

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .
- б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



№1.

$$64827 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

~~28~~

значит,

В восьмизначном числе должно быть ровно 4 семерки, потому что другие цифры, содержащие множитель 7 в себе, нет. Далее возможны 2 случая:

1) В числе 4 семерки, 3 тройки и единица.

Тогда способов расположить семерки у нас  $C_8^4$   
Затем способов расположить тройки у нас  $C_4^3$  и единица занимает последнее оставшееся место.

$$\text{Итого таких чисел } C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 35$$

2) В числе 4 семерки, 1 тройка, 1 девятка и 2 единицы.

$$\begin{aligned} \text{Способов расположить семерки: } C_8^4, \text{ девятку - } C_4^1, \\ \text{тройку - } C_3^1, \text{ 2 единицы } C_2^2 = 1 \\ \text{Итого: } C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot 1 = \frac{8!}{4!4!} \cdot \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{3!}{2!} = \\ = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 28 \cdot 30 \end{aligned}$$

Сложим ~~мы~~ получ. в. числа, полученные из двух пунктов.

$$28 \cdot 30 + 8 \cdot 35 = 14 \cdot 80 = 1120 \text{ чисел}$$

Ответ: 1120 чисел

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$f(x) = \log_5 x \cdot 3 \ln(4-x)$$~~  
~~$$f(x) = \frac{3 \ln(4-x)}{x \log_5 x}$$~~

$$y = x - 4$$

$$x = y + 4$$

$$\left( -\frac{(y+4)^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = (y+4)^2 \ln y^2 (y+4)$$

$$-(y+4)^2 \ln(-y) = (y+4)^2 (2 \ln y + \ln(y+4)) - y^{\ln(-y)}$$

$$-(y+4)^2 \ln -y = (y+4)^4 \ln -y \cdot (y+4)^2 \ln(y+4) - y^{\ln -y}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad (2)$$

$$(1) \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi \cdot n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi \cdot n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\cos(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \quad (3)$$

$$\cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \quad (4)$$

$$(3) \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$(4) \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

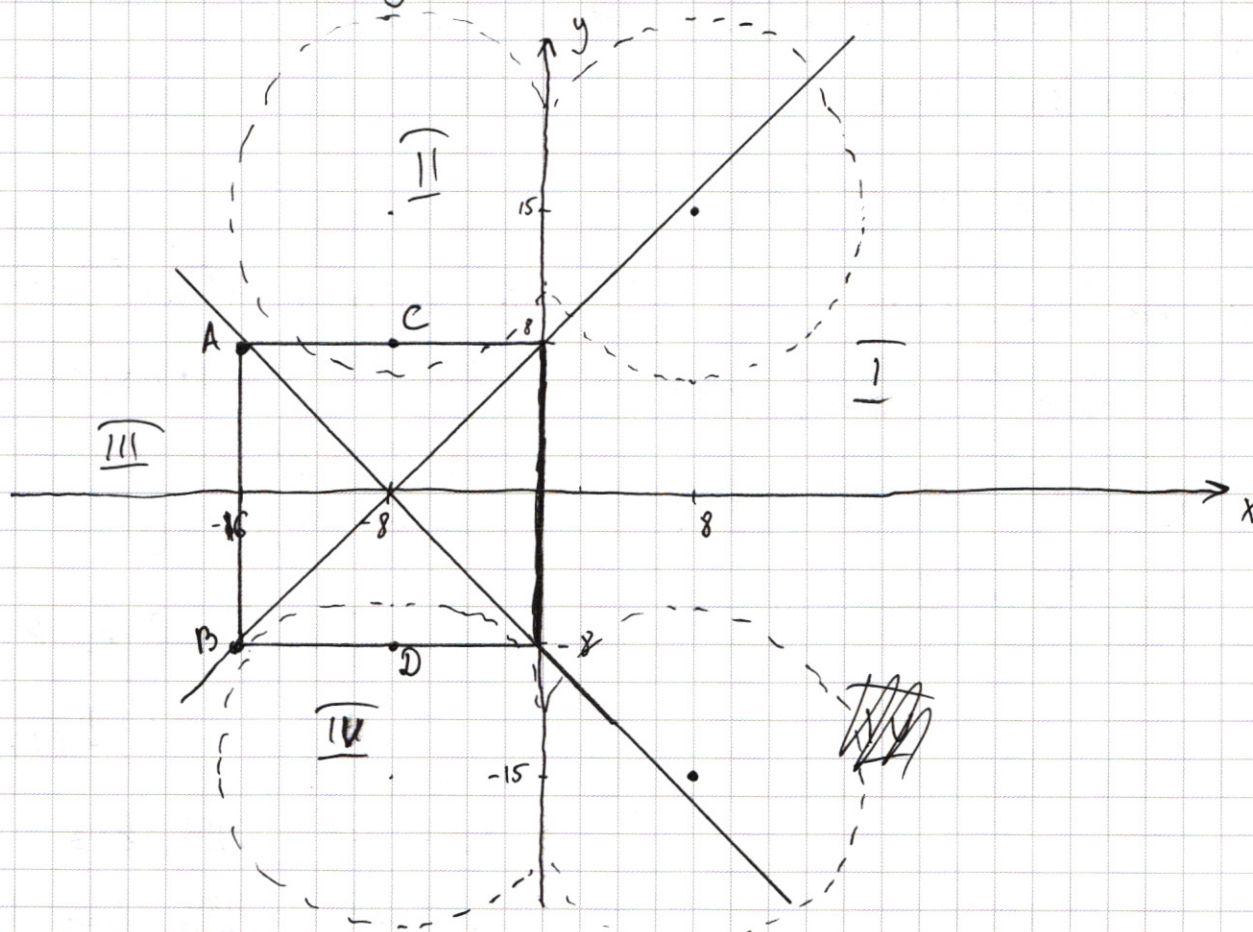
$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi \cdot n}{2}; \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}; \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}; \quad n, m, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases} \quad \sqrt{5}.$$

