого набора: } \frac{8!}{3! \cdot 4!} = 5 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\text{из второго набора: } \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3$$

$$\text{Общее количество: } 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 40 \cdot 28 =$$

$$= 1120$$

Ответ: 1120 чисел.



№2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) \underbrace{(\cos 2x + \sin 2x)}_{=0} = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$1) \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$2) \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x$$

$$1.1) \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = 1$$

$$\cos 5x = \sin (2x - \frac{\pi}{4})$$

$$1.2) \cos 2x \neq 0$$

$$\tan 2x = 0$$

$$\cos 5x = \cos (2x + \frac{\pi}{4})$$

(т.к.  $\sin \alpha = \cos (\alpha + \frac{\pi}{2})$ )

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = 2x + \frac{\pi}{4}$$

$$3x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} & \text{№3 (каран)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + (2x + 4y) = 0. \end{cases}$$

Заметим, что  $y < 0; x \geq 0$   
(из  $\ln(-y); \ln(xy^2)$ )

Решим относительно  $x$  второе уравнение.

$$3x^2 - 12x - 2xy - 4y - y^2 = 0$$

$$3x^2 - x(12 + 2y) - (4y + y^2) = 0$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (программное)

$$D = 4y^2 + 48y + 144 + (12y + 4y^2)/3 = 16y^2 + 96y + 144 =$$

$$= (4y + 12)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{12 + 2y \pm |4y + 12|}{6}$$

$$1) 4y + 12 < 0 \quad y < -3$$

$$x = \frac{12 + 2y - 4y - 12}{6} = -\frac{1}{3}y$$

$$y = -3x$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$e^{\ln x^2 \cdot \ln(-y)} = e^{2 \cdot \ln x \cdot \ln(xy^2)} \cdot e^{\ln^2(-y)}$$

$$2) 4y + 12 \geq 0$$

$$y \geq -3; y < 0$$

$$x = y + 4$$

$$y = x - 4$$

$$(y \in [-3; 0); x \in [1; 4])$$

$$7 \ln x \cdot \ln(-y) = 2 \ln(x) \cdot (\ln x + 2 \ln(-y)) + \ln^2(-y)$$

$$7 \ln x \cdot \ln(-y) = 2 \ln^2(x) + 4 \ln(x) \cdot \ln(-y) + \ln^2(-y)$$

$$2 \ln^2(x) - 3 \ln(x) \cdot \ln(-y) + \ln^2(-y) = 0.$$

$$D = \ln^2(-y)$$

$$\ln(x) = \frac{3 \ln(-y) \pm |\ln(-y)|}{4}$$

$$I) \ln(-y) \geq 0.$$

$$1) \ln x = \ln(-y)$$

$$2) \ln x = \frac{1}{2} \ln(-y)$$

$$1.1) \ln(x) = \ln(4-x)$$



$$1.1) \ln x = \ln(4-x)$$

$$\ln 2. \vee 0$$

$$\ln 2 > 0.$$

$$\begin{cases} x=1; 4-x=1 \\ x=4-x \end{cases} \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=-2.$$

$$1.2) \ln x = \ln\left(\frac{1}{3}3x\right)$$

$$\begin{cases} x=1; 3x=1 \\ x=3x \end{cases} \Rightarrow x=0 \text{ противоречит условию.}$$

$$\text{II} \quad \ln(-y) \leq 0.$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \ln(-y)$$

$$1) \ln x = \ln \sqrt{4-x}$$

$$x = \sqrt{4-x}$$

$$x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \text{ — отпадает}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \geq 1 \text{ — отпадает}$$

