

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

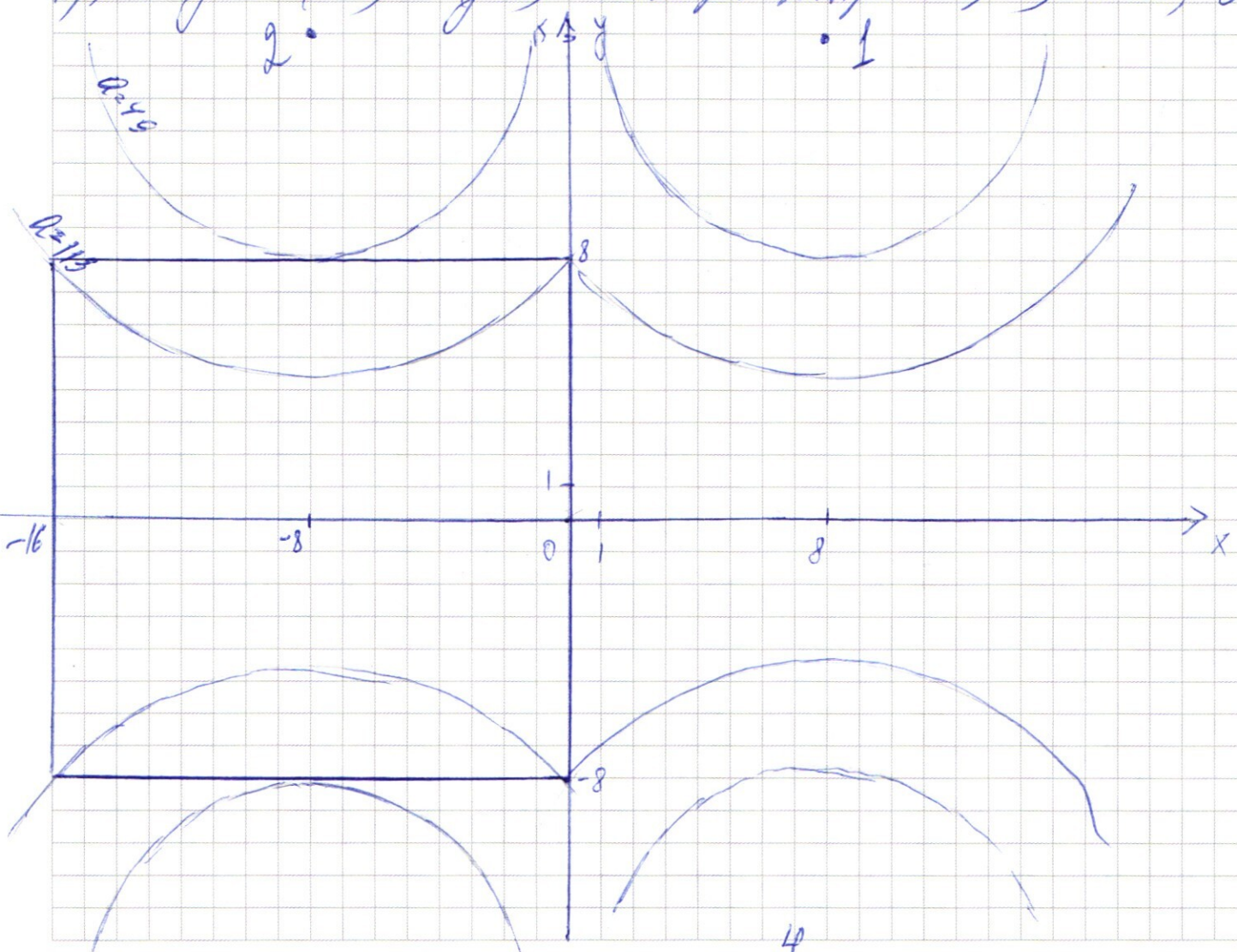
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$

Первое ур.е системы задает
квадрат с центром в $(-8; 0)$
и стороной 16

- Для второго уравнения:
- 1) $x \geq 0, y \geq 0$: $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$
(окр. с центром $(8; 15)$ и $R = \sqrt{a}$)
 - 2) $x \geq 0, y < 0$: $(x-8)^2 + (y+15)^2 = a$ (окр. с центром $(8; -15)$ и $R = \sqrt{a}$, 3 четверти)
 - 3) $x < 0, y \geq 0$: $(x+8)^2 + (y-15)^2 = a$ (окр. с центром $(-8; 15)$ и $R = \sqrt{a}$, 2 четверти)
 - 4) $x < 0, y < 0$: $(x+8)^2 + (y+15)^2 = a$ (окр. с центром $(-8; -15)$ и $R = \sqrt{a}$, 3 четверти)