$$\begin{aligned} x+y+8 &\geq 0 \\ y &\geq -8-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-y+8 &\geq 0 \\ y &\leq x+8 \end{aligned}$$



Обозначим области, как I, II, III и IV

В I области оба модуля  $\geq 0$ . Получаем  $x=0$

В II области  $x+y+8 \geq 0$ , а  $x-y+8 \leq 0$ . Получаем  $y=8$

В III области оба модуля  $\leq 0$ . Получаем  $x=-16$

В IV области  $x+y+8 \leq 0$ , а  $x-y+8 \geq 0$ . Получаем  $y=-8$

Теперь рассмотрим второе уравнение.

Пусть  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , тогда  $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$ . Теперь заменим  $x$  на  $-x$ , получим  $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$ . То есть во второй четверти будет то же самое, что и в первой. Теперь заменим

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y$  на  $-y$ . Получим то же самое, следовательно в нижней половине то же самое, что и в верхней.

Нам необходимо ровно 2 решения, это будет достигаться при  $a = 49$ , и при  $a = 23^2 + 16^2$   
 окружности пройдут через  $(0) C$  и  $D$       окружности пройдут через точки  $A$  и  $B$

Ответ:  $a = 49$ ;  $a = 785$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \sqrt{3} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$y^2 + (2x+4)y + 3x(4-x) = 0$$

По т. Виета

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x-4 \end{cases}$$

1)  $y = -3x$

$$\left(\frac{x^2}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2(2\ln 3 + 3\ln x)} \quad | \cdot 3^{\ln 3x} \neq 0$$

$$x^{6\ln 3x} = x^{6\ln x} \cdot x^{4\ln 3} \cdot 3^{\ln 3x}$$

$$x^{6(\ln 3 + \ln x)} = x^{6 \ln x} \cdot x^{4 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}$$

$$x^{6 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} = x^{6 \ln x} \cdot x^{4 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3} \cdot \cancel{x^{\ln 3}} \cdot x^{\ln 3} \quad | : x^{6 \ln x} \neq 0$$

$$x^{6 \ln 3} = x^{5 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3}$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln 3}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$2) \ y = x - 4, \quad x \in (0; 4)$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x \cdot (4-x)^2)}$$

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2(\ln x + 2 \ln(4-x))} \quad | \cdot (4-x)^{\ln 4-x} \neq 0$$

$$x^{7 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(4-x)} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{3 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} \quad \text{Логарифмируем по основанию } e$$

$$\ln x \cdot 3 \ln(4-x) = \ln x \cdot 2 \ln x + \ln^2(4-x)$$

$$\ln^2(4-x) = t$$

$$t^2 - 3 \ln x \cdot t + 2 \ln^2 x = 0$$

по т. Виетта

$$\begin{cases} t = \ln x & ① \\ t = 2 \ln x & ② \end{cases}$$

$$① \quad \ln 4-x = \ln x$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$② \quad \ln 4-x = \ln x^2$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 17$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \neq \text{т.к. } x > 0$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} - 4$$

Ответ: ~~не существует~~  $(2; -2); (\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} - 4); (3; -9)$   
 $\sqrt{7}$ .