$$\ln 9 \vee 0.$$

$$\ln 9 > 0 \Rightarrow x=3; y=-9 \text{ отпадает.}$$

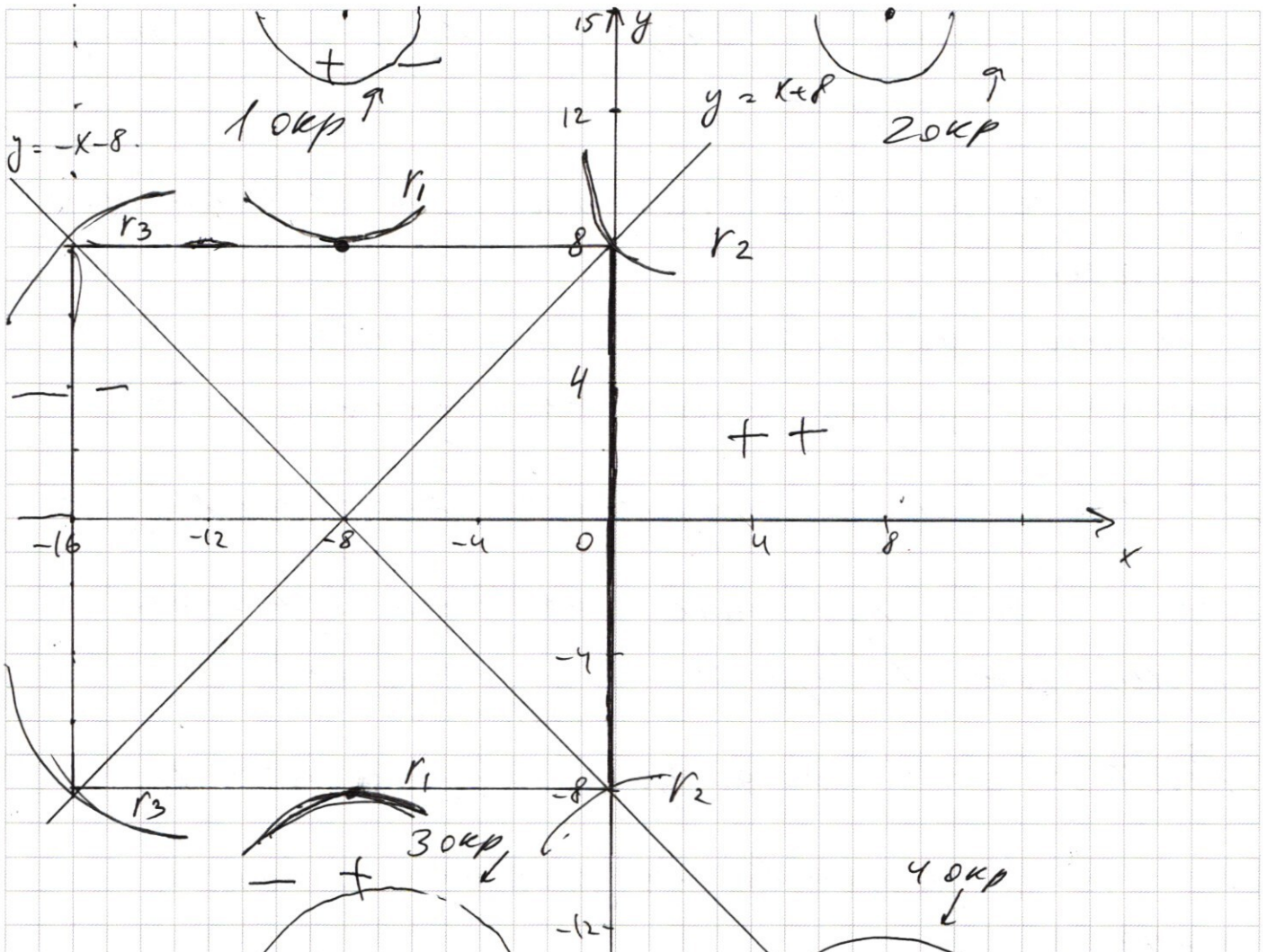
$$\text{Ответ: } (2; -2)$$

№5.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 9. \end{cases}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1. Рассмотрим 1-ое уравнение

при  $x+y+8 > 0$  и  $x-y+8 > 0$  (т.е.  $++$ ) это отрезок  $2x=0$   
 $x < 0$ .

Т.е. вертикальная прямая.

при  $x+y+8 > 0$  и  $x-y+8 < 0$  (т.е.  $+-$ )

это горизонтальный отрезок  $y=8$ .