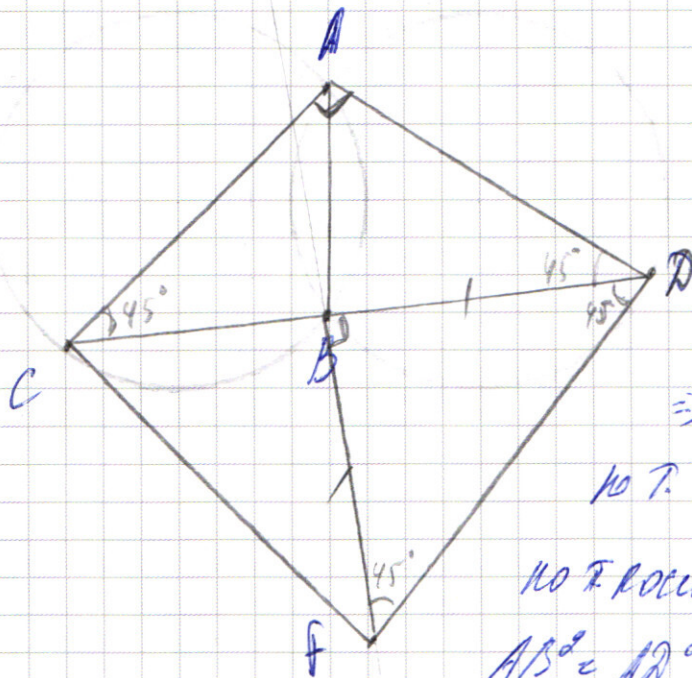
3

$R < \sqrt{113}$
 пока $R < \sqrt{49}$ ($a < 49$) квадрат пересекает только окружности 2 и 3. при $R < 7$ ($a < 49$) окружности не пересекают квадрат при $a = 49$ окружности 2 и 3 касаются квадрата (ровно 2 решения). при $49 < a < 113$ окружность 2 пересекает квадрат в двух точках, как и окружность 3 (всего 4 решения). ~~при~~ при $113 \leq a < 289$ окружности 1, 2, 3, 4 имеют с квадратом 4 общие точки. при $a = 289$ окружность 1 пересекает квадрат в $(0; 0)$; окр-сть 2 ~~и~~ пересекает квадрат в $(0; 0)$ и $(-16; 0)$; окр-сть 3 - в $(0; 0)$ и $(-16; 0)$; окр-сть 4 в $(0; 0)$ следовательно система имеет 2 решения при $a = 49$ и $a = 289$

Ответ: $a = 49; 289$

№6.

а)



Дано: $\angle = 17$ Косинус. CF

Решение!

$\triangle DBF$ - прямоугольный ($\angle B = 90^\circ$)
 $BD = BF$

$\Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

по т. синусов: $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = d$ $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = d$

$\Rightarrow \angle ADB = \angle ACD = 45^\circ$ (т.к. $\triangle CAD$ - равнобедренный)

по т. синусов: $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = d$ $AB = 17\sqrt{2}$

по т. косинусов для $\triangle ABD$:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cos 45^\circ$$

$$289 \cdot 2 = AD^2 + BD^2 - \sqrt{2} AD \cdot BD \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} CD = AD\sqrt{2} \\ CD = BD + CB \end{array} \right\} \quad BD = AD\sqrt{2} - CB \quad (2)$$

$$(2) \text{ в } (1): 289 \cdot 2 = AD^2 + 2AD^2 - 2\sqrt{2} AD \cdot CB + CB^2 - 2AD + \sqrt{2} AD \cdot CB$$

$$289 \cdot 2 = AD^2 - \sqrt{2} AD \cdot CB + CB^2 \quad (3)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left. \begin{aligned} CF^2 &= \cancel{BF^2} + BF^2 \\ BF &= BD = AD\sqrt{2} - CB \end{aligned} \right\} \begin{aligned} CF^2 &= CB^2 + 2AD^2 - 2\sqrt{2}AD \cdot CB + CB^2 = \\ &= 2(AD^2 - \sqrt{2}AD \cdot CB + CB^2) = 2 \cdot 289 = 578 \end{aligned}$$