Найдем, при каких  $x$  существует хотя бы 1  $y$ .

$$93 + 3(3^{28} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$93 + 3^{28} \cdot x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} > 0$$

$$f(x) = 93 - 3x - 3^x - 3^{28}(4 - x) \text{ — эта ф-я даст кол-во целых } y$$

при  $x \leq 4$   $f(x) < 0$

~~при~~ при  $x = 31$   $f(x) = 0$

при  $x > 31$   $f(x) < 0$

$x \in (4; 31)$  — 26 чисел

Необходимо найти сумму  $f(5) + f(6) + \dots + f(30) =$

~~Анализ~~

$$= 93 \cdot 26 - S_1 - S_2 - S_3,$$

где  $S_1$  — сумма а.п. с  $a_1 = 15$ ,  $d = 3$ ;  $n = 26$

$S_2$  — сумма г.п. с  $b_1 = 3^5$ ,  $q = 3$ ,  $n = 26$

$S_3$  — сумма а.п. с  $a_1 = 3^{28}$ ,  $d = 3$ ,  $n = 26$

$$x \in (4; 31)$$

$$f(x) = 93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$$

$$= 93 - 3x - 3^x - 3^{28}(4 - x)$$

$$f'(x) = -3 - 3^x \cdot \ln 3 + 3^{28}$$

$$x = 5$$

~~$$93 - 15 - 3^5 + 3^{28}$$~~

$$93 - 15 - 3^5 + 3^{28}$$

$$x = 6$$

$$93 - 18 - 3^6 + 2 \cdot 3^{28}$$

$$h = 26$$

$$93 \cdot 26 - a.n. - 2.n. + a.n.$$

$$\begin{array}{r} \uparrow \\ 30 + 75 \\ \hline 105 \end{array} \cdot 26 \cdot 13$$

$$\frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$\frac{3^5 (3^5 \cdot 3^{26} - 1)}{2}$$

~~$$\frac{3^5 (3^5 \cdot 3^{26} - 1)}{2}$$~~

$$\begin{array}{r} 12 \quad 39 \\ 3 + 9 + 27 = 39 \end{array}$$

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{2}$$

$$78 : 3 = 26$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 3 \\ \hline 243 + 26 = 269 \end{array}$$

$$\frac{2 \cdot 3^{28} + 25 \cdot 3^{28}}{2} - 13$$

$$\frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$27 \cdot 3^{28} \cdot 13$$

$$243$$

$$242$$

$$121,5 +$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_1 = (30 + 25) \cdot 13 = 1365$$