при  $x+y+8 < 0$  и  $x-y+8 > 0$  (т.е.  $-+$ ) это гор. отрезок  $y=-8$

при  $x+y+8 < 0$  и  $x-y+8 < 0$  (т.е.  $--$ ) это верт. отр.  $x=-16$

Получившаяся фигура - квадрат



Второе уравнение <sup>создает</sup> 4-е окружности.

радиуса  $\sqrt{a}$  и с центрами  $(8; 15)$   $(-8; 15)$

( $r = \sqrt{a}$ ;  $a = r^2$ )  
Заметим, что, если

~~(45)~~  $(8; 15)$   $(-8; 15)$

1 окр. пересекает квадрат, то и 3-я окр также пересекает квадрат.

Аналогично, если 2 окр. пересекает, то и 4-ая также пересекает.

То есть для того, чтобы система имела ровно 2 решения нужно, чтобы

или 1 и 3 окружности касались квадрата

или 2 и 4. пересекали наиболее удаленные от них углы квадрата. (см. рисунок) и найти  $a$

Для того, чтобы это доказать необходимо найти  $r_1; r_2; r_3$

1)  $r_1 = 7$  (подставим во втр. уравнение Т.  $(-8; 8)$ )  
 $a = 49$ .

2)  $r_2 = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{49 + 64} = \sqrt{113}$  (по Т. Пифагора)  $+ \frac{625}{576}$   
 $a = 113$  1201

3)  $r_3 = \sqrt{23^2 + 24^2} = \sqrt{\frac{625}{23^2} + 576} = \sqrt{\frac{1201}{1105}}$  (по Т. Пифагора)  
 $a = 1201$

Значит, если  $a = 49$ , то 2 и 4 окружности не пересекают квадрат, а 1 и 3 касаются в 2-х точках

если  $a = 113$ , то окружности 1 и 3; 2 и 4 пересекают квадрат в более чем 2-х точках



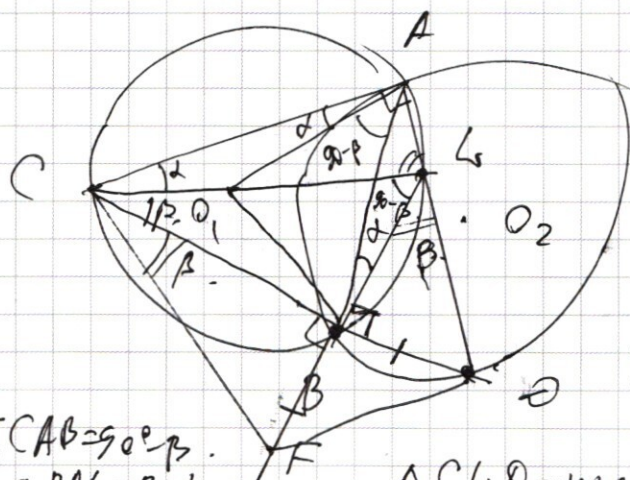
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 (продолжение)

если  $a = 1105$ , то 1 и 3 не пересекают квадрат (он лежит внутри этих окружностей), а 2 и 4 пересекает каждая в 1 точке.

Answer:  $a = 49$ ;  $\alpha = 1105$

N6



а) Пусть  $L$  - т. пересечения окр.  $(O_1, r_1)$  и  $AO$ .

$CL$  проходит через  $O$ ,  
так как  $\angle CAG = 90^\circ$

Также и  $\angle CBL = 90^\circ$  (т.к.  $CL$  — диаметр)

$$\angle CAB = 90^\circ - \beta$$
$$C \text{ BAG} \approx \beta - \alpha \cdot c)$$