$$\underline{CF = 34}$$

Д) $BC = 16$ $S_{ACF} = ?$

$$S_{ACF} = S_{ABE} + S_{CBA} + S_{ABF}$$

по т. косинусов для $\triangle ABC$: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 45^\circ$
 $289 = AC^2 + 256 - \sqrt{2} \cdot 16 \cdot AC$ $\Delta = 2 \cdot 256 - 4 \cdot 256 + 8 \cdot 289 = 225 \cdot 4$

$$AC = \frac{16\sqrt{2} + 30\sqrt{2}}{2} = 23\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \cdot 23 = 184$$

$$S_{CBF} = \frac{1}{2} BC \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 30 = 240$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$$

по т. синусов для $\triangle ABC$: $\frac{AC}{\sin ABC} = 2R$ $\sin ABC = \frac{23\sqrt{2}}{34}$

$$\sin ABD = \sin(180^\circ - ABC) = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$S_{ABF} = \frac{1}{2} AB \cdot BF \cdot \sin ABD = \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 30 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = 23 \cdot 15 = 345$$

$$S_{ACF} = 184 + 240 + 345 = 769$$

ответ: а) $CF = 34$ Д) $S_{ACF} = 769$

N1

Разложим число 64827 на простые множители:

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 3 \\ 21609 & 3 \\ 7203 & 3 \\ 2401 & 7 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

П.к. множители - цифры числа, то
оно равному нулю не равно 9
след-но, цифра числа может быть:

$$1) \quad 3 \ 3 \ 3 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 1 \quad \left(\frac{8!}{3!4!} = 280 \text{ чисел} \right)$$

$$2) \quad 9 \ 3 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 1 \ 1 \quad \left(\frac{8!}{2!4!} = 840 \text{ чисел} \right)$$

$$\text{Всего } 280 + 840 = 1120 \text{ чисел}$$

Ответ: 1120

N2

$$\cos 2x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = -\sin 2x \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = -1 & 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi \\ 2\cos 5x + \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x = 0 \end{cases} \quad \boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}}$$

$$2\cos 5x = \sqrt{2}(\sin 2x - \cos 2x)$$

$$4\cos^2 5x = 2(1 - \sin 4x)$$

$$2\cos^2 5x = 1 - \sin 4x \quad \cos 10x = -\sin 4x \quad \cos 10x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = 0$$

$$2\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \begin{cases} \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ 5x = \frac{3\pi}{4} + \pi n \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \\ x = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3 $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$ $|y < 0, x > 0|$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\frac{x^{2\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln x + 4\ln(-y)} \Rightarrow \frac{x^{2\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(-y)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{x^{4\ln(-y)}}_{> 0 \text{ всегда}} \left(\frac{x^{2\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} - x^{2\ln x} \right) = 0 \Rightarrow \frac{x^{2\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{2\ln(-y) - 2\ln x} = (-y)^{\ln(-y)} \Rightarrow \ln(x^{2\ln(-y) - 2\ln x}) = \ln((-y)^{\ln(-y)}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2\ln(-y) - 2\ln x) \ln x = \ln^2(-y) \Rightarrow 2\ln(-y) \ln x - 2\ln^2 x = \ln^2(-y)$$

$$\Rightarrow \ln^2(-y) - 2\ln(-y) \ln x + 2\ln^2 x = 0 \quad D = 2\ln^2 x - 2\ln^2 x = 0$$

$$\ln(-y) = \frac{2\ln^2 x + \ln^2 x}{2} = 2\ln x \quad \ln(-y) = \ln x$$

$$-y = x^2$$

$$1) y = -x^2$$

$$2) y = x$$

$$1) x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0 \quad x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$

$$x(x^3 - 2x^2 - 7x + 12) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 1x = 3 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad y_1 = -9$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \quad y_1 = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$$

2) $y = -x$: $x^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x = 0$
 $-4x^2 + 8x = 0$ $-4x(x-2) = 0$
 $x = 0$ $x = 2$
 $y = -2$

Ответ: $(3; -9)$

$$\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2} \right)$$

$$(2; -2)$$

№7

при $x < 4$ нет решений. Если $x = 4$ то графики
 $y = 3^x + 4 \cdot 3^{28}$ и $y = 93 + 3 \cdot (3^{28}-1)x$ пересекаются,
 решение нет, 2х первое пер. в строке.