$$S_2 = \frac{3^5 \cdot (3^{26} - 1)}{2}$$

$$S_3 = \frac{2 \cdot 3^{28} + 25 \cdot 3^{28}}{2} \cdot 26$$

$$2418 - 1365 - S_2 + S_3 = 1053 - S_2 + S_3 \quad \text{①}$$

$$= 1053 - \frac{3^{31} - 3^5}{2} + 3^{31} \cdot 13$$

$$= 1053 - \frac{3^{31} \cdot 3^5 - 3^5}{2} + 3^{31} \cdot 13$$

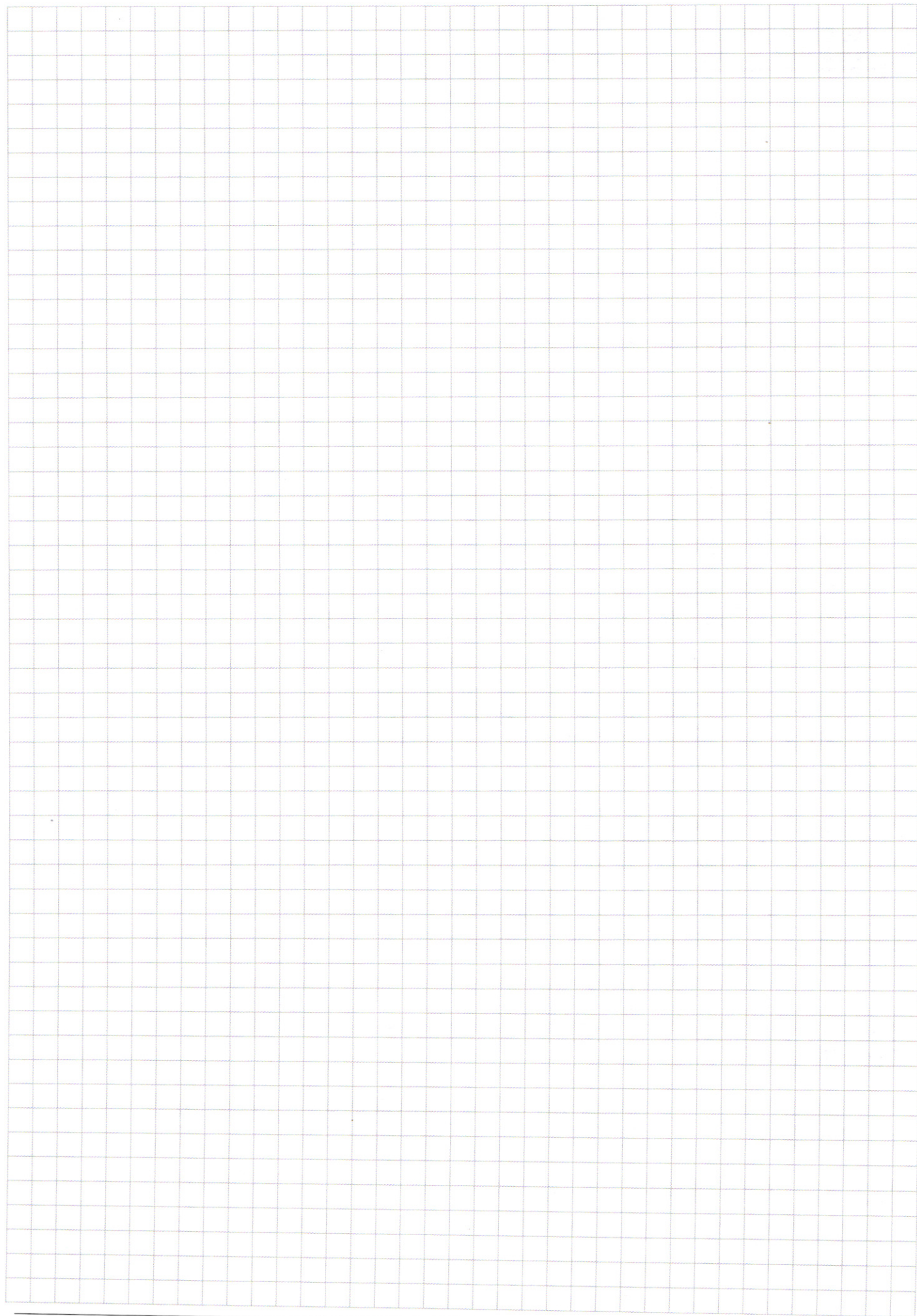
$$= 1053 - \frac{3^{31} \cdot 3^5 - 3^5 + 26 \cdot 3^{31}}{2}$$

$$= 1053 - \frac{269 \cdot 3^{31} - 3^5}{2}$$

$$\text{①} \quad 1053 - \frac{3^{31} - 3^5}{2} + 3^{31} \cdot 13 =$$

$$= 1053 + 121,5 + 12,5 \cdot 3^{31} = 1174,5 + 12,5 \cdot 3^{31}$$

$$\text{Ответ: } 1174,5 + 12,5 \cdot 3^{31}$$



☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

МЭБ

√3.

$$y^2 + (2x+4)y + 3x(4-x) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x-4 \end{cases}$$

$$y = -3x$$

$$y = x-4$$

$$\left(\frac{x^2}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^2 \ln(9x^3)$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^2 (\ln 9 + \ln x^3)$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{4 \ln 3 + 6 \ln x}$$

$$x^{6 \ln 3x} = x^{4 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} \cdot 3^{\ln 3x}$$

$$x^{6 \ln 3 + 6 \ln x} = x^{4 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} \cdot 3^{\ln 3x}$$

$$x^{6 \ln 3} = x^{4 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x}$$

$$x^{\ln 3} = 3^{\ln 3} \quad n=3 \quad y=-9$$

$$y = x - 4$$

$$\left( \frac{x^7}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(4-x)^2 \cdot x}$$

$$x^{7 \ln(4-x)} = x^{2 (\ln(4-x)^2 + \ln x)} \cdot \ln(4-x)$$

~~х~~

$$\ln(4-x) = t$$

$$x^{7t} = x^{4t} \cdot x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^t$$

$$x^{7 \ln(4-x)} = x^{4 \ln(4-x)} \cdot x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{3 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