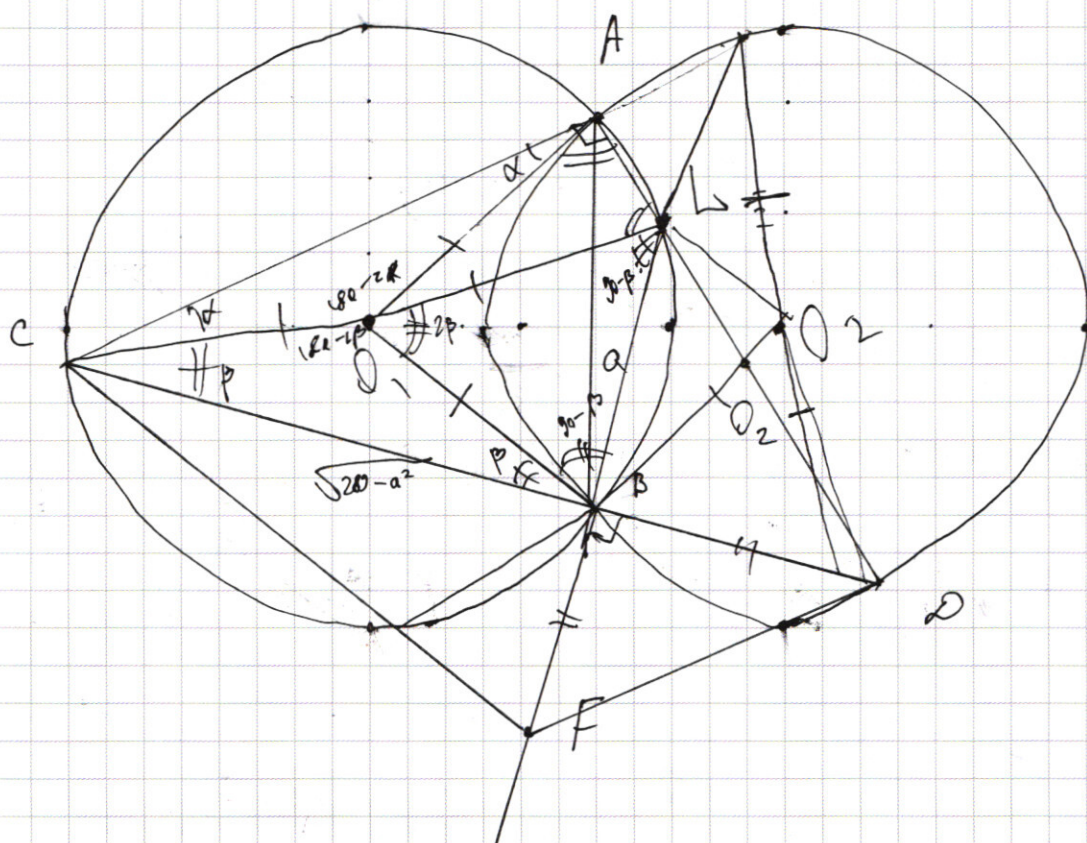
17.  $\angle CA_1B = 90^\circ$  - р.  $\Rightarrow \alpha = \beta$ .  $\triangle C A_1 B$  - прямоуго.

А именно,  $F, B, L$  имеют на этом проме.

$$\Delta CBH = \Delta CBF \text{ (по 2-м углам и стороне)}$$
$$C_L = 2r = 2 \cdot 17 = 34 \Rightarrow CF = 34.$$

Order:  $CF = 34$ .







## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$e^{\ln x \cdot 7 \cdot \ln(-y)} = e^{\ln x \cdot 2 \cdot \ln(xy^2) + \ln^2(-y)}$$

$$\ln a = \frac{1}{2}$$

$$-y^{\ln(-y)} = e^{\ln^2(-y)}$$

$$7ab = a \cdot 2 \cdot (a + 2b) + b^2$$

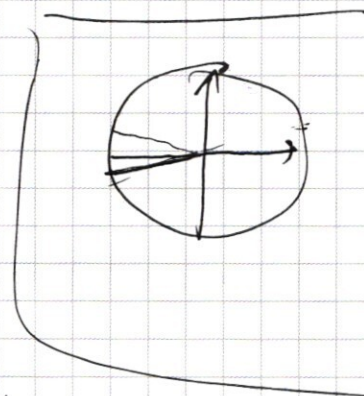
$$7ab = 2a^2 + 4ab + b^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a = \frac{3b \pm |b|}{4}$$

$$\begin{cases} 4 - 8 - 12 + 24 - \\ - 8 = 0. \end{cases}$$



1)  $|b| > 0$ .