* $\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3^{28}x - x \end{cases}$ когда целых решений нет, при
 каком целом $x = 93 + 3^{28}x - x - 3^x - 4 \cdot 3^{28}$

при $x=5$: $93 + 5 \cdot 3^{28} - 3^5 - 5 - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} + 88 - 3^5$

при $x=6$: $93 + 6 \cdot 3^{28} - 3^6 - 6 - 4 \cdot 3^{28} = 2 \cdot 3^{28} + 87 - 3^6$

при $x=7$: $93 + 7 \cdot 3^{28} - 3^7 - 7 - 4 \cdot 3^{28} = 3 \cdot 3^{28} + 86 - 3^7$

при $x=28$: $93 + 28 \cdot 3^{28} - 3^{28} - 28 - 4 \cdot 3^{28} = 23 \cdot 3^{28} + 65$

при $x=29$: $93 + 29 \cdot 3^{28} - 3^{29} - 29 - 4 \cdot 3^{28} = 15 \cdot 3^{28} - 3^{29} + 64$

при $x=30$: $93 + 30 \cdot 3^{28} - 3^{30} - 30 - 4 \cdot 3^{28} = 26 \cdot 3^{28} - 3^{30} + 63$

при $x=31$: $93 + 31 \cdot 3^{28} - 3^{31} - 31 - 4 \cdot 3^{28} = 27 \cdot 3^{28} - 3^{31} + 62$

$x=32$: $93 + 32 \cdot 3^{28} - 3^{32} - 32 - 4 \cdot 3^{28} < 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 & y > 4 \cdot 3^{28} \quad 93 + 3(3^{28} - 1)x > 4 \cdot 3^{28} \\
 & 93 + 3^{28}x - x \quad 3x + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3(3^{28} - 1)x \\
 & 3^4 + 4 \cdot 3^{28} \quad \left\{ \begin{array}{l} y > 84 \cdot 3^{28} \\ y \leq 84 \cdot 3^{28} \end{array} \right. \\
 & 93 + 4 \cdot 3^{28} - 12 = 4 \cdot 3^{28} + 81 \\
 & 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}x - x \\
 & 3^{28}(4 - x) = 93 - x \\
 & 1423 \cdot 3^{28} - 93 - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} - 3^{28} \\
 & 1423 + 4 \cdot 3^{28} - 93 - 15 \cdot 3^{28} - 5 = 1423 \cdot 3^{28} \\
 & 1423 + 4 \cdot 3^{28} - 93 - 5 \cdot 3^{28} \quad 93 + 35 \cdot 3^{28} - 3^{35} - 35 - 4 \cdot 3^{28} \quad 642 \\
 & 93 + 5 \cdot 3^{28} - 5 - 1423 - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} - 155 = 31 \cdot 3^{28} - 3^{35} + 58 \\
 & 93 + 6 \cdot 3^{28} - 6 - 1423 \cdot 3 - 4 \cdot 3^{28} = 2 \cdot 3^{28} - 642 \\
 & 93 + 7 \cdot 3^{28} - 7 - 1423 \cdot 9 - 4 \cdot 3^{28} = 3 \cdot 3^{28} + 86 - 9^7 \\
 & 93 + 8 \cdot 3^{28} - 8 - 3^8 - 4 \cdot 3^{28} = 4 \cdot 3^{28} + 85 - 3^8 \\
 & 1 + 28 \cdot 28 = 14 \cdot 28 \cdot 3^{28} \quad 14 \cdot 28 \cdot 3^{28} \\
 & \frac{88 + 65}{2} \cdot 24 = 153 \cdot 12
 \end{aligned}$$

$$f_1 = \frac{1+27}{2} \cdot 27 = 14 \cdot 27 \Rightarrow 14 \cdot 27 \cdot 3^{28}$$

$$f_2 = \frac{18+62}{2} \cdot 27 = 75 \cdot 27$$

$$\text{ответ: } 14 \cdot 27 \cdot 3^{28} + 75 \cdot 27 - (3^5 + 3^6 + \dots + 3^{31})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\sqrt{2} \cos(3x + 2x - \frac{\pi}{4}) \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \left(\cos(3x + 4x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin(3x + 4x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \cos(3x + 4x) + \sin(3x + 4x)$$