~~$$x^{2 \ln(4-x)} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$~~

$$x=1 \quad 1$$

$$x=2 \quad 2^{3 \ln 2}$$

$$x=3$$

$$x=1$$

~~$$f(x) = x^{3 \ln(4-x)}$$~~

$$x=1 \quad 3^{\ln 3}$$

$$x=2 \quad 2^{2 \ln 2} \cdot 2^{\ln 2}$$

$$x=3$$

$$3^{2 \ln 3}$$

$$\log_5 x \cdot 3 \ln(4-x) = \log_5 (x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)})$$

$$\log_5 x \cdot 3 \ln(4-x) = 2 \ln x \cdot \log_5 x + \log_5 (4-x) \cdot \ln(4-x)$$

2) 4 сімёрки, три тройка, 1 єдч.

$$C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 2} = 8 \cdot 35$$

$$30 \cdot 28 + 8 \cdot 35 = 7 \cdot 2 (30 \cdot 2 + 5 \cdot 4) = 14 \cdot 80 = 1120$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 8 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} & \sqrt{3} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$y^2 + (2x+4)y + 3x(4-x) = 0$$

$$y = \frac{-(2x+4) \pm \sqrt{(2x+4)^2 - 12x(4-x)}}{2}$$

$$y = -3x$$

$$63x - 4 + x$$

$$-3x + x - 4 = -2x - 4 = -(2x+4)$$

$$\begin{cases} y = x-4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$1) y = -3x$$

$$\left(\frac{x^2}{3x}\right)^{\ln 3x}$$

$$= x^{6 \ln(3x^{\frac{1}{3}})}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{6 \ln 3x}$$

$$= x^{6 \ln 9x}$$

$$\begin{aligned} x^{6 \ln 3x} &= x^{6 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} = x^{6 \ln 3} \cdot 3^{6 \ln x} \\ &= x^{6 (\ln 3 + \ln x)} = x^{6 (2 \ln 3 + \ln x)} = x^{12 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} \\ &= x^{12 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} = x^{12 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x} \end{aligned}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{2} \cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x - \cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

✓1.

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ \underline{63} \phantom{00} \\ 18 \phantom{00} \\ \underline{18} \phantom{00} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ \underline{6} \phantom{00} \\ 12 \phantom{00} \\ \underline{12} \phantom{00} \\ 03 \end{array}$$

$$71717171$$

✓2.

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ \underline{21} \phantom{00} \\ 30 \phantom{00} \\ \underline{28} \phantom{00} \\ 21 \end{array}$$

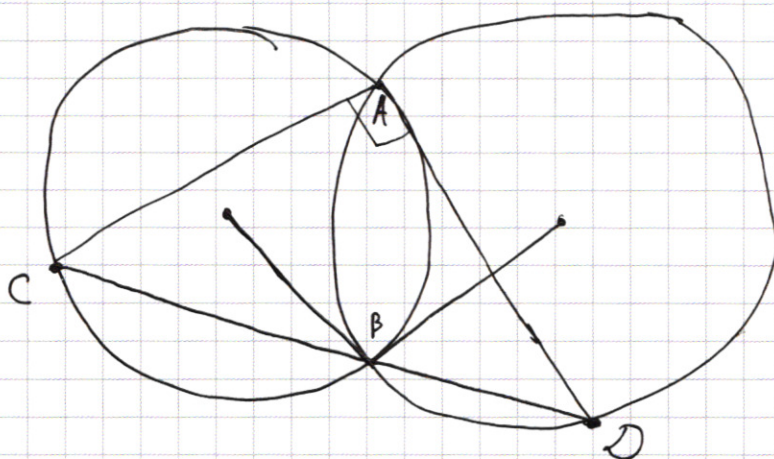
$$C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 =$$

$$= \frac{8!}{7!} \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{4!} =$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \phantom{00} \\ 63 \end{array}$$

$$64827 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$1) \quad C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = \frac{8!}{4! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3!} \cdot \frac{3!}{2!} = \frac{8!}{4! \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 30 \cdot 28$$