$$a = b$$

$$\ln x = \ln(4-x)$$

$$x = 4-x$$

$$2x = 4$$

$$\boxed{x = 2, y = 2}$$

$$\ln 3 =$$

2)  $|b| < 0$ .

$$a = \frac{1}{2}b, \quad \ln x = \frac{1}{2} \ln(4-x)$$

$$x = \sqrt{3x}$$

$$x^2 = 3x$$

$$x = 3$$

$$y = -9$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \ln(4-x)$$

$$\ln x = \ln(4-x)^{\frac{1}{2}}$$

2.1)  $x = \sqrt{4-x}$

$$x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

2.2)  $x = 1, \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2\cos 5x ((\cos x + \sin x)^2 - 2\sin^2 x) - \sin 3x + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0.$$

$$2\cos 5x (1 - 2\sin^2 x) - (3\sin x - 4\sin^3 x) + \sqrt{2} (2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos^2 x + \sin^2 x)) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2\cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = \sqrt{2} ((\cos^2 x - \sin^2 x)^2 - 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x) =$$

$$= \sqrt{2} (1 - 4\sin^2 x + 4\sin^4 x - 4\sin^2 x \cos^2 x) =$$

$$= \sqrt{2} (4\sin^4 x - 4\sin^2 x (1 + \cos^2 x) + 1) \sin\left(\frac{4\pi}{12}\right)$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) - \sin 3x + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2\cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) - \sin 3x = 0.$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x \cos x =$$

$$= (\cos x + \sin x)^2 - 2\sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$4\sin^3 x - 3\sin x =$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\tan 2x = 0.$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \pi n$$

$$\cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2x - \cos 2x)$$

$$\cos 5x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$5x = 2x + \frac{\pi}{4} \quad 3x = \frac{\pi}{4} \quad x = \frac{\pi}{12} +$$



$$\cos 75 = \sin 15$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

alphabet  
 $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

3. 1; 3; 9; 7 — сумма в чисел

$$\begin{array}{cccccccc} & 18 & & & & & & \\ \wedge & 4 & 1 & 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 \\ \hline & 20 & 1 & & & & & & \end{array}$$

1; 1; 3; 9; 7; 7; 7; 7

$$\underbrace{87654321}_{\text{8!}} : (3! \cdot 4!)$$

$$8! : (4! : 2!)$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 28 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 1$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 3$$

$\int = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8$

$$1, B^2 = CB \cdot BD$$

$$\cos 7x + \cos x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

~~$$\cos(4x+3x) + \cos(\underbrace{-3x+4x}_{4x-3x}) = 2\cos 4x \cdot \cos 3x$$~~

$$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x + 2x) - \sin(5x - 2x) =$$

$$= \sin 5x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cos 5x = (\sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos 5x)$$

$$= 2 \sin 2x \cos 5x = 4 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 5x$$

$$= 4\cancel{2 \sin x} \cdot 2 \sin x \cdot \cos 4x \cdot \cos 6x$$

$$\cos x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \sin x = \cos(4x)$$

$$\cos 5x \cdot \cos x - \sin 5x \cdot \sin x = \cos(6x)$$

$$\sin \alpha = \cos \beta \quad \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \cos \alpha$$

$$\left( \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right) \right) =$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$$





$$y < 0 \quad x > 0$$

№3

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2$$

$$\cos 3x \cos 4x - \sin 3x \sin 4x + \cos 3x +$$

$$+ \sin 3x \sin 4x \cos 4x + \sin 4x \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x ($$

$$ab - cd + a + bc + ad - c + \sqrt{2} \cdot b = 0$$

$$b(a+c) + (a-c)(1+d) + \sqrt{2}b = 0$$

II случай:

Когда  $(24, 4)$  касаются углов кв.