$$\sqrt{2} \left(\cos 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \cos 3x + \sin 3x$$

$$\cos(3x + 4x) + \sin(3x + 4x) + \cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin 2x - \cos 2x = -\cos(\frac{\pi}{4} - 2x) - \cos 2x = -2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} - 2x) = -\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$\cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$\sqrt{2} \left(-\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$-y > 0 \quad y < 0 \quad xy^2 > 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+2)^2 - 4(y+x)^2 - x^2 - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (y+x)^2 - (2x-3)^2 + 9 + 4y = 0$$

$$\left(-\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = \frac{y^{\ln(-xy)}}{(-y)^{\ln(-y)}} \cdot x^2(\ln x + \ln y^2) = x^2(\ln x + 2 \ln(-y))$$

$$\left(-\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln x \cdot x^{4 \ln(-y)} \quad \frac{(x^2)^{\ln(-y)} - x^2 \ln x \cdot x^{4 \ln(-y)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = 0$$

$$x^{4 \ln(-y)} (x^{3 \ln(-y)} - x^2 \ln x \cdot (-y)^{\ln(-y)}) = 0 \quad \begin{cases} x^{4 \ln(-y)} = 0 \\ x^{3 \ln(-y)} - x^2 \ln x \cdot (-y)^{\ln(-y)} = 0 \end{cases}$$

$$(x+8-y)^2 + (x+8+y)^2 + 2(x+8-y)(x+8+y) = 256$$

$$2(x+8)^2 + 2y^2 + 2(x+8)^2 = 256 \quad 4y^2 = 256$$

$$y(x+8)^2 = 256$$

$$(x+8)^2 = 64$$

$$2(x+8)^2 + 2y^2 - 2(x+8)^2 + 2y^2 = 256$$

$$y^2 = 64 \quad y = \pm 8$$

$$x+8 < 8 \quad x+8 > -8$$

$$x < 0 \quad x > -16$$

(если не указано иное)

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases} \quad \text{д.т.а}$$

1) $x \geq 0, y \geq 0$:

$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$$

2) $x \geq 0, y < 0$:

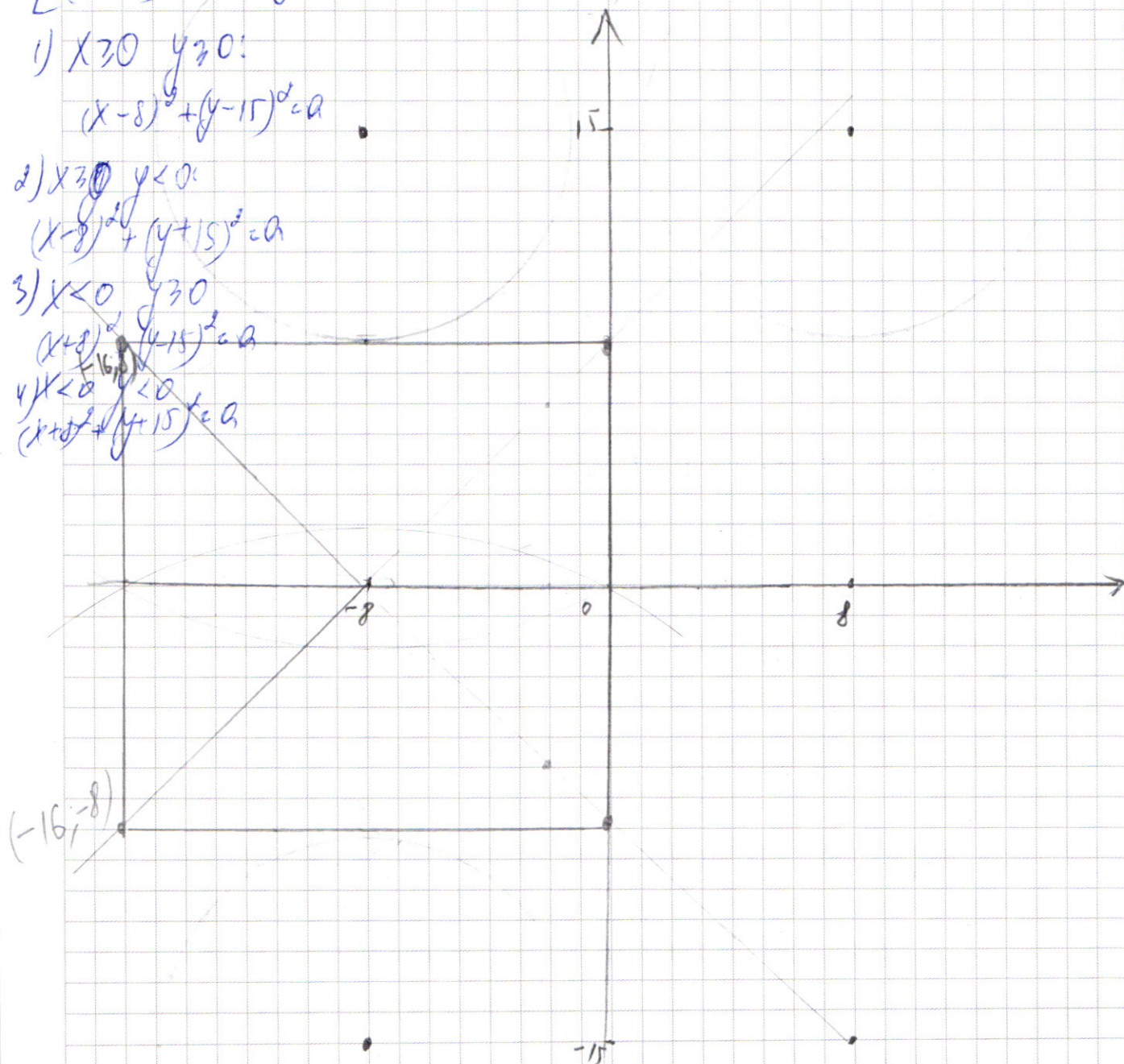
$$(x-8)^2 + (y+15)^2 = a$$

3) $x < 0, y \geq 0$:

$$(x+8)^2 + (y-15)^2 = a$$

4) $x < 0, y < 0$:

$$(x+8)^2 + (y+15)^2 = a$$



м.т.а.е. - ~~х.т.а.е.~~ ^{х.т.а.е.} с 4 в 2 (-8, 0) и еще 8
при $a = 3,5$

$$64 + 49 = 113$$

$$64 + 225 = 289$$

(12)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ y \geq -x-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y+8 \geq 0 \\ y \leq x+8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ y \geq -x-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y+8 < 0 \\ y < x+8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ y < -x-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y+8 < 0 \\ y < x+8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x < -x-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y+8 > 0 \\ y < x+8 \end{cases}$$

$$2x+16=16 \quad 2x=0 \quad x=0$$

$$2y=16 \quad y=8$$

$$-2x-16=16 \quad x=-16$$

$$-2y=16 \quad y=-8$$

$$AC = \frac{16\sqrt{2} + 16\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 115 \\ \hline 138 \end{array}$$

$$(34+16)50 = 18 \cdot 50 = 900$$

$$AB^2 = AC^2 + 256 - 16 \cdot AC$$

$$889 \cdot 2 = AC^2 - 16 \cdot AC + 256$$

$$AC^2 - 16 \cdot AC + 256 - 1778 = 0$$

$$D = 256 - 4 \cdot 1778 = 8 \cdot 289 - 4 \cdot 256 = 8(289 - 64) = 8 \cdot 225 = 1800$$

$$\sqrt{D} = 42 \cdot \sqrt{5} = 15 \cdot 2\sqrt{5} = 30\sqrt{5}$$

$$CD = AC \sqrt{2} \quad CD = AD \sqrt{2}$$

$$CD = BF + CB \quad AD \sqrt{2} = BD + CB$$

$$BF^2 + CB^2 = CF^2 \quad BD = AD \sqrt{2} - CB$$

$$AB = 34$$

$$AC = 17\sqrt{2}$$

$$1778 = AD^2 + BD^2 - \sqrt{2} AD \cdot BD$$

$$1778 = AD^2 + 2AD^2 + CB^2 - 2\sqrt{2} AD \cdot CB - 2AD^2 + \sqrt{2} AD \cdot CB$$