$$r = 17$$

$$\left( \frac{x^7}{4-x} \right)^{\ln 4-x} = x^{2 \ln (x(4-x)^2)}$$

$$x^{7 \ln 4-x} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln 4-x} \cdot (4-x)^{\ln 4-x}$$

$$x^{3 \ln 4-x} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln 4-x}$$

~~Второй вариант~~

$$x^{3 \ln(4-x) - 2 \ln x} = (4-x)^{\ln 4-x}$$

$$3 \ln(4-x) - 2 \ln x = \log_x(4-x) \cdot \ln(4-x)$$

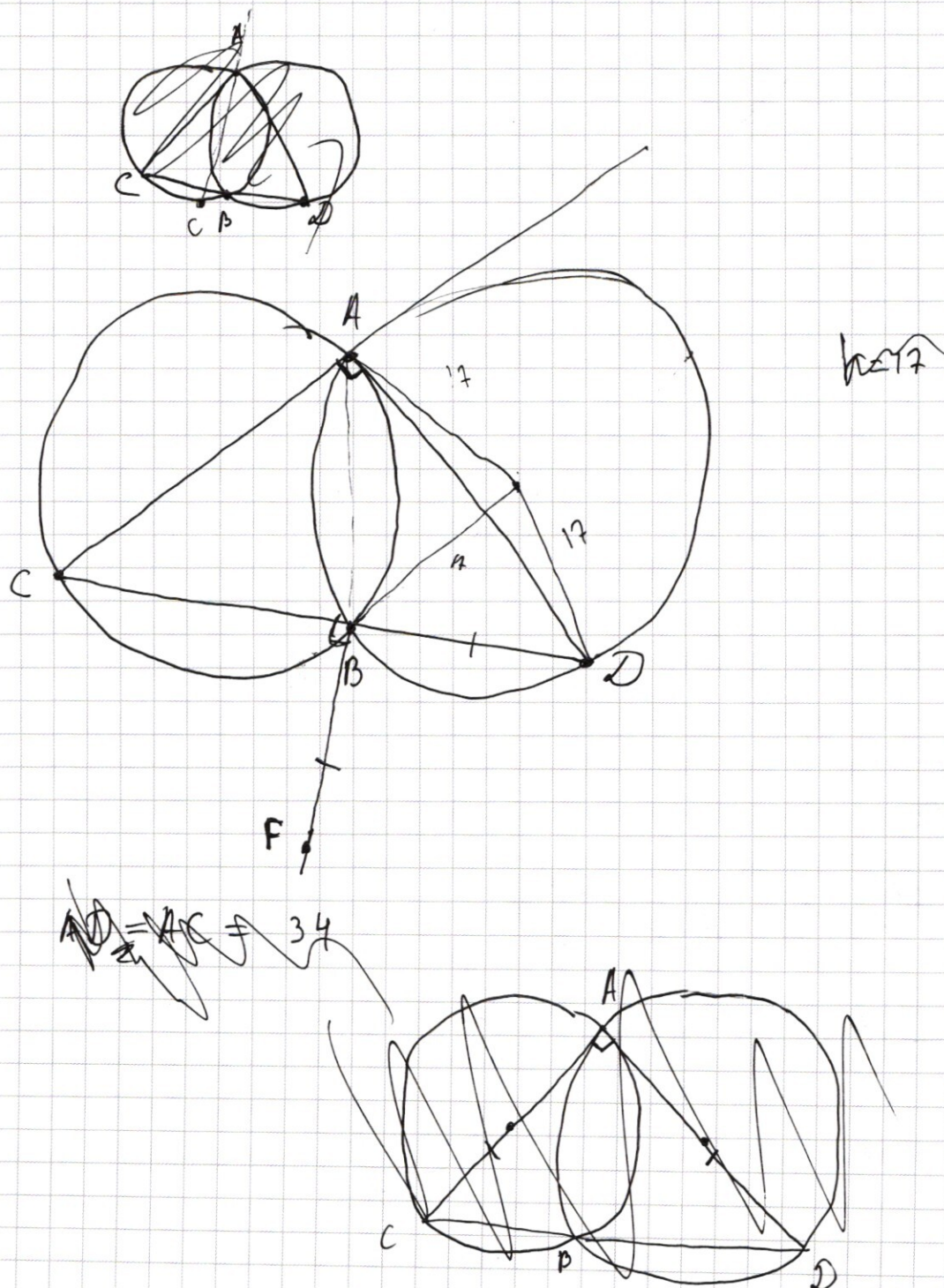
$$\ln x \cdot 3 \ln 4-x = \ln x \cdot 2 \ln x + \frac{\ln^2 4-x}{t}$$

$$t^2 - 3 \ln x t + 2 \ln^2 x = 0$$

$$t_1 = \ln x$$

$$t_2 = 2 \ln x$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$\sqrt{5}$ .

$$529 + 256 = 785$$

$x > y - 8$   
 $y > x - 8$

17.