$$(|-16| - 8)^2 + (|4| - 15)^2 = 9$$

$$\begin{matrix} 9 \\ 1-8 \end{matrix}$$

$$64 + 49 = 113 \approx a$$

$$\sqrt{113} + 2\sqrt{16} = \sqrt{a}$$

$$a = 113 + 64 + 4\sqrt{113 \cdot 16} \approx 177 + 16\sqrt{113}$$

$$(-24)^2 + (23)^2 = 9$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3x^2 - 12x - 2xy - 4y - y^2 = 0$$

$$3x^2 - x(12 + 2y) - 4y - y^2 = 0$$

$$D = 4(y^2 + 12y + 36) + 12(y + 12y + 4y^2) =$$

$$= 8y^2 + 60y + 144 = 8(y^2 +$$

$$+ 4y^2 + 48y + 144 + 12(4y + y^2) = 16y^2 + 96y + 144 =$$

$$= (4y + 12)^2$$

$$y < 0 \\ x > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 + 2y \pm (4y + 12)}{6}$$

$$c) y \leq -3 \quad x = -\frac{y}{3}$$

$$1) y \geq -3; y < 0; x > 0 \quad (y \in [-3; 0]; x \in (4; 1])$$

$$x = \frac{6y + 24}{6} = y + 4 \Rightarrow y = x - 4$$

$$\left(-\frac{x^7}{(x-4)}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x^2-8x+16))}$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x^3-8x^2+16x)}$$

$$\frac{7 \cdot \ln(x)}{x} = \frac{\ln^2(4-x)}{e} \cdot \frac{2 \cdot \ln x \cdot \ln(x^3-8x^2+16x)}{e} \left\{ \begin{array}{l} \ln a \\ a \\ \ln^2 a \end{array} \right\} =$$

$$\frac{7 \cdot \ln x \cdot \ln(4-x)}{e}$$

$$7 \cdot \ln x \cdot \ln(4-x) = \ln^2(4-x) + 2 \cdot \ln x \cdot \ln(x^3-8x^2+16x)$$

$$1) \ln(4-x) = 0 \Rightarrow 4-x=1 \Rightarrow x=3; y=-1$$



2)  ~~$x \neq 0$~~   
 $4-x \neq 0$

~~$\ln x \neq 7$~~

~~$7 \cdot \ln x = \ln^2(4-x) + 2 \cdot \ln((4-x)^2 \cdot x) \cdot \ln x$~~

~~$7 \cdot a = b^2 + 2(2b + a) \cdot a$~~

~~$7a = b^2 + 4ab + 2a^2$~~

~~$2a^2 - 7a + 4ab + b = 0$~~

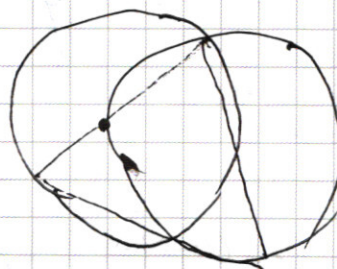
~~$4a^2 - a(7 - 4b) + b = 0$~~

~~$D = (7 - 4b)^2 - 16b =$~~

~~$= 49 - 56b + 16b^2 - 16b = 16b^2 - 72b + 49$~~

~~$= 49 - 56b + 16b^2 - 32b = 16b^2 - 88b + 49$~~

~~$7a = b^2 + 4ab + 2a^2$~~   
 ~~$4a^2 + a(4b - 7) = 0$~~



$7a = b^2 + 4ab + 2a^2$

$2a^2 + a(4b - 7) + b^2 = 0$

$D = 16b^2 - 56b + 49 - 8b^2 = 8b^2 - 56b + 49$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \cos 4x \cdot \cos 3x + 2 \cos 4x \cdot \sin x \cdot \cos 6x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\frac{56}{2} = 28$$

$$\cos 4x (2 \cos 3x + 2 \sin x \cos 6x + \sqrt{2}) = 0$$

$$2 \cos 4x \cdot \cos 3x + 2 \sin x (\cos 4x + \cos 6x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x (2 \cos 3x + 2 \sin x + \sqrt{2}) + 2 \sin x \cos 6x = 0$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a}$$