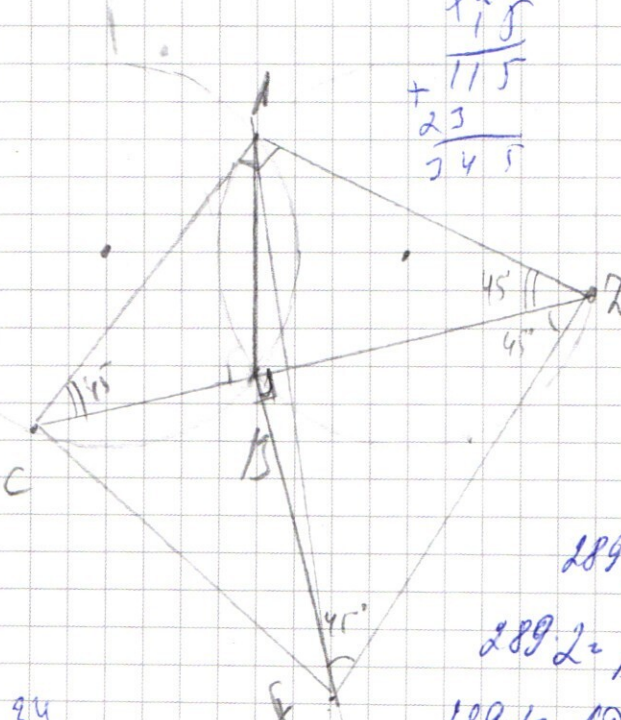
$$1778 = AD^2 + CB^2 - \sqrt{2} AD \cdot CB$$

$$CF^2 = BC^2 + 2AD^2 + AC^2 - 2\sqrt{2} AD \cdot BC$$

$$= 2(BC^2 + AD^2 - \sqrt{2} AD \cdot BC) \quad [CF = 17]$$

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 17 \cdot 2$$

$$\sin \angle ABC = \frac{34}{25\sqrt{2}}$$



$$\sin \angle BDA = \frac{34}{25\sqrt{2}}$$

$$\angle ABA = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = 0 \quad \sin 2x = 1 \quad \begin{cases} \sqrt{2} \cos 5x = \sqrt{2} & \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} & 5x = \frac{\pi}{4} & x = \frac{\pi}{20} \\ \sqrt{2} \cos 5x = -\sqrt{2} & \cos 5x = -\frac{\sqrt{2}}{2} & 5x = \frac{3\pi}{4} & x = \frac{3\pi}{20} \end{cases}$$

$$\frac{2 \cos 5x}{\sqrt{2} \cos 2x} = \frac{2 \sin 2x}{\sqrt{2} \cos 2x} - 1 \quad \cos 2x + \cos 2x + \sin 2x - \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x (\sqrt{2} \cos 2x + 1) - \sin 2x (1 + \sqrt{2} \sin 2x) + \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x = \sqrt{2} (\sin 2x - \cos 2x)$$

$$4 \cos 5x = 2 (1 - \sin 4x)$$

$$\cos 10x = -\sin 4x$$

$$\cos 10x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = 0$$

$$0; \pi \quad \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$2 \cos 5x = 1 - \sin 4x$$

$$2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\frac{(x^2)^{\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2(\ln x + \ln(-y))} \quad \frac{x^{2 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x} \cdot x^{2 \ln(-y)}$$

$$x^{4 \ln(-y)} \left(\frac{x^{3 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} - x^{2 \ln x} \right) = 0 \quad \frac{x^{3 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x}$$

$$\frac{x^{3 \ln(-y) - 2 \ln x}}{(-y)^{\ln(-y)}} = 1$$

$$x^{3 \ln(-y) - 2 \ln x} = (-y)^{\ln(-y)}$$

$$(3 \ln(-y) - 2 \ln x) \ln x = \ln^2(-y)$$

$$3 \ln(-y) - 2 \ln^2 x = \ln^2(-y) \quad 3 \ln(-y) = \ln^2(-y)$$

$$\ln^2(-y) - 3 \ln(-y) + 2 \ln^2 x = 0 \quad D = 9 - 4 = 5 \quad \ln(-y) = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad y = -e^{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

$$\ln(-y) = 1 \quad y = -e$$

$$1) \quad e^4 - 2e^2 x - 3x^2 + 12x - 4e^2 = 0$$

$$3x^2 + x(2e^2 - 12) - e^4 + 4e^2 = 0 \quad D = 4e^4 + 144 - 48e^2 + 12e^4 - 48e^2 = 16e^4 + 144$$

$$x = 12 - 2e^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8$

6 4 8 2 7 | 3 3 3 3 7 7 7 7 1

2 1 6 0 9 | 3 $\frac{8!}{3! 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 280$