1)  $x > y - 8$

$y < x + 8$

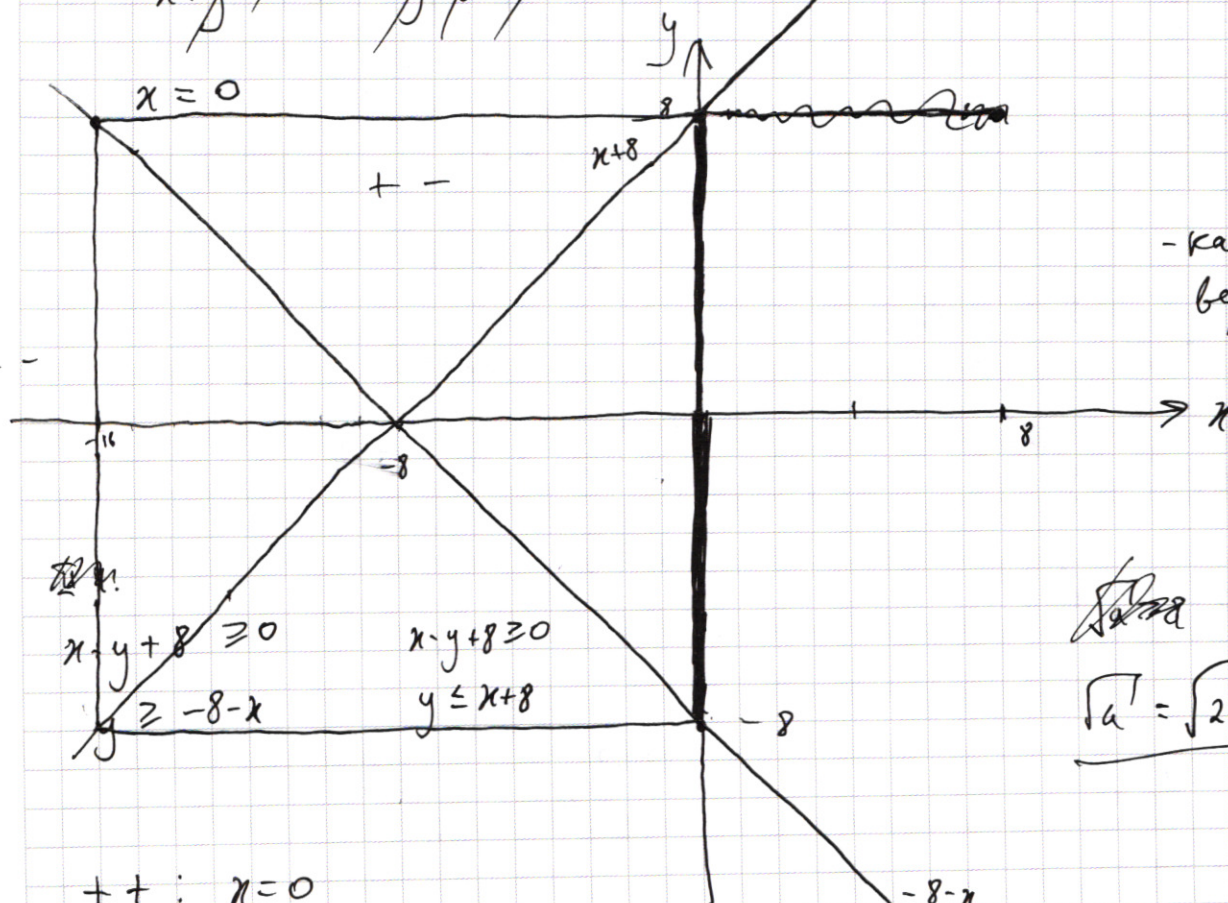
$x + y + 8 + x - y + 8 = 16$

2)  $y > x + 8$

$x + y + 8 - x - 8 + y = 16$   
 $2y = 16 \quad y = 8$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$