2516

$$x = 8^2 + 7^2 = 249 + 64 = 313$$

$$\text{при } r = x \geq \sqrt{313} \approx 17.7$$

$$\frac{225}{64} = 3.515625$$

Замечание, что  
расстояние от центра (2,4)

1 случай:

или 2 и 3

окр. 3

окр. 4

окр 1 и окр 3 касаются. и квадрата. вн. окружн.

$$8^2 + 15^2 = 15^2 - 8^2 = (\sqrt{a} + 8)^2$$

$$r_1 = \sqrt{161} - 8$$

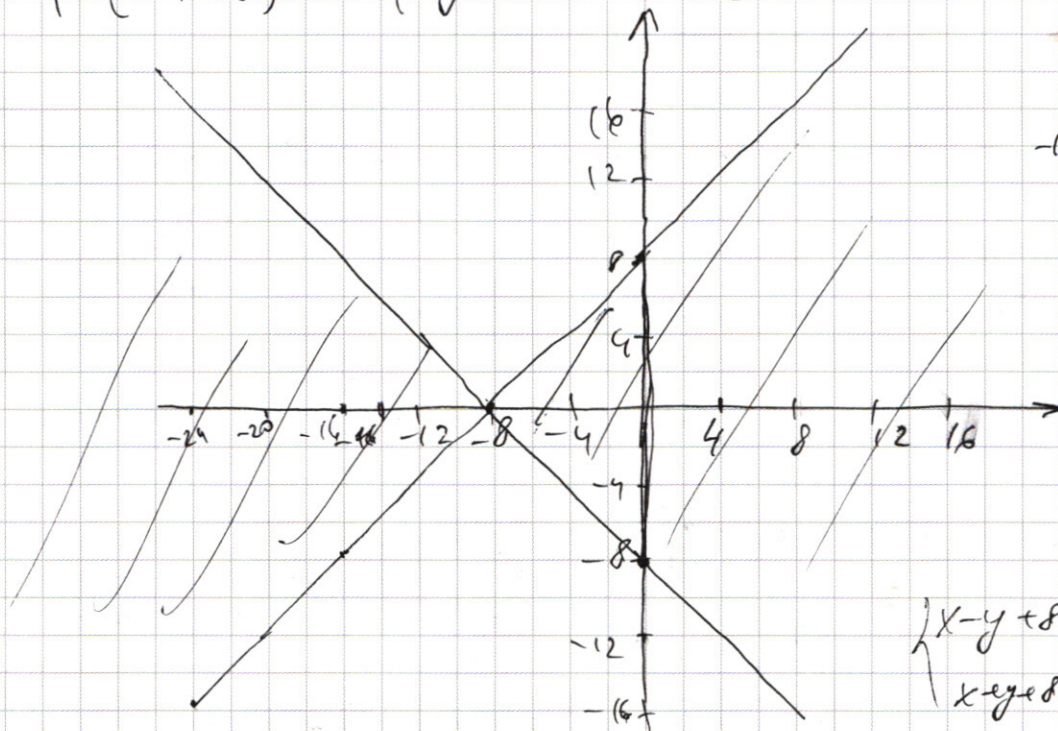
$$\sqrt{a} = \sqrt{161} - 8$$

$$(1-8+8)^2 + (1+8-15)^2 = a$$

$$a = 49$$



$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$



$$|x+y+8| \leq 16$$

$$-16 \leq x+y+8 \leq 16$$

$$-24 \leq x+y \leq 8$$

$$|x-y+8| \leq 16$$

$$-16 \leq x-y+8 \leq 16$$

$$-24 \leq x-y \leq 8$$

$$2 + 6$$

$$\begin{cases} x-y+8 \geq 0 \\ x+y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq x+8 \\ y \geq -x-8 \end{cases}$$

$$(0; 12)$$

$$20 + 4$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ + 576 \\ \hline 1105 \end{array}$$

$$(-8; 8) \Rightarrow |-8| + |8| = 16$$

$$(-12; -8) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |-12| + |-8| = 20$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$(-4; 8) \Rightarrow$$

$$= 4 + 12 = 16$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625 \\ + 576 \\ \hline 1201 \end{array}$$