7 2 0 3 | 3 $\frac{8!}{4! 2!} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 840$

2 4 0 1 | 7 ~~280~~

3 4 3 | 7

4 9 | 7

7 | 7

1 | 1

9 3 7 7 7 7 1 1

$\frac{8!}{4! 2!} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 840$

№2

$840 + 280 = 1120$

ответ: 1120

№2

$$\cos 7x + \cos 5x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = -\sin 2x & \tan 2x = -1 & 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi & x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x = \sqrt{2} \sin 2x$$

$$\cos 5x = \cos(x+4x) = \cos x \cos 4x - \sin x \sin 4x$$

$$(2 \cos 5x)^2 = 2 (\sin^2 2x + \cos^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x)$$

$$4 \cos^2 5x = 2 - 2 \sin 4x$$

$$\cos 7x = \cos(3x+4x) \quad \sin 7x = \sin(3x+4x) \quad \sin 2x = \cos(\frac{\pi}{2}-2x) = \cos(\frac{\pi}{2}-3x-4x)$$

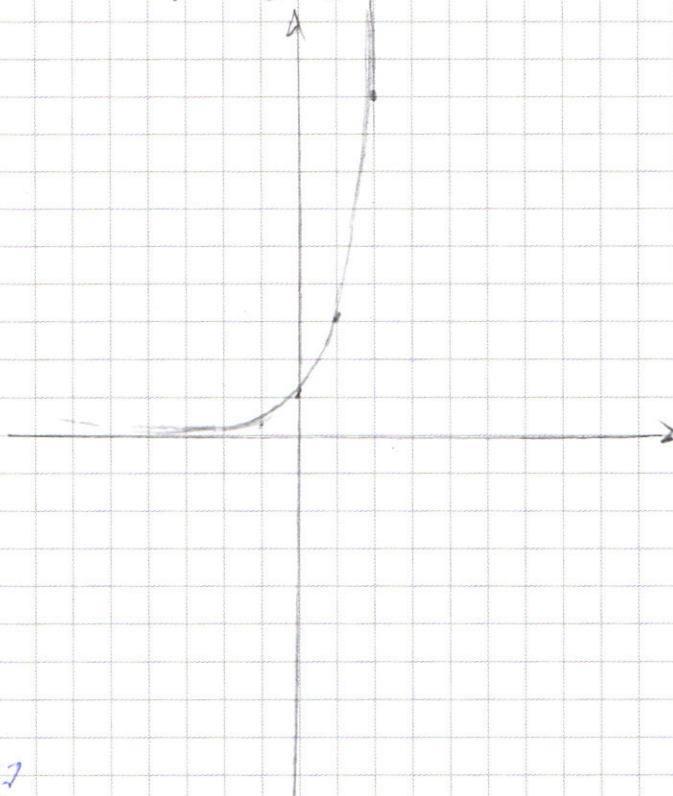
$$\cos 7x + \sin 7x = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(3x+4x-\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos(3x+4x-\frac{\pi}{4})$$

$$\cos 7x - \cos(\frac{\pi}{2}-3x) = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(3x-\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos(3x-\frac{\pi}{4})$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \ln 7x - \ln 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{22} - 1)x \end{cases}$$

$$93 = 3 \cdot 31$$



$$5^x + 4 \cdot 3^{28} > 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3(3^{22} - 1)x$$

$$93 + 3x(3^{22} - 1) > 4 \cdot 3^{28}$$

$$91 + x(3^{22} - 1) > 4 \cdot 3^{28}$$

$$x > \frac{4 \cdot 3^{28} - 91}{3^{22} - 1}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 3^{28} - 91 \\ 4 \cdot 3^{28} - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3^{22} - 1 \\ 4 \end{array} \quad 4 - \frac{22}{3^{22} - 1}$$

$$-22$$

$$\underline{x > 3}$$

$$D = 4 + 12 \ln x \quad \ln(-y) =$$

$$D = 9 \ln^2(-y) - 9 \ln^2 x - 8 \ln^2 x - \ln^2 x \quad \ln(-y) = \frac{9 \ln x + \ln x}{2}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 7x + 12 \\ x^3 - 9x^2 \end{array}$$

$$x^2 - 7x$$

$$x^2 - 3x$$

$$-4x + 12$$

$$-4x + 12$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x^2 + x - 4 \end{array}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$