$\sqrt{a} = 7$

- касание  
вертикали  
с осью

++

$\sqrt{a} = \sqrt{23^2 + 8^2}$

++ :  $x = 0$

+ - :  $y = 8$

- + :  $y = -8$

- - :  $-x - y - 8 - x + y - 8 = 16$   
 $-2x - 16 = 16$

$2x = -32 \quad x = -16$

$-x - y - 8 + x - y + 8 = 16$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^{6 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x}}{x^{12 \ln 3} \cdot x^{6 \ln x}} = \frac{x^{6 \ln 3}}{x^{12 \ln 3}} \cdot \frac{x^{6 \ln x}}{x^{6 \ln x}} = \frac{1}{x^{6 \ln 3}} = x^{-6 \ln 3}$$

$$x^{6 \ln 3} = x^{12 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3} \cdot x^{\ln 3}$$

$$x^{\ln 3} = 3$$

$$x^{\ln 3} = 3$$

$$x^{6 \ln 3} = x^{12 \ln 3} \cdot 3^{\ln 3}$$

$$\frac{x^{6 \ln 3}}{x^{12 \ln 3}} = 3^{\ln 3}$$

$$x^{-7 \ln 3} = 3^{\ln 3}$$

$$3^{-7 \ln x} = 3^{\ln 3}$$

$$-7 \ln x = \ln 3$$

$$\ln \frac{1}{x^7} = \ln 3$$

$$\frac{1}{x^7} = 3$$

$$x^7 = \frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt[7]{\frac{1}{3}}$$

$$y = -3 \sqrt[7]{\frac{1}{3}}$$

$$x^{3 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\log_{4-x} x \cdot 3 \ln(4-x) =$$

$$= \log_{4-x} x \cdot 2 \ln x + \log_{4-x} \ln(4-x)$$

$$\log_{4-x} x (3 \ln(4-x) - 2 \ln x) = \ln 4-x$$

$$2) y = x - 4$$

$$x \in (0; 4)$$

$$\left( \frac{x^2}{4-x^2} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x \cdot (x-4)^2)}$$

$$x = 1$$

$$\left( \frac{1}{3} \right)^{\ln 3} = 1$$

$$x = 2$$

$$\frac{2}{8 \ln 2} = 2^{2 \ln 8}$$

$$x = 3$$

$$1 = 3^{2 \ln 3}$$

✓7.

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3^{28} (3^{29} - 1) x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3^{28} \cdot x - 3x$$

$$3x + 3^x < 93 + 3^{28}(x - 4)$$

$$x \geq 4$$

$$x = 31$$

$$x = 4 \quad \times$$

$$93 \cdot 27^4 < 93$$

$$93 + 3^{31} < 93 + 3^{28} \cdot 27$$

$$x > 4$$

$$x \in (4; 31)$$

$$2 \cdot 3^{30} < 93 + 26 \cdot 3^{28}$$

$$18 \cdot 3^{28} < 93 + 26 \cdot 3^{28}$$

$$x = 32$$

$$2 \cdot 3^{32} < 93 + 3^{28} \cdot 27$$

$$x = 31$$

$$2 \cdot 3^{31} < 93 + 3^{28} \cdot 27$$

$$27 \cdot 3^{28} < 93$$

$$x \in (4; 30)$$

$$f(n) = 93 + 3^{28} x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$$

$$= 93 - 3x - 3^x - 3^{28}(4 - x)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \sqrt{2} \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 5x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x + \sin 2x) \cdot (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos (2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x + \cos (2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$x \quad 3 \ln(4-x) \quad 2 \ln x \quad \ln(4-x)$$

$$\ln x \cdot 3 \ln(4-x) = \ln x \cdot 2 \ln x + \ln^2(4-x)$$

$$\ln x \cdot \ln(4-x) (3 - 2 \ln x - \ln(4-x)) = 0$$

$$\ln x (3 \ln(4-x) - 2 \ln x) = \ln^2(4-x)$$

$$r = 17$$

$$AC^2 = BC \cdot CD$$

$$AD^2 = BD \cdot CD$$

$$\ln(4-x) (3 \ln x - \ln(4-x)) = \ln^2 x \quad \frac{AC^2}{AD^2} = \frac{BC}{BD}$